

初中代数第二册

教法 学法 考法

玉 良 编 著

三 环 出 版 社

一年二期卷

教法 学法 考法

初中代数第二册

玉 良 编著

三 环 出 版 社

责任编辑 刘文武

封面设计 苏彦斌

教法 学法 考法

初中代数第二册

玉 良 编著

三 环 出 版 社 出 版

(海口市滨海大道花园新村20号)

新华书店首都发行所发行

河北省遵化县印刷厂印刷

787×1092毫米 $1/32$ 5.5印张 114千字

1992年2月第1版 1992年2月第1次印刷

印数：1—10000册

标准书号：ISBN 7-80564-803-4/G·561

定价：2.55元 初中一年二期总定价：9.20元

前 言

教法、学法、考法是教育界的热点问题。“方法”虽然是一种手段，但却是达到最佳彼岸的桥梁。对此，关心教育的理论界和广大教师，潜心研究探讨，新的认识和理论成果层出不穷。广大学生也经常议论，为了提高学习效果，寄希望于良师的指点。

教法、学法、考法是系统工程，三者是不可分的整体，相互制约，相互依存，相互促进。

教学过程是师生双边活动的统一过程。教学活动的中心是学生，教和学都是为了尽快地增长知识，增长才干。教学活动的主体是学生，学生要经过自己的思维和实践，才能最后牢固地掌握知识，发展思维，提高能力，去认识世界改造世界。因此依据教学对象，选择科学的教学方法，缩短师生认识上的距离，以激发学生学习的积极性和主动性，及时满足全体学生对知识的渴求。要做到这一点，教师就必须充分了解学生的学习过程和学习过程中的心理活动，指导学生的学习方法，使教与学达到和谐统一，教学活动适应于学生的认识规律；学习活动适应于教学规律。考法是教与学的评价手段，最优的考法，无疑能激发师生的积极性，促进教学效果与学习效果的提高。

教学、学习和考试本应是一体的。教学和学习不是为了应试，复习考试也不应当脱离平日的教与学而搞突击。有丰富经验的教师是靠教学目标，形成知识结构和教学结构，靠能

力的培养，发展学生的思维，指导学生进行素质和水平的训练，并不断取得师生双方的反馈，进一步调整和发展教学过程。这些教师所教的学生基本知识扎实，能力较强，能举一反三，善于作知识迁移和应用，因此参加各种合格考试和选拔考试，成绩都是好的、稳定的。本书正是这种教与学方法的指导和研究。

基于上述认识，现组织部分教师，把他们多年的教学经验与理论研讨相融合，孕育出一套《教法·学法·考法》丛书，旨在促进教与学最优状态的形成，帮助学生有效地掌握学习。

该丛书，根据各科特点，按照知识结构顺序分块编写。每块知识内容，设有“教学目标”，“教法研讨”，“学法指导”，“解题方法”“考法探讨”等栏目。所有内容都适于广大青少年的自学和阅读。

阅读“教学目标”，能了解学习要求。

阅读“教法研讨”，能了解教师怎样传授知识。

阅读“学法指导”，能知道怎样学习更加有效。

阅读“解题方法”，能知道怎样应用基础知识去分析解答书面问题。

阅读“考法探讨”，可以进行学习的自我评价。

该丛书是在特级教师、北京景山学校校长崔孟明同志指导下编写的。作为新课题的尝试，一定有很多不足之处，欢迎同志们指正。

编者

1991年9月10日

目 录

第一章 二元一次方程组

〔教学目标〕	(1)
〔教法研讨〕	(2)
〔学法指导〕	(14)
〔解题方法〕	(21)
〔考法探索〕	(41)

第二章 整式的乘除

〔教学目标〕	(44)
〔教法研讨〕	(45)
〔学法指导〕	(53)
〔解题方法〕	(55)
〔考法探索〕	(69)

第三章 因式分解

〔教学目标〕	(77)
〔教法研讨〕	(77)
〔学法指导〕	(87)
〔解题方法〕	(96)
〔考法探索〕	(110)

第四章 分式

〔教学目标〕	(120)
〔教法研讨〕	(121)

〔学法指导〕	(129)
〔解题方法〕	(133)
〔考法探索〕	(164)

第一章 二元一次方程组

〔教学目标〕

本章在正确理解二元一次方程、二元一次方程的解、二元一次方程组、二元一次方程组的解的概念的基础上，重点是用代入消元法或加减消元法解二元一次方程组，难点是二元一次方程的解的不定性以及列方程组解应用题。

知识结构

1. 概念

(1) 多元方程 $\begin{cases} \text{二元一次方程} \\ \text{三元一次方程} \end{cases}$

(2) 多元方程的解，它的不定性（多值）和相关性，每个解都是一对数。

(3) 多元方程组 $\begin{cases} \text{二元一次方程组} \\ \text{三元一次方程组} \end{cases}$

(4) 多元方程组的解，三种情况：无解、唯一解、无穷多个解。

2. 方法

(1) 解方程组的基本思想：消元

三元 $\rightarrow$ 二元 $\rightarrow$ 一元

(2) 解方程组的基本方法 $\begin{cases} \text{代入消元法} \\ \text{加减消元法} \end{cases}$

3. 应用 列方程组解应用题

基本要求

1. 理解二元一次方程的概念。
2. 理解二元一次方程解的概念，以及解的不定性和相关性，理解解集的概念。
3. 理解方程组和方程组的解的概念；了解方程组的解的三种情况。
4. 熟练掌握用代入消元法和加减消元法解二元一次方程组。
5. 会解三元一次方程组。
6. 掌握列二元一次方程组解应用题的步骤和方法，学会分析问题的方法。
7. 理解“转化”思想。

〔教法研讨〕

（一）“以旧引新”，讲明关键文字——概念的教学

1. “以旧引新”

本章中概念较多，对初一学生来说，概念是抽象和难以理解的，因此不妨采用“以旧引新”的教学方法。

我们以“二元一次方程”这个概念为例，做如下设计：

发问1. 方程 $2x - 5 = 0$ 叫做什么方程？

这是复习旧知识，让同学先思考，然后提问、解答。大部分同学都能知道它是一元一次方程。

发问2. “一元一次方程”中提到的“元”和“次”是什么意思？

这是深入复习，可让学生议论，然后提问，最后落实到“元”是指方程中的未知数，“次”是指方程中含有未知数

的项的最高次数。

发问3. $x + y = 7$ 叫不叫方程？为什么？

开始出现新内容，关键要求同学抓住方程的定义：含有未知数的等式叫做方程。

发问4. $x + y = 7$ 中含有几个未知数？含有未知数的项分别是几次？

这是给二元一次方程下定义的关键一步，只要同学们知道它含有两个未知数，并且含有未知数的项都是一次，那么这时给二元一次方程下定义的时机已经成熟，可先让学生说，教师再给予补充并明确下来。

这种“以旧引新”的作法，在本章中还有以下几例：

旧概念	新概念
方程的解	二元一次方程的一个解
解方程	解方程组
二元一次方程	三元一次方程
二元一次方程组	三元一次方程组

2. 讲清定义中关键文字的意义

数学中的定义言简意赅，因此讲清揭示这个概念本质的关键文字的含意是非常重要的。

如：“由几个一次方程组成并含有两个未知数的方程组，叫做二元一次方程组”

带点的文字可以说是关键性文字，应加以解释。“几个”在本定义中是“多于一个”、“至少两个”的意思；

“两个未知数”是指方程组中的未知数的个数总共有两个，

并不是说方程组中每个方程各含有两个未知数，如：

$$\begin{cases} 2x - y = 3 \\ y = x + 1, \end{cases} \quad (1) \quad \begin{cases} 2x - y = 3 \\ 3x + 2y = 5 \\ 6x + y = 1 \end{cases} \quad (2)$$

都是二元一次方程组，而

$$\begin{cases} 2x + y = 8 \\ 3y + z = 8, \end{cases} \quad \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3a + 2b = 7 \end{cases}$$

就不是二元一次方程组。然后说明本章所研究的二元一次方程组仅限于未知数的个数与方程的个数相等的情况，即第（1）种情况。

（二）用接近于生活的例子说明学习二元一次方程的意义。

最简单的一类方程是一元一次方程。

在思想上，人们也许没有认识到许多人每天都在解决这种类型的方程。也许你花3元5角买了7个梨，那么平均每个多少钱？你在脑子里，用7来除3.5，得到平均每个梨0.5元的答案。事实上，你等于在说 $7x = 3.5$ ，所以 $x = \frac{3.5}{7} =$

0.5。在生活中，不仅需要用到一元一次方程，还会用到二元一次方程的知识。

如：一个人想买4尺和6尺这两种长度的纸（宽度一样），可是商店里只有卖24米长的纸（宽度符合要求）那么买一张24米长的纸能裁成4尺和6尺长的纸各几张？你一定首先想24米等于72尺，可以裁成4尺的18张或6尺的12张，那么裁出既有4尺的又有6尺的有多少种可能呢？考虑到至少3张4尺的就能匀出6尺的2张，即18张4尺的每减少3张，就能多裁2张6尺的，见下表：

4 尺的: 18 15 12 9 6 3 0

6 尺的: 0 2 4 6 8 10 12

所以要裁出既有 4 尺的又有 6 尺的有 5 种可能。

事实上, 上面的过程等于在解一个二元一次方程, 设 4 尺的 x 张, 6 尺的 y 张, 则

$$4x + 6y = 72$$

$$\text{即: } y = \frac{2(18 - x)}{3}$$

这时 x 的值为 0 和 18 之间的整数。为了使 y 的值为整数, $18 - x$ 必须为 3 的倍数, 所以 x 必须为 3 的倍数, 分别令 $x = 0, 3, 6, 9, 12, 15, 18$ 得到 y 值分别为 12, 10, 8, 6, 4, 2, 0

∴ 满足方程 $4x + 6y = 72$ 的整数解有 7 个。

$$\text{分别为 } \begin{cases} x=0 \\ y=12, \end{cases} \begin{cases} x=3 \\ y=10, \end{cases} \begin{cases} x=6 \\ y=8, \end{cases} \begin{cases} x=9 \\ y=6, \end{cases} \begin{cases} x=12 \\ y=4, \end{cases} \\ \begin{cases} x=15 \\ y=2, \end{cases} \begin{cases} x=18 \\ y=0. \end{cases}$$

一般地, 对于一个二元一次方程 $ax + by = c$, 它的解有无数多个。

举一两个这样的例子, 使学生感到我们所要学习的二元一次方程来自于生活, 是为了解决实际问题, 并使学生理解二元一次方程解的不定性和相关性。

从解应用题的学习中, 同学们只能认识到学习解二元一次方程组的意义, 通过上面的例子同学们可以认识到学习二元一次方程的现实意义。

(三) 渗透转化思想, 明确转化条件和手段

——解方程组的教学

熟练、准确地解方程组是本章的基本要求也是本章的重点。

先看一个例子

姐姐和妹妹的岁数加起来等于8，而且今年姐姐的岁数恰好是妹妹的岁数的3倍，问今年姐姐和妹妹各几岁？

先把这段话“翻译”成代数语言。

用 日 常 语 言	用代数语言
姐姐的岁数	x
和妹妹的岁数	y
加起来等于8	$x + y = 8$
今年姐姐的岁数恰好是妹妹的岁数的3倍	$x = 3y$

我们把这两个方程重写一下

$$x + y = 8 \quad ①$$

$$x = 3y \quad ②$$

我们要求 x 和 y ，既要满足第①个方程，又要满足第②个方程。根据方程组的解的定义，实际上就是要求方程组

$$\begin{cases} x + y = 8 & ① \\ x = 3y & ② \end{cases}$$

的解。

我们第一学期刚学完一元一次方程和它的解法。现在要解二元一次方程组，能否利用已经学过的知识解决新的问题呢？也就是说二元一次方程组能否转化为一元一次方程呢？那么要实现转化必须具备转化条件，转化条件是哪？

由上面的例子我们知道：方程①的 y 与方程②的 y 表示

同一个量（都表示妹妹的岁数）；方程②中 x 与 $3y$ 是相等的关系；方程①中的 x 与方程②中的 x 也表示同一个量（都表示姐姐的岁数）

这就是转化条件。

把①的 x 用 $3y$ 代替。这时

$$y + 3y = 8$$

因为 y 与 $3y$ 中的 y 表示同一个量，所以可以合并同类项。

即 $4y = 8$ （一元一次方程）

从而实现了转化。

这里我们使用的转化手段就是代入消元法。

用实例说明方程组中同一字母表示相同的量宜于学生接受，一旦学生明白了这个道理，那么讲加减消元法也就容易理解了。

在讲三元一次方程组的解法时，着重分析解法思路。

“我们刚学完二元一次方程组，能否想办法把三元一次方程组转化为二元一次方程组来解，再将二元一次方程组转化为一元一次方程”。可用类似的办法完成这一节的教学，从而使学生了解由多元向一元的转化是解方程组的基本思想。

另外这部分的教学还要注意精讲多练，及时复习有关整式的加减法运算。

什么情况下用代入法较好，什么样情况用加减法较好，应该由学生自己总结。总之思想应当在学生的脑子里产生出来而教师仅仅起一个产婆的作用。

（四）教三分之一的数学，三分之二的“常识”

——应用题的教学

学生解应用题所遇到的第一个障碍就是对文字的理解，

然后是寻求等量关系，再则就是把表示等量关系的话译成数学式子即方程。

“翻译”的能力当然是学习代数的一项基本功，而正确地理解题意，并能寻求出等量关系则需要具备一定的阅读理解能力并懂得一些有关常识。因此应该训练并提高学生的阅读理解能力，使学生通过审题能领会题目的本质，当然这需要对题目中的一些“术语”以及一些相关的知识有所了解，才能彻底领会题意。下面举例供参考。

1. 例题的选择与搭配

我们看下面的三个例题，它们的本质是一样的。

例1. 一个商贩有两种胡桃，一种每斤值90分，另一种每斤值60分，他想混合成50斤杂拌，每斤72分。每种应该用多少斤？

设商贩用 x 斤第一种胡桃和 y 斤第二种胡桃，为便于研究，现把未知数与已知数排成下表：

	第一种	第二种	混合物
每斤的价格	90	60	72
重 量	x	y	50

把混合物的总重量用两种方式表示：

$$x + y = 50$$

然后，把混合物的总价格用两种方式表示：

$$90x + 60y = 72 \times 50$$

于是，我们得到一组二元一次联立方程，求得其值为 $x = 20$ ， $y = 30$ 。

例2. 现有浓度分别为30%和5%的两种烧碱溶液，现

用它们配制15%的烧碱溶液1000克，问需要这两种烧碱溶液各多少克？

设需浓度为30%的烧碱溶液 x 克，浓度为5%的烧碱溶液 y 克，已上题类似列表：

	第一种	第二种	混合物
浓 度	30%	5%	15%
溶 液 重 量	x	y	1000

把混合后溶液总重量用两种方式表示：

$$x + y = 1000$$

然后把混合后溶质总重量用两种方式表示：

$$x \times 30\% + y \times 5\% = 1000 \times 15\%$$

解这个二元一次方程组得

$$y = 400, \quad y = 600.$$

我们可以把上面的表格稍做修改。

	第一种	第二种	混合物
每100克含溶质量（克）	30	5	15
溶 液 重 量（克）	x	y	1000

这样混合后溶液总重量用两种方式表示：

$$x + y = 1000$$

混合后溶质总重量用两种方式表示：

$$30x + 5y = 15 \times 1000.$$

例3. 两块金和铜的合金，一块含金95%。而另一块含金80%，若它们与2克纯金熔合，得到含金90.6%的新合金

25克，计算原来两块合金的重量。

设含金95%的合金 x 克，含金80%的合金 y 克，列表如下，

	第一块	第二块	纯 金	新合金
每100克含金量(克)	95	80	100	90.6
合金重量(克)	x	y	2	25

把新合金的总重量用两种方式表示：

$$x + y + 2 = 25$$

把新合金的纯金量用两种方式表示：

$$95x + 80y + 200 = 90.6 \times 25$$

解得 $x = 15$ ， $y = 8$ 。

这三道题都是“混合问题”，从列的表以及列出的二元一次方程组可以看出它们的共同之处。而例1可能更易于被学生理解，在讲例1的基础上讲解例2和例3效果会好一些，而且这三道题要放在一起讲，好作比较。

下面两个题，都是按照时间顺序思考的。

例4. 甲接到完成120个零件的任务，工作1小时后，调来乙与甲合作，再做3小时完成，已知乙每小时比甲多做5个，求甲、乙每小时各做多少个？

例5. 甲、乙两家相距18里地，甲要到乙家去，骑车1小时后，乙从家出来迎接，走了2小时后，他们相遇，已知甲每小时比乙多走1里，求甲、乙每小时各走多少里？

我们可以把完成120个零件看作走一段路程，（甲工作1小时后）乙与甲合作，可以看作乙来迎接甲，然后在同一段