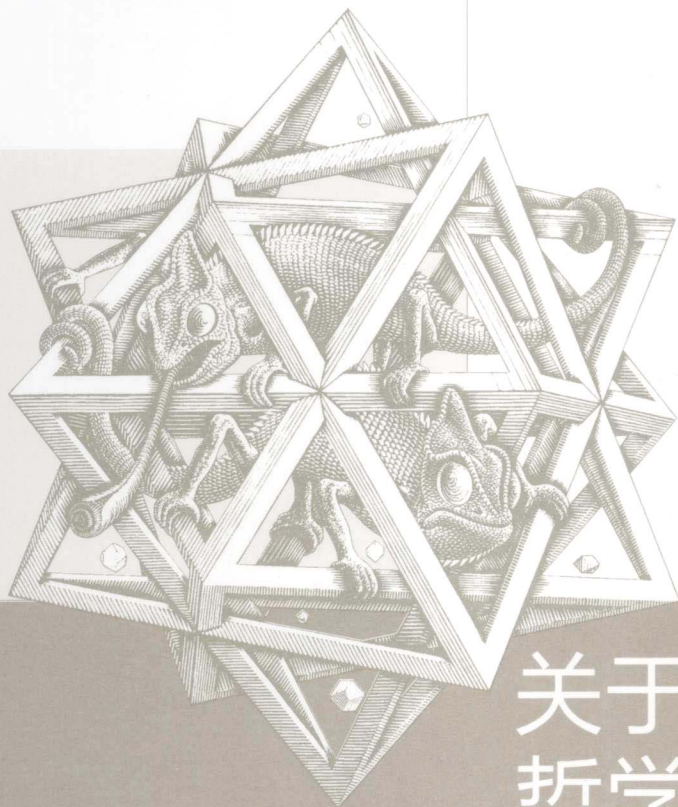


$$e^{i\pi} + 1 = 0$$

Panorama of Mathematics

数 学 概 览



关于概率的 哲学随笔

附徐佩代译序

— P.-S. 拉普拉斯 著

— 龚光鲁 钱敏平 译



Panorama of Mathematics

数 学 概

GUANYU GAILÜ DE ZHIXUE SUIBI

关于概率的书
哲学随笔

附徐佩代译序

— P.-S. 拉普拉斯 著

— 龚光鲁 钱敏平 译



高等教育出版社·北京
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

图书在版编目(CIP)数据

关于概率的哲学随笔 / (法)拉普拉斯著; 龚光鲁
钱敏平译. —北京: 高等教育出版社, 2013. 8

(数学概览)

ISBN 978-7-04-037820-7

I. ①关… II. ①拉… ②龚… ③钱… III. ①概率论
—普及读物 IV. ①O211-49

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 156691 号

策划编辑	王丽萍	责任编辑	李华英	封面设计	王凌波	版式设计	马敬茹
责任校对	李大鹏	责任印制	田 甜				

出版发行	高等教育出版社	咨询电话	400-810-0598
社 址	北京市西城区德外大街 4 号	网 址	http://www.hep.edu.cn
邮政编码	100120		http://www.hep.com.cn
印 刷	北京民族印务有限责任公司	网上订购	http://www.landaco.com
开 本	787mm×1092mm 1/16		http://www.landaco.com.cn
印 张	9.25	版 次	2013 年 8 月第 1 版
字 数	110 千字	印 次	2013 年 8 月第 1 次印刷
购书热线	010-58581118	定 价	39.00 元

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题,请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 37820-00

《数学概览》编委会

主编： 严加安 季理真

编委： 丁 玖 李文林

曲安京 王善平

徐 佩 姚一隼

《数学概览》序言

当你使用卫星定位系统 (GPS) 引导汽车在城市中行驶, 或对医院的计算机层析成像深信不疑时, 你是否意识到其中用到什么数学? 当你兴致勃勃地在网上购物时, 你是否意识到是数学保证了网上交易的安全性? 数学从来就没有像现在这样与我们日常生活有如此密切的联系. 的确, 数学无处不在, 但什么是数学, 一个貌似简单的问题, 却不易回答. 伽利略说: “数学是上帝用来描述宇宙的语言.” 伽利略的话并没有解释什么是数学, 但他告诉我们, 解释自然界纷繁复杂的现象就要依赖数学. 因此, 数学是人类文化的重要组成部分, 对数学本身以及对数学在人类文明发展中的角色的理解, 是我们每一个人应该接受的基本教育.

到 19 世纪中叶, 数学已经发展成为一门高深的理论. 如今数学更是一门大学科, 每门子学科又包括很多分支. 例如, 现代几何学就包括解析几何、微分几何、代数几何、射影几何、仿射几何、算术几何、谱几何、非交换几何、双曲几何、辛几何、复几何等众多分支. 老的学科融入新学科, 新理论用来解决老问题. 例如, 经典的费马大定理就是利用现代伽罗瓦表示论和自守形式得以攻破; 拓扑学领域中著名的庞加莱猜想就是用微分几何和硬分析得以证明. 不同学科越来越相互交融, 2010 年国际数学家大会 4 个菲尔兹奖获得者的工作就是明证.

现代数学及其未来是那么神秘, 吸引我们不断地探索. 借用希尔伯特的一句话: “有谁不想揭开数学未来的面纱, 探索新世纪里我们这

门科学发展的前景和奥秘呢? 我们下一代的主要数学思潮将追求什么样的特殊目标? 在广阔而丰富的数学思想领域, 新世纪将会带来什么样的新方法和新成就?” 中国有句古语: 老马识途. 为了探索这个复杂而又迷人的神秘数学世界, 我们需要数学大师们的经典论著来指点迷津. 想象一下, 如果有机会倾听像希尔伯特或克莱因这些大师们的报告是多么激动人心的事情. 这样的机会当然不多, 但是我们可以通过阅读数学大师们的高端科普读物来提升自己的数学素养.

作为本丛书的前几卷, 我们精心挑选了一些数学大师写的经典著作. 例如, 希尔伯特的《直观几何》成书于他正给数学建立现代公理化系统的时期; 克莱因的《数学讲座》是他在 19 世纪末访问美国芝加哥世界博览会时在西北大学所做的系列通俗报告基础上整理而成的, 他的报告与当时的数学前沿密切相关, 对美国数学的发展起了巨大的作用; 李特尔伍德的《数学随笔集》收集了他对数学的精辟见解; 拉普拉斯不仅对天体力学有很大的贡献, 而且还是分析概率论的奠基人, 他的《关于概率的哲学随笔》讲述了他对概率论的哲学思考. 这些著作历久弥新, 写作风格堪称一流. 我们希望这些著作能够传递这样一个重要观点, 良好的表述和沟通在数学上如同在人文学科中一样重要.

数学是一个整体, 数学的各个领域从来就是不可分割的, 我们要以整体的眼光看待数学的各个分支, 这样我们才能更好地理解数学的起源、发展和未来. 除了大师们的经典的数学著作之外, 我们还将有计划地选择在数学重要领域有影响的现代数学专著翻译出版, 希望本译丛能够尽可能覆盖数学的各个领域. 我们选书的唯一标准就是: 该书必须是对一些重要的理论或问题进行深入浅出的讨论, 具有历史价值, 有趣且易懂, 它们应当能够激发读者学习更多的数学.

作为人类文化一部分的数学, 它不仅具有科学性, 并且也具有艺术性. 罗素说: “数学, 如果正确地看, 不但拥有真理, 而且也具有至高无上的美.” 数学家维纳认为“数学是一门精美的艺术”. 数学的美主要在于它的抽象性、简洁性、对称性和雅致性, 数学的美还表现在它内部的和谐和统一. 最基本的数学美是和谐美、对称美和简洁美, 它应该而

且能够被我们理解和欣赏. 怎么来培养数学的美感? 阅读数学大师们的经典论著和现代数学精品是一个有效途径. 我们希望这套《数学概览》译丛能够成为在我们学习和欣赏数学的旅途中的良师益友.

严加安、季理真

2012 年秋于北京

代译序

本书的作者拉普拉斯是 18 世纪与 19 世纪之交法国最著名的天文学家、数学家和物理学家，其主要的贡献是在天体力学与概率论方面。拉普拉斯在世时已被欧洲科学界誉为法国的牛顿 (Isaac Newton)，而当今拉普拉斯被认为是史上最伟大的科学家之一。

拉普拉斯 (Pierre-Simon Laplace) 1749 年 3 月 23 日出生于法国诺曼底地区的殷实但非富有的家庭。父亲早年务农，后从事法律工作和经商。拉普拉斯少年时在亲戚与朋友的资助下受到良好的教育。当时法国这一地区的青年们的传统职业是军人或牧师，但拉普拉斯从少年时代起就对数学与物理学有着浓厚的兴趣，并受到两位大学老师的支持与鼓励。通过其中一位的介绍，拉普拉斯于 1768 年来到巴黎晋见著名数学家达朗贝尔 (Jean-Baptiste le Rond d'Alembert)。

英国自牛顿以后的一段时期在数理科学方面后继无人。而在欧洲大陆，紧随莱布尼茨 (Gottfried Wilhelm Leibniz) 涌现出一批杰出的数学家与物理学家，而当时的巴黎是欧洲的科学中心之一。拉普拉斯刚到巴黎就得到了达朗贝尔的赏识，马上为他在皇家军校谋得一个职位，从此开始他的 50 多年学术生涯。不久后拉普拉斯进入皇家科学院 (Académie Royale des Sciences) 工作。

拉普拉斯的科学成就是多方面的。他始终坚持科学为应用服务的观点。拉普拉斯在纯粹理论方面的贡献几乎都是通过研究应用问题而取得的。因此在诸如数论等纯粹数学领域中见不到他的名字也就不足

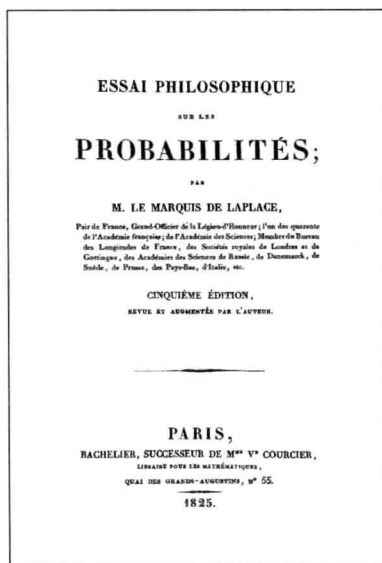
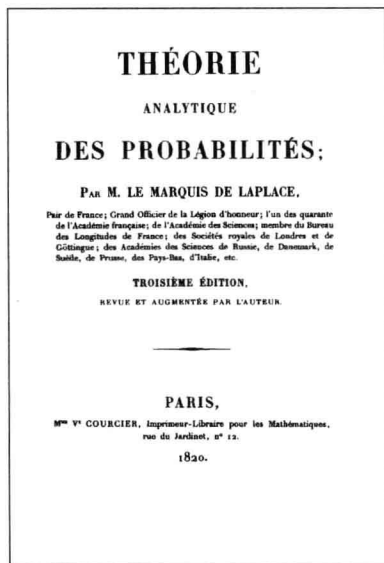
为奇了.

拉普拉斯最重要的学术成就是在天体力学方面, 其代表作是五卷本巨著《天体力学》(Mécanique Céleste), 1799 年到 1805 年陆续出版前四卷, 20 年后的 1825 年出版第五卷. 此前的 1796 年拉普拉斯在其多年研究与讲演的基础上撰写了一本关于天体力学的通俗著作《宇宙体系论》(Exposition du Système du Monde), 系统地阐述了他的关于自然科学的哲学观点. 此书一经出版就受到学术界与读者的高度评价. 拉普拉斯本人在 24 年后凭借此书当选为法兰西学院 (Académie Française) 院士, 成为四十位 “不朽者” 之一. 但我们在这里要谈的是拉普拉斯在概率论方面的贡献.

纵观概率论的发展史, 就研究方法来说, 可以分为三大阶段: 初等组合方法、分析方法和测度论方法. 自牛顿和莱布尼茨发明微积分的很长的一段时间里, 概率论的研究方法仍然停留在简单的组合数学. 直到 18 世纪中叶分析 (即微积分) 的方法才逐渐应用到概率论的研究上. 拉普拉斯是继伯努利 (Jakob Bernoulli) 和棣莫弗 (Abraham de Moivre) 后概率论这一发展时期最重要的代表. 分析概率论最终在 20 世纪 30 年代由柯尔莫哥洛夫 (Андрей Николаевич Колмогоров) 以测度论为基础的现代概率论所取代.

拉普拉斯在其学术生涯开始就系统地研究概率论. 1787 年左右一度中断, 全身心致力于天体力学方面的工作. 多年后的 1809 年左右又开始继续研究, 并于 1812 出版巨著《概率的分析理论》(Théorie Analytique des Probabilités). 这本书代表了当时概率论研究的最高成就. 在这里, 早期的初等组合方法完全被分析方法所取代, 开创了分析概率论研究的新时代, 并主导了这个学科直至 20 世纪初叶的发展. 两年后的 1814 年, 拉普拉斯为《概率的分析理论》的第二版编写了长篇序言, 除了用通俗的语言描述的《概率的分析理论》的基本内容外, 也阐述了他本人关于概率论的哲学观点. 同年这篇序言以《关于概率的哲学随笔》(Essai Philosophique sur les Probabilités) 为名单独发行, 而后多次再版, 并被译成多种欧洲语言. 现在我们将读到的就是这本书

的中译本.



在阅读拉普拉斯的这本关于概率论的著作前, 简单地了解一下他的基本哲学思想也许是有幫助的。拉普拉斯的基本哲学指导思想是因果确定论。他始终认为我们的物质世界过去、现在和将来是由已经发现的和有待发现的科学定律所支配的。物质世界没有随机或不确定的东西, 只有我们不理解的东西。这样的哲学观点表面上看来似乎与他的概率论的研究相矛盾。其实恰恰相反,《关于概率的哲学随笔》是因果确定论完整与精辟的论证。拉普拉斯认为, 概率论所研究的不确定性来自于我们对自然与社会现象的知识的不完全。对于某一个特定的问题, 当我们的知识逐渐完善, 概率论的应用范围和作用就越来越小。例如掷一个色子, 因为不知道 (或不感兴趣) 色子的初始运动状态, 所以我们假设每一面出现的概率是 $1/6$ 。一旦我们掌握的初始状态与支配色子运动的力学定律, 我们就可以精确地知道哪一面将会出现, 概率论的作用亦即终止。

拉普拉斯继承了贝叶斯 (Thomas Bayes) 关于先验概率的哲学思

想. 在拉普拉斯以前, 人们认为每个随机事件都有固有的概率分布. 拉普拉斯认为客观的概率根本不存在. 概率是我们对事件不完全了解的一种表达与补充. 在知识不完全的情况下, 对每一个可能出现的结果给出一个概率. 基于这个概率分布, 我们用概率论来计算可观察到的结果的概率分布. 把这样的结果与我们实际观察的结果相比较, 我们可以判断原先的概率分布的可信度. 基于这样的思想方法, 拉普拉斯用概率方法研究了彗星的起源问题. 此问题的目的是要解决彗星是来源于太阳还是太阳捕捉到的系外星体. 基于同样的思想, 拉普拉斯推导了太阳明天照样升起的概率, 结论是它小于 1. 这是一个荒谬的结果, 但拉普拉斯马上解释道, 这只是对无知人的概率:

一个人在所有的观测基础上了解了支配昼夜与季节的原理后会意识到现在没有任何东西可以阻止它们的运作; 对于他说, 这个“太阳明天升起的”胜算比就会大大地增加.

应该指出, 他在本书中阐述的关于概率论的哲学观点在当时就遭到一些著名学者的质疑, 包括著名的分析学家柯西 (Augustin Louis Cauchy) 和代数学家鲁菲尼 (Paolo Ruffini).

虽然拉普拉斯始终坚持数学为应用服务的观点, 但他在应用中发明新的数学工具的能力是十分惊人的. 在概率论的研究中他发明了诸如生成函数、差分方程、积分变换 (即拉普拉斯换)、定积分的渐进近似计算等方法. 后来这些方法在数学的其他领域被广泛应用, 成为现代数学中的常用方法. 拉普拉斯始终强调概率论这门学科的实用性. 他不止一次地提到:

“概率论中的”精巧的计算可以应用到生活中最重要的问题中. 事实上, 这些问题的很大部分本身就是概率的问题.

他认为, 概率论是研究许多自然科学 (天文、物理、化学等) 和各种实用科学 (人口学、选举、保险等) 的自然方法. 在众多的实用科学中, 有我们无法了解和描述的不定因素. 概率论恰好是弥补我们知识不足的

数学工具.

拉普拉斯在其分析概率论的研究中首次给出了古典概率、条件概率、事件独立的定义,并明确地说明了独立事件的乘积法则和无交事件的求和法则.拉普拉斯最著名的理论成就是关于二项分布的棣莫弗-拉普拉斯中心极限定理.

《关于概率的哲学随笔》一书由两大部分组成.在第一部分中,在阐述了他关于概率论这一学科的哲学观点后,拉普拉斯讨论了概率计算的基本原则和我们当今称之为数学期望的概念.在这一部分的最后一章,拉普拉斯试图用简单易懂的文字描述来解释如何将分析方法运用到概率论中.对于没有基本数学的尤其是概率论的背景知识的读者,这一章有一定难度.拉普拉斯本人当然也意识到这一点.在本书的第四版他写道:

不借助数学,再进一步地表达这一理论的细节是非常困难的.

第二部分是本书的核心,除最后一章简短地叙述概率论发展史外,作者用全书三分之二的篇幅讨论概率论在社会与自然问题中的应用,包括博弈、伦理、法律、立法、人口等诸多方面.这样的安排与我们上面多次提到的作者的哲学指导思想是相符合的.在拉普拉斯那里,数学分析只是研究实际问题的工具.他的学生泊松 (Siméon Denis Poisson) 曾这样评论道:

对拉普拉斯来说,数学分析是根据他的需要为各种应用问题
而变通的工具,它的方法本身始终应服从每个问题的内容.

这部分的第十一章是非常有趣的.拉普拉斯用抽球模型讨论了证人证词的可靠性的概率.这也许对于当今对作假证惩罚不严厉的司法制度的国家有点儿现实意义.在同一章里,拉普拉斯还通过计算推理说明帕斯卡 (Blaise Pascal) 关于神的存在的论证是错误的.

拉普拉斯从年轻时代起就对自己的学术能力充满 (在有些甚至是亲密的朋友和同事看来,过分的) 自信与骄傲,对其学术著作不愿费时

精雕细作。他经常援用他人的结果而不加说明,不给出处,有据为己有之嫌;文章与书中经常出错,粗心大意;一些证明甚至在关键地方经常用“显而易见”(il est facile de voir que ...)一带而过。对此,当时与后世研究者多有微词。有些问题在这本书中也有所体现。

拉普拉斯生活的时代是法国历史的大动荡时期,历经波旁王朝、法国大革命、拿破仑帝国与波旁复辟。他不仅在科学上作出举世闻名的贡献,而且对于参与政治抱有极大的兴趣。除了大革命时期到巴黎郊区低姿态躲避的三年和拿破仑百日政变期间外,拉普拉斯始终是各届政府的红人,政治上的不倒翁。从诺曼底的农家子弟到复辟王朝的侯爵,拉普拉斯完全是白手起家的(self-made man),在拿破仑当政时期还当了6个星期的内政部长,而后被授勋,跻身于贵族行列,并升任元老院议长。但在拿破仑战败后,他投票赞成解除拿破仑的国家首脑职务,并亲自主持迎接波旁王朝复辟。1814年出版的第二版《关于概率的哲学随笔》的第八章中,拉普拉斯不指名地批评了拿破仑的扩张政策给法国带来的灾难:

再来看有些民族,由于他们的元首的野心和背信,常常卷入怎样的灾难深渊。每当征服的渴望驱使一个强国陶醉于统治整个世界时,被威胁的民族中的独立情绪产生一种联合,它差不多总是使强国变成牺牲品。类似地,在扩张或抑制国家分散的不同目的中,自然边界是通常的目的,它应由获胜而告终。于是,对帝国的稳定与幸福都重要的是,不要将领土扩张超出这样的界线以导致又为达各种目的而无休止的行动。

流放中的拿破仑,也许对拉普拉斯的所作所为记忆犹新,是这样评价他的:

拉普拉斯是一流的数学家,但一上任就被证明是一个连平庸都算不上的管理者。他一开始工作我们就意识到这个任命是个错误。拉普拉斯抓不到任何问题的本质。他到处捕风捉

影, 满是些成问题的想法, 最终将无穷小的精神带到了行政工作中。

晚年的拉普拉斯继续从事科学研究, 在光学、大气折射、毛细现象等方面取得一定的成就, 并独立于高斯 (Carl Friedrich Gauss) 提出最小二乘法。由于拉普拉斯杰出的科学成就与他本人对年轻学者的栽培, 在法国逐渐形成了物理学的拉普拉斯学派。拉普拉斯不遗余力地推动此学派的研究与影响, 同时补充、修改与再版他的论文与著作。拉普拉斯于 1827 年 3 月 5 日在巴黎逝世。

本书的译者龚光鲁教授是多年从事理论研究的概率学家。译文的原本是 1902 年出版的英译本。此书 1995 年出版了新的英译本, 可见学界对此书的重视。这是两百年前的西方数学哲学著作, 翻译成现代汉语是有一定难度的。龚教授的译文达意流畅, 任何对概率、数学哲学与数学历史有兴趣的读者, 无论是专家或是业余爱好者, 读后都会受益匪浅。

徐佩

英译本序言

拉普拉斯 (Laplace, 1749 — 1827) 除了在纯粹数学与应用数学领域著有众多严格的学术著作之外, 还为受过教育的普通读者写了两篇通俗文章:《世界系统的阐述》(*Exposition du système du monde*, 1796), 《关于概率的哲学随笔》(*Essai philosophique sur les probabilités*), 此处我们只讨论第二篇文章. 它是拉普拉斯全集第 7 卷中的巨著《概率的分析理论》(*Théories analytique des probabilités*, 共 645 页) 的引言. 《概率的分析理论》的第 3 版 (1820) 的“告示”中说明了: 新版与以往的另一个重要不同之处在于加入了一个引言, 在此前一年, 这个引言曾单独出版. 这就是我们这篇《关于概率的哲学随笔》(以下简称为《随笔》). 在《概率的分析理论》的第 2 版的“告示”中, 拉普拉斯表示, 希望他的辛劳会引起数学家们的注意, 并且“激励”他们能够像对待其他数学领域那样, 将之当作“人类知识的新奇而重要的领域”去耕耘. 他的希望已经实现了. 今天在纯粹科学和应用科学中, 概率的数学理论是不可或缺的, 而且拉普拉斯在他的巨篇《概率的分析理论》(以下简称为《理论》) 中发明的许多工具至今仍在应用, 这是对这个“人类知识的新奇而重要的领域”由一个人完成的最为令人惊叹的贡献.

《随笔》的意图是让读者不借助较高的数学就能了解概率的原理. 即使对于初等数学也只保留到不可再减的最少量, 例如正整数指数的二项式定理就在此列. 这种简化只是表面的: 正如无穷级数乘法这样的数学运算, 无论怎样以不带任何符号的常用语言来表达, 都可保持其

数学内涵;然而在众多体现上述意图的例子中,作者本质上只是将数学对象以非数学的面貌呈现,例如在讨论母函数时,拉普拉斯说了“将 A 乘以一个双变量函数 B,后者展开为一个对幂和这些变量的乘积组合成的级数,例如,第一个变量,加上第二个变量,减去 2……”诸如此类的具有七行长的文字,就是其中的一个普通的样例.不过所有这些都可以忽略,而无损于理解《随笔》的主要意图——使中等程度的读者能获得并使用概率的概念.

为了给《随笔》一个合适的定位,最好的办法是引用拉普拉斯本人的阐述.他说“这个序言是 1795 年我在师范学院开设的概率讲座的一个扩展,在那里拉格朗日 (Lagrange) 和我被国民会议任命为数学教授.在讲座中,没有借助解析 (数学),我介绍了《理论》中详细论述的概率论的原理和一般结论,并将它们应用于生活中最重要的问题,事实上,这些问题在很大程度上其实只是与概率有关的问题.”这说明了人们已经开始注意避免使用公式和技术性的数学了.实际上,《随笔》大篇幅地将用数学发展的,而且比《随笔》中对应章节更清楚、更简洁的《理论》的某些部分转换为大众语言.但是,在这个非正式的介绍中,即使是对形式数学熟悉的读者,也会发现许多使他感到有趣的东西.对“自拉普拉斯时代以来,概率论已经成熟并且已经改变了”这类不可避免的批评——当然,现在它已经成熟并改变了,我们应该指出,在拉普拉斯发展了的理论中可以找到很多此后概率论成熟与改变的根源.

无论是《随笔》,还是《理论》,都不是由已经现成的东西组合而成的.最终的著作基于这个理论在各个特殊阶段的大量论文集,其中所涉及的主要数学内容是由拉普拉斯本人创立的,即使他所用的数学内容实际上不全是 he 首创的,他也将它们发展到潜力的极高点,并作了前无古人的应用.在致力于概率研究期间,他详细叙述了单个和两个独立变量的有限差分方程的部分理论.其中,有博弈的持续时间问题,还有随机地从一堆筹码中抽取的样本中,筹码数的奇偶机会的计算问题.此类研究始于 1774 年.还有一项始于 1773 年关于逆概率的基本

研究: 估计产生观测到的事件的不同原因的概率. 这与拉普拉斯提到的贝叶斯 (Thomas Bayes^①) 发表在 1763 — 1764 年关于逆概率的思想有关. 对这个话题长期存在争议. 其实, 拉普拉斯早期已经将这个理论应用到诸如彗星轨道的平均斜度这些天文学问题. 拉普拉斯在 1781 年的文集中包含了许多有趣的数学内容, 包括定积分的近似估值. 进而, 拉普拉斯开始研究人类更关切的问题, 考察了在任意给定年份中出生的男孩个数不超过出生的女孩个数的概率. 这就提出了一个相应的更为困难的世纪问题.

我们还可注意在微积分的教材中经常出现的问题: $\int_0^{\infty} e^{-x^2} dx$ 的精巧计算.

拉普拉斯所做的另一类研究是关于“很大的变量的函数公式的逼近”. 它始于 1782 年, 至今远未穷尽. 拉普拉斯在概率论方面的活动的第一个伟大时期以此文集结束. 此后的 25 余年他没有显著地继续研究这个课题. 但他绝没有闲着. 在其长期勤劳的职业生涯中他倾注最大的努力来完成他的杰作《天体力学》(*Mécanique Céleste*). 然后在 1809 年, 他发表了论行星与彗星轨道的斜度的文集, 在这个文集中又回到了概率论的研究. 这个文集还包含了近似计算的进一步的研究.

在发表权威性的《理论》前, 拉普拉斯对概率论贡献的上述样例, 足以说明他的伟大工作是经过多年努力工作慢慢积累起来的成果. 在最后的工作中, 很多由辛勤计算得到的结果以简化和改进的形式出现, 而且统一并综合了很多前期工作. 这种巨大的努力比之于仅仅将各部分合在一起要伟大得多, 它是所有数学研究的一种杰出范例. 这些数学研究花充分多的时间, 去正确地做完全值得做的工作. 最后, 拉普拉斯开始和那些不能逾越解析理论数学鸿沟的人们分享他对理论的快乐和激情. 这正是此经典《随笔》所遵循的.

E. T. Bell

^①英译文错印为 Boyes —— 译者注