SELECTED WORKS OF
CHIEN WEI-ZANG

钱伟长学术论文集

第二卷

1956—1980

上海大学出版社

SELECTED WORKS OF
CHIEN WEI-ZANG

钱伟长学术论文集

第 二 卷

1956—1980

上海大学出版社
·上海·

图书在版编目(CIP)数据

钱伟长学术论文集. 第2卷/钱伟长著. —上海：上海大学出版社，2012.9
ISBN 978-7-5671-0384-9

Ⅰ. ①钱…　Ⅱ. ①钱…　Ⅲ. ①社会科学—文集 ②自然科学—文集　Ⅳ. ①Z427

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第203800号

本书由上海文化发展基金会图书专项基金资助

责任编辑　王悦生　傅玉芳　江振新
装帧设计　柯国富
技术编辑　章　斐　金　鑫

钱伟长学术论文集
第二卷
(1956—1980)
上海大学出版社出版发行
(上海市上大路99号　邮政编码200444)
(http://www.shangdapress.com　发行热线021—66135112)
出版人：郭纯生
*
南京展望文化发展有限公司排版
上海书刊印刷有限公司印刷　　各地新华书店经销
开本787×960　1/16　印张29.25　字数573 000
2012年9月第1版　2012年9月第1次印刷
ISBN 978-7-5671-0384-9/Z·035　定价：78.00元

本书编委会

序　一

今年10月9日，是我国著名的科学家、教育家，伟大的爱国主义者钱伟长先生诞辰100周年的纪念日。全国政协、民盟中央以及钱老的家乡江苏省将会以多种形式来纪念钱先生。作为他度过生命中的最后时光的单位，上海大学将重新收集、整理并出版钱老的文选、学术论文集、博士学位论文等书籍，以纪念这位让广大师生尊敬的老校长，的确是一项极有意义、极具价值的工作，也是值得称道的事情。

钱老出生于江苏无锡的一个书香世家，早年随四叔钱穆研习文史，打下了扎实的国学基础。1931年，他以历史和国学的优异成绩考入清华大学文学院。入学后不久，九一八事变爆发。日本人的入侵，民族危机的严重，促使他在一夜之间改变了想法，立志弃文从理，走科学救国之路。在名师众多、学风严谨的清华物理系，钱伟长的学术能力得到很好的锤炼与提升。1940年，钱老负笈海外，赴加拿大多伦多大学留学，师从辛吉教授研究弹性力学，仅用两年时间就通过了博士学位论文答辩。他和导师合作的弹性板壳的内禀理论的论文，发表于世界导弹之父冯·卡门的60岁祝寿文集内，由此奠定了钱老在国际学术界的地位。1943年，钱老进入美国加州理工学院冯·卡门教授主持的喷射推进研究所工作，从事火箭弹道、火箭的气动及传热设计、人造卫星的轨道计算等研究，成为世界火箭、宇航工程的先行者之一。

1946年，钱老放弃在美国的优厚待遇和舒适的工作环境，毅然决然返回国内，在清华园从事教学和科研工作。20世纪的50年代中期，由周恩来总理亲自主持的"十二年科学规划"工作中，钱老、钱学森和钱三强这三位科学家因具有超前的战略眼光，被周总理赞誉为"中国的三钱"。作为享誉中外的著名科学家，钱老在奇异摄动理论、圆环壳的一般解、广义变分原理的研究及应用等方面贡献卓著；还根据国家的需求，研制出超过国际水平的锌-空气电池；研究高速撞击问题并出版专著《穿甲力学》。1984年，他提出汉字宏观字形编码，简称"钱码"，对中文信息处理技

术的发展起到了极大的推动作用。

钱老作为杰出的教育家,他非常注重人的全面成长,既重视科学基础知识的教育,同时又强调人文科学对学生教育的影响。主张大学教育应以打好基础,培养学生的自学能力为主;大学专业不应分得过细,科学教育应与人文教育相结合。1983年,他被任命为上海工业大学校长,在上海又延续了对人才培养的持续探索。上任伊始,他就提出并推进了一系列的教育教学改革措施,提出"拆除四堵墙"(学校和社会之间的墙,教学与科研之间的墙,各学院与各专业之间的墙,教与学之间的墙),强调学科交叉,夯实基础,拓宽专业,注重科学教育与人文教育的相互融合,培养全面发展的人。1994年,新上海大学组建,钱老的教育理念有了更加广阔的实践空间,他提出为学首先要学会做人,重视通识教育,强调道德、艺术和文化的基本素养,应是人人必备的;强调文理渗透,理工科学生要具备人文素质修养,注重科学素质教育与人文素质教育的融合,引导学生在专业学习的同时,奠定人文知识的基础,成为一个全面发展的人。他多次在不同的场合中指出,科学教育与人文教育是人类文明发展的双翼,缺一不可。

我个人与钱老有过共事、交往27个春秋的经历。多少年过去后,我依然清晰地记得我们当初交往和一起工作的点点滴滴。1983年初,他履任上海工业大学校长,随后他到各系科调研时和我有了初次见面,不久我便出国。1984年秋,钱老赴丹麦哥本哈根出席世界力学大会时,我们再次见面,白天我请他去我所在的公司参观考察,晚上彻夜长谈。他热切地敦促我早点回国,希望我能协助他推进上海工业大学的教育改革和提高师资的科研水平。钱老深情地对我说:"国家和学校都需要你,我也需要你回去帮我一起管理学校。"我深感此话的分量,国家正在快速发展,教育科研岗位需要我。于是我尽快结束了在国外的研究工作,提前回国,回到我魂牵梦绕的大学校园。1986年,我从国外回来后不久就被任命为上海工业大学副校长,几个月以后又被任命为常务副校长。在协助钱老管理学校的那几年里,钱老和我经常为了学校建设的方方面面开展持续的调研和座谈交流工作。钱老总是十分关心与教学、科研和服务社会等密切相关的事。从师资队伍的建设、高端人才的引进,到与大型企业的对接、大型项目的承接;从学校图书馆的建设、原版资料的选购,到实验室仪器设备的配置;从教导学生正确的学习方法,到鼓励教师学计算机、学外语,开展国际学术交流;从学校行政管理改革,到育人环境和制度建设,钱老都密切关注。正是有钱老的关注和督促,才有了学校教育理念的不断更新,管理队伍

思想观念的不断进步。

1994 年由上海科技大学、上海工业大学、原来的上海大学以及上海科技高等专科学校等四校合并组建新上海大学，德高望重的钱老再次领命就任校长。老骥伏枥，志在千里，在钱校长的带领和广大师生的努力下，1996 年新组建的上海大学跻身“211 工程”，1998 年新校区建成投入使用，一个更加宽广的舞台铺开了，学校的发展与改革跨跃新台阶的序幕再次拉开。这个时期，我已经到上海市政府工作，对钱老为推进学校跃升，审时度势、抓住机遇、顺势而上所起到的奠基性的、他人无法替代的作用是非常清楚的。这些往事给我和学校其他同事都留下了深刻的印象。

钱老曾说，回顾这一辈子，他是一个科学工作者、教育工作者，但更是一个爱国主义者。他一辈子投身祖国的科教事业，并取得了卓越的成就，他始终以国家和民族利益为重的高尚品质，已经很好地诠释了他的话。晚年高龄时，他更是积极地参政议政，与共产党人共商国是，积极地推动祖国的和平统一大业。没有对祖国的真挚感情，哪有他的人生动力和远大目标。每每回忆起这些事，我都深深地为钱老的人格魅力和爱国情怀所感动，也深深地觉得当代学界更应该像老一辈科学家一样，将爱国作为自己追求事业成功的唯一动力。

钱老不仅身体力行爱国，他更是重视通过教育来培养具有爱国精神的一代又一代的莘莘学子。他说上海大学的校训光有“自强不息”四个字还不够，还要加上“先天下之忧而忧，后天下之乐而乐”。“所谓‘忧’，就是要忧国之所忧、忧民之所忧，把个人价值的实现同国家的强盛、民族的发展和人民的利益结合起来”，要把百姓之忧、国家之忧、民族之忧时刻放在心上。今天，上海大学的校训因含有“先天下之忧而忧，后天下之乐而乐”而独具特色，彰显了这位科学大师的胸怀与境界。

纪念钱老百年诞辰，就是要缅怀他的伟大成就，就是要继承和发扬他的爱国精神。上海大学拟出版《钱伟长文选》、《钱伟长学术论文集》和他的博士学位论文《弹性板壳的内禀理论》(英文版)等系列书籍来纪念这位科学巨匠、教育大家，这是方便年青后学很好地阅读大师、传承大师，从而继续钱老未竟的事业。其中，《钱伟长文选》精心收录了钱老从 1949 年至 2008 年半个多世纪间有关教育、教学、科研等方面的重要文章和讲话稿，共 280 篇，按时间顺序分六卷出版。这些文章和讲话稿，涉及哲学、历史学、文学、自然科学、工程技术、区域经济、城市建设、管理学、教育学等，反映了钱老对祖国的科学教育事业的真知灼见和热诚实践，对国家和民族

在社会、经济、科技、文化发展等方面的关注和投入，其中有许多文章是他前瞻性的思考与探索的结晶，文章的字里行间洋溢着他和中国共产党肝胆相照之情，充分体现了他的拳拳爱国之心以及丰富的学识和坦荡的胸怀。《钱伟长学术论文集》共收录108篇学术论文，内容包括板壳内禀理论、薄板大挠度问题、环壳理论及其应用、广义变分原理、汉字计算机输入编码等。我想，这些书籍的出版，对于我们进一步了解钱老的学术成就和贡献、了解其爱国奉献的一生是极有帮助的。

是为序。

徐匡迪

2012年9月1日

序　二

值此钱伟长先生一百周年诞辰之际，上海大学出版社出版《钱伟长学术论文集》，是对这位著名科学家的最好的纪念，可以让广大读者直接和完整地阅读并研究他半个多世纪的科研生涯中公开发表的主要论文，了解他的学术贡献和治学理念，领略这位大师的风采，因此是一件极有意义的事情。

为了便于读者阅读、理解这一论文集，仅就我个人的了解和体会，尝试着对本书的内容做一概括介绍。

钱伟长先生的科学研究始于上个世纪的三四十年代，那是航空航海事业突飞猛进的时代，现代化大工业蓬勃发展的时代，自然科学基础研究展现价值的时代，大量复杂的科学技术问题向科学家们提出了严峻的挑战，其中的非线性问题一时成为人们集中关注的焦点。钱伟长先生敏锐地抓住这一关键，以大变形板壳力学问题为突破口，主攻非线性力学，且以此为自己毕生的事业，做出了一系列重要贡献。作为兴趣广泛的科学家，他根据时代发展的需要，还涉猎于一些其他研究领域，也卓有成就。

这里概述钱伟长先生的主要学术贡献。

在20世纪40年代，钱伟长先生在弹性板壳的内禀理论方面做了一系列工作。弹性薄板和薄壳是广泛应用于工程技术中的结构元件，当时已有大量分散的工作，但尚无完整的理论体系和系统的简化近似方法。他与他的导师J. L. Synge教授一起，首次采用张量分析这一有力工具，经过宏微观全面分析，建立了弹性板壳内禀统一理论；他在微观分析中采用了一种全新的拖带坐标系，可用以描述各种不同形状的薄壳和薄板问题，并根据板壳特征尺度与曲率半径之比及其与相对厚度的关系，提出了统一的简化近似方法，对薄板、薄壳进行了详尽细致的分类，导出了一些已知的线性和非线性板壳力学方程，并由此产生了由后人命名的的“钱伟长方程”。这一工作在国际上产生了重要影响，借此奠定了他在力学界的学术地位。

钱伟长先生回国后的头一个十年，对弹性薄板大挠度问题进行了集中研究，这是一个涉及构件大变形的几何非线性问题，受到了 von Kármán 等科学家的密切关注，但当时缺乏准确有效的解法。1947 年，钱伟长独辟蹊径，提出一种系统近似法（后人称为“钱伟长方法”），对圆薄板大挠度问题采用中心挠度作为摄动参数，进行逐次逼近，取得了符合于实验结果的摄动解。接着，在 1948 年，为了解决更大挠度的问题，他把边界层理论的思想引入圆薄板大挠度分析，提出了一种独到的方法（后人称之为合成展开法），这是具有开创性的一种新的奇异摄动法。此后，他率领一批学生进一步完善和发展了相关工作，并因此于 1955 年获得了国家自然科学二等奖。

钱伟长先生另一项重要成就是对广义变分原理的研究。20 世纪 50 年代末，他率领团队开始从事此项研究。1964 年，为了改变寻求变分原理泛函的试凑途径，提出了一种拉格朗日乘子法，从最小位能原理或最小余能原理等约束条件出发，把约束条件用拉格朗日乘子引入泛函，化为无条件的变分驻值原理，经过变分得到待定的拉格朗日乘子用原始变量的表达式，建立广义变分原理的驻值变分泛函，并据此导出了壳体非线性方程。这是领先于国际同行的开创性工作。1978 年之后，他深入研究了广义变分原理在有限元计算中的应用，推动了协调元、杂交元和混合元方法的发展和应用。1982 年，由于他在广义变分原理方面的成就，再度获得国家自然科学二等奖。

1979 年以后，钱伟长先生关注环壳理论及其应用，显示了他建模分析、解析求解的功力和理论联系实际的卓越能力。圆环壳是弹性元件和其他壳体结构中常见的一种形式，在许多仪器仪表工业中有着广泛的应用。圆环壳方程非常复杂，难于求解。钱伟长给出了轴对称圆环壳的复变量方程的特解和一般解，解决了困扰人们几十年的难题，并提出了非线性计算通用程序，可用于仪表元件和波纹管设计。

钱伟长先生在流体力学方面也做出过积极贡献。1947 年，他采用经他拓广的摄动法，改进了 Th. von Kármán 和 N. B. Moore 的超声速锥型流的渐近解；1949 年，他采用渐近展开法，仅用三个简化假设导出了润滑问题的高阶雷诺方程；1984 年，他从流体力学基本方程出发，建立了更为普遍的变分原理，并用它建立的拉格朗日乘子法建立了广义变分原理。

20 世纪 70 年代，钱伟长先生参与了锌-空气高能电池的研制，取得了富有成效的成果。

20 世纪 80 年代，钱伟长先生提出了汉字宏观字形编码（简称“钱码”），根据汉字使用习惯和识字规律，结合汉字结构特点，给出简洁的输入规则，是早期的最优输入法之一，许多巧妙构思被后来的计算机汉字输入法吸纳。

以上仅归纳了钱伟长先生在漫长的学术生涯中的主要贡献，从这个四卷本论文集中这些贡献得到了较为全面的反映，读者朋友可以细细品味。

细读这本论文集，我们可以体会到钱伟长先生在长期科研实践中形成的治学理念，这就是：高瞻远瞩，锐意创新，求真务实。他一向认为，科学研究要从实际出发，为社会发展和学科发展服务，要高瞻远瞩地根据实际需要来选题；而科学研究必须从基础研究入手，不能就事论事，照抄照搬，必须狠下功夫，大力从事机理性探索，不断提出新概念、新方法，所得到的结果必须接受实践的检验。从文集中的每一篇论文中，我们都可以看到创新精神的光芒。

我相信，不仅力学工作者可以从阅读这本论文集获益，其他领域的读者也可从中得到有益的知识和启示。

郑哲敏

2012 年 9 月 6 日

目　　录

Problem of Large Deflection of Circular Plate

Abstract Presented before the 3rd Scientific Congress organised at Karpacz, August 1955, by the Department of Mechanics of Continuous Media, IBTP, Polish Academy of Sciences.

Consider a circular plate of radius a and thickness h under uniformly distributed load q per unit area. We denote the lateral deflection by w, the radial membrane stress by N_r, and the circumferential membrane stress by N_t; they are functions of the radial distance r from the centre of plate. They satisfy the following von Kármán equations for large deflection:

$$\left.\begin{aligned} & D\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left[\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(r\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}r}\right)\right]=N_r\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}r}+\frac{qr}{2}, \\ & r\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left[\frac{1}{r}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(r^2N_r)\right]+\frac{Eh}{2}\left(\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}r}\right)^2=0, \\ & N_t=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}(rN_r), \end{aligned}\right\} \tag{1}$$

where E is Young's modulus of the material of the plate and $D=Eh^3/12(1-\nu^2)$ is the flexural rigidity of the plate.

These equations will be solved for the following general edge conditions:

$$\left.\begin{aligned} & w=0,\ D\left(\frac{\mathrm{d}^2w}{\mathrm{d}r^2}+\frac{\nu}{r}\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}r}\right)=-K_2\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}r}, \\ & N_r=-\frac{K_1}{Eh}\left[r\frac{\mathrm{d}N_r}{\mathrm{d}r}+(1-\nu)N_r\right], \end{aligned}\quad \text{at } r=a,\right\} \tag{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}w}{\mathrm{d}r} \quad \text{and} \quad N_r \quad \text{finite} \quad \text{at} \quad r=0, \tag{3}$$

Reprinted from *Archiwum Mechaniki Stosowancj*, Warszawa, 1956, 8(1): 1-12.

where K_1 and K_2 are elastic constants for the support. It is evident that for various edge conditions we have the following particular values of K_1 and K_2:

(a) $K_1 = 0$, $K_2 = 0$ for simply supported edges,

(b) $K_1 = \infty$, $K_2 = 0$ for simply supported but fastened edges,

(c) $K_1 = \infty$, $K_2 = \infty$ for rigidly clamped edges,

(d) $K_1 = 0$, $K_2 = \infty$ for clamped edges but free for slipping,

(e) $K_1 \geqslant 0$, $K_2 \geqslant 0$ for all kinds of elastically supported edges.

Equations (1) have been studied by S. Way[1], with the power series method for the case of clamped edge condition. However, the power series method is too laborious to be applicable to any other more important cases.

We shall now treat this general problem by the method of successive approximation based upon a small parameter related to the ratio of deflection to thickness.

In order to simplify these equations and edge conditions, let us introduce the following dimensionless variables:

$$\left.\begin{aligned} &x = 1-\frac{r^2}{a^2},\ \overline{W} = \sqrt{3(1-\nu^2)}\,\frac{w}{h},\ S = 3(1-\nu^2)\,\frac{a^2 N_r}{Eh^3},\\ &T = 3(1-\nu^2)\,\frac{a^2 N_t}{Eh^3},\ Q = \frac{3}{4}(1-\nu^2)\sqrt{3(1-\nu^2)}\,\frac{a^4 q}{Eh^4}. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

In terms of these variables, von Kármán's equation (1) can be written in the following form:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left[(1-x)\,\frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}x}\right] = S\,\frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}x} - Q,\\ &\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left[(1-x)\,\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x}\right] + \frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}x}\right)^2 = 0,\\ &T = S - 2(1-x)\,\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x}. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

The corresponding edge conditions may be written in the form

$$\left.\begin{aligned} &\overline{W} = 0,\ \frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}x} = \lambda\,\frac{\mathrm{d}^2\overline{W}}{\mathrm{d}x^2},\ S = \mu\,\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}x}\quad \text{at } x = 0,\\ &\frac{\mathrm{d}\overline{W}}{\mathrm{d}x} \quad \text{and} \quad S \quad \text{finite} \quad \text{at} \quad x = 1, \end{aligned}\right\} \tag{6}$$

where λ and μ take various values for various edge conditions:

$$\lambda = \frac{2}{\dfrac{K_2 a}{D} + (1+\nu)}, \quad \mu = \frac{2}{\dfrac{Eh}{K_1} + (1-\nu)}. \tag{7}$$

We shall now solve Eqs. (5) under the edge conditions (6) by the perturbation method based upon the smallness of the maximum deflection at centre.

Let

$$\overline{W}_m = [\overline{W}]_{x=1} = \sqrt{3(1-\nu^2)}\left[\frac{w}{h}\right]_{r=0}. \tag{8}$$

It is evident that

$$\overline{W} = \overline{W}(\overline{W}_m, x), \; S = S(\overline{W}_m, x), \; T = T(\overline{W}_m, x), \; Q = Q(\overline{W}_m). \tag{9}$$

For small $\overline{W}_m$, we may expand every quantity in ascending powers of $\overline{W}_m$:

$$\left.\begin{aligned} Q &= \alpha_1 \overline{W}_m + \alpha_3 \overline{W}_m^3 + \cdots, \\ \overline{W} &= w_1(x)\overline{W}_m + w_3(x)\overline{W}_m^3 + \cdots, \\ S &= s_2(x)\overline{W}_m^2 + s_4(x)\overline{W}_m^4 + \cdots, \\ T &= t_2(x)\overline{W}_m^2 + t_4(x)\overline{W}_m^4 + \cdots, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

where α's are constants, and $w_k(x)$, $s_k(x)$ and $t_k(x)$ are functions of x to be determined.

We substitute the expressions (10) into (5) and (6). By collecting terms of successive orders in $\overline{W}_m$, we obtain a sequence of linear differential equations for $\alpha_1, w_1, s_2, t_2; \alpha_3, w_3, s_4, t_4; \cdots$, successively accompanied by the corresponding boundary conditions.

For α_1 and w_1, we find the following problem:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{d^2}{dx^2}\left[(1-x)\frac{dw_1}{dx}\right] = -\alpha_1, \\ &w_1(1) = 1, \; w_1(0) = 0, \; w_1'(0) - \lambda w_1''(0) = 0, \\ &w_1'(1) \quad \text{remains finite.} \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

The solution of (11) is

$$\left.\begin{aligned} w_1(x) &= \frac{1}{1+2\lambda}(x^2 + 2\lambda x), \\ \alpha_1 &= \frac{4}{1+2\lambda}. \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

This is the well-known solution of a circular plate under uniform load with very small deflection (or the solution of Poisson's theory).

For $s_2(x)$ and $t_2(x)$, we have the equations and boundary conditions as follows:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}[(1-x)s_2]+\frac{1}{2}\left(\frac{\mathrm{d}w_1}{\mathrm{d}x}\right)^2=0,\\&t_2=s_2-2(1-x)\frac{\mathrm{d}s_2}{\mathrm{d}x},\\&s_2(0)-\mu s_2'(0)=0,\ s_2(1)\text{ remains finite.}\end{aligned}\right\}\tag{13}$$

The solution of this problem is

$$\left.\begin{aligned}s_2&=\frac{1}{6(1+2\lambda)^2}[x^3+(1+4\lambda)x^2+(1+4\lambda+6\lambda^2)x\\&\quad+\mu(1+4\lambda+6\lambda^2)],\\t_2&=\frac{1}{6(1+2\lambda)^2}[7x^3-(1-20\lambda)x^2-(1+4\lambda-18\lambda^2)x\\&\quad+(\mu-2)(1+4\lambda+6\lambda^2)].\end{aligned}\right\}\tag{14}$$

The next approximation gives the equations

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}x^2}\left[(1-x)\frac{\mathrm{d}w_2}{\mathrm{d}x}\right]=s_2\frac{\mathrm{d}w_1}{\mathrm{d}x}-\alpha_3,\\&w_3(1)=0,\ w_3(0)=0,\ w_3'(0)-\lambda w_3''(0)=0,\\&w_3'(1)\text{ remains finite,}\end{aligned}\right\}\tag{15}$$

where s_2 and w_1 have already been found as in (12) and (14). The solution of this problem is

$$\begin{aligned}\alpha_3&=\frac{1}{370(1+2\lambda)^4}[73+388\lambda+825\lambda^2+840\lambda^3+360\lambda^4\\&\quad+10\mu(5+35\lambda+108\lambda^2+162\lambda^3+108\lambda^4)],\end{aligned}\tag{16.1}$$

$$\begin{aligned}w_3=&-\frac{1}{1\,080(1+2\lambda)^4}\{2(1+2\lambda)x^6+6(1+5\lambda+6\lambda^2)x^5\\&+15(1+6\lambda+13\lambda^2+10\lambda^3)x^4+20[1+7\lambda+19\lambda^2+24\lambda^3+12\lambda^4\\&+\mu(1+6\lambda+14\lambda^2+12\lambda^3)]x^3-[43+175\lambda+255\lambda^2+120\lambda^3\\&+\mu(20+80\lambda+120\lambda^2)]x^2-[86\lambda+356\lambda^2+510\lambda^3+240\lambda^4\\&+\mu(40\lambda+160\lambda^2+240\lambda^3)]x\}.\end{aligned}\tag{16.2}$$