

应用型本科“十二五”重点规划教材

# 大学物理实验教程

DAXUE

WULI

SHIYAN JIAOCHENG

主编 吕金钟



北京交通大学出版社

<http://press.bjtu.edu.cn>

应用型本科“十二五”重点规划教材

# 大学物理实验教程

主 编 吕金钟

副主编 丛红璐

参 编 赵彦霞 陈 雷 谢其钿  
郭远超 唐多昌 李 策  
曹素霞 赵玉娜 成 爽  
于 娜 刘雪华 马雪玲

北京交通大学出版社

· 北京 ·

## 内 容 简 介

本书是根据教育部高等物理基础课程指导分委会制定的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》而编写的,内容包括测量误差与数据处理的基础知识、基础实验、近代综合与应用性实验、设计性实验4个部分。

为了便于学生的预习,本书力求做到让实验物理概念清晰,实验测量原理简洁,实验要求明确。每个实验的内容安排是实验标题(引言)、实验目的、实验仪器、实验测量原理、实验内容与数据处理(包括不确定度计算)、注意事项、思考题,以使学生在撰写实验报告时熟悉科学论文的写作方式。在数据处理上,本书注重图表法、作图法的基本要求,鼓励学生使用 Excel 等计算机软件完成作图和最小二乘法的计算。

本书可作为高等院校非物理专业本专科、成教及各类高职院校大学实验物理课程的教材或参考用书。

版权所有,侵权必究。

### 图书在版编目(CIP)数据

大学物理实验教程/吕金钟主编. —北京:北京交通大学出版社, 2012. 1

(应用型本科“十二五”重点规划教材)

ISBN 978-7-5121-0894-3

I. ①大… II. ①吕… III. ①物理学—实验—高等学校—教材 IV. ①O4-33

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 009959 号

责任编辑:郝建芳 吴嫦娥

出版发行:北京交通大学出版社

邮 编:100044

电 话:010-51686414

印 刷 者:北京瑞达方舟印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印张:9 字数:193 千字

版 次:2012 年 2 月第 1 版 2012 年 2 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-5121-0894-3/O·93

印 数:1~2 400 册 定价:23.00 元

---

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。

投诉电话:010-51686043, 51686008; 传真:010-62225406; E-mail: press@bjtu.edu.cn。

# 前 言

本书是根据教育部高等物理基础课程指导分委会制定的《非物理类理工科大学物理实验课程教学基本要求》，结合北京交通大学海滨学院近两年大学物理实验课程建设而编写的，内容包括测量误差与数据处理基础知识，力、热、声、光、电及近代物理的 19 个实验和 8 个提高学生实验设计能力的简单实验。这些实验是大学物理教研室的教师们的实验教学实践及经验的反映，也是其为提高大学物理实验教学质量所作出的努力的体现。

为了便于学生的预习，本书力求做到让实验物理概念清晰，内容简洁，实验要求明确。每个实验的内容安排是实验标题（引言）、实验目的、实验仪器、实验测量原理、实验内容与数据处理（包括不确定度计算）、注意事项、思考题，以使学生在撰写实验报告时熟悉科学论文的写作方式。每个实验的后面都附有思考题，一方面为加深学生对实验的理解，另一方面为学生在对实验结果分析讨论时提供思路。在数据处理上，本书注重不确定度的计算，注重图表法、作图法、最小二乘法的要求，鼓励学生使用 Excel 等计算机软件完成作图和最小二乘法的计算。

参加本书编写的有赵彦霞（2.1 和 3.6）、陈雷（2.2）、谢其钿（2.3 和 3.2）、郭远超（2.4）、唐多昌（2.5 和第 4 章）、丛红璐（2.6 和 3.9）、李策（2.7）、曹素霞（3.1 和 3.11）、赵玉娜（3.3）、成爽（3.4）、于娜（3.5 和 3.12）、刘雪华（3.7 和 3.10）、赵玉娜和成爽（3.8），本书的附录由马雪玲提供。丛红璐完成部分统稿工作，吕金钟完成测量误差的编写及本书的统稿和定稿。

本书是在校内实验讲义基础上编写的，它包含着许多同仁的贡献。感谢曾宏伟、王刚、张静、朱子忠老师曾经的辛勤劳动和智慧，感谢郑小秋、吴秀文和王代殊老师在本书编写过程中所给予的帮助。

本书在编写过程中参考了若干现有的实验教材，在此对相关作者表示诚挚的感谢。同时感谢北京交通大学海滨学院领导和教务处的支持和帮助。

由于编者水平有限，书中难免存在不妥之处，恳请读者批评指正。

编 者

2011 年 12 月

# 目 录

|                             |     |
|-----------------------------|-----|
| 学生必读 .....                  | 1   |
| 第 1 章 测量误差与数据处理的基础知识 .....  | 5   |
| 1.1 测量与测量误差 .....           | 5   |
| 1.1.1 测量 .....              | 5   |
| 1.1.2 测量误差 .....            | 6   |
| 1.2 数据处理与测量结果表示 .....       | 11  |
| 1.2.1 测量值的有效数字 .....        | 11  |
| 1.2.2 测量结果的表示及不确定度估计 .....  | 13  |
| 1.2.3 实验数据处理方法 .....        | 18  |
| 练习题 .....                   | 23  |
| 第 2 章 基础实验 .....            | 26  |
| 2.1 长度和物体密度的测量 .....        | 26  |
| 2.2 静态拉伸法测材料的杨氏模量 .....     | 32  |
| 2.3 三线摆法测刚体的转动惯量 .....      | 36  |
| 2.4 示波器的原理与使用 .....         | 41  |
| 2.5 直流电桥法测电阻 .....          | 50  |
| 2.6 分光计的调整与使用 .....         | 57  |
| 2.7 不良热导体导热系数的测定 .....      | 63  |
| 第 3 章 近代综合与应用性实验 .....      | 68  |
| 3.1 密立根油滴仪测量电子电量 .....      | 68  |
| 3.2 空气中声速的测量 .....          | 73  |
| 3.3 分压限流与二极管伏安特性的测量 .....   | 76  |
| 3.4 霍耳效应测量磁场 .....          | 83  |
| 3.5 迈克尔逊干涉仪测量激光波长 .....     | 88  |
| 3.6 光电效应测定普朗克常量 .....       | 92  |
| 3.7 弗兰克 - 赫兹 (F-H) 实验 ..... | 96  |
| 3.8 动态共振法测材料的杨氏模量 .....     | 100 |
| 3.9 超声光栅测量液体中的声速 .....      | 105 |
| 3.10 等厚干涉及应用 .....          | 109 |
| 3.11 金属电子逸出功的测量 .....       | 114 |

---

|             |                         |            |
|-------------|-------------------------|------------|
| 3.12        | 软磁材料磁滞回线的测量 .....       | 119        |
| <b>第4章</b>  | <b>设计性实验 .....</b>      | <b>121</b> |
| 4.1         | 利用单摆测量重力加速度 .....       | 121        |
| 4.2         | 弹簧质量对振动周期的影响 .....      | 122        |
| 4.3         | 测量固体的密度 .....           | 123        |
| 4.4         | 测量电风扇的转速 .....          | 124        |
| 4.5         | 三棱镜折射率的测定 .....         | 124        |
| 4.6         | 电表的改装和校准 .....          | 125        |
| 4.7         | 偏振光的研究 .....            | 126        |
| 4.8         | 测量小灯泡的伏安特性曲线 .....      | 128        |
| <b>附录A</b>  | <b>国际单位制 (SI) .....</b> | <b>129</b> |
| <b>附录B</b>  | <b>常用物理常量及符号 .....</b>  | <b>130</b> |
| <b>附录C</b>  | <b>常用数学公式 .....</b>     | <b>133</b> |
| <b>附录D</b>  | <b>希腊字母 .....</b>       | <b>135</b> |
| <b>参考文献</b> | <b>.....</b>            | <b>136</b> |

# 学 生 必 读

## 一、珍惜物理实验课的学习机会

物理学本质上是一门实验科学，“大学物理实验”是一门独立的必修基础课程，其内容涉及最基本的力、热、声、光、电及近代物理等方面，体现了大多数科学实验的共性，是学生进入大学后系统实验方法和实验技能训练的开端，将为学生今后的学习和工作奠定实验基础。物理实验教学和物理理论教学在学生的培养过程中具有同等重要的地位，它们既有内在的联系又有各自的任务和作用，二者相辅相成使学生在不断探索中加深对自然界的认识，初步学会一些实验仪器的操作，了解测量的误差理论和测量数据的基本处理方法，掌握测量结果的正确表示和可信度的估计（不确定度的计算），以及能规范地写出实验报告和初步了解科学论文的写作形式。

## 二、完成物理实验课的 3 个基本教学要求

### 1. 做好实验前的预习

教学要求学生实验前一定要设计好原始数据记录表格，这就要求學生一定要预先认真阅读实验教材，或者还需要到图书馆或网上查找其他参考学习资料，了解实验测量的原理，以清楚实验中需要直接测量记录的是什么物理量和需要什么仪器进行直接测量。例如，测量空心圆柱体的质量密度的实验，其原理为  $\rho = \frac{M}{V} = \frac{4M}{\pi(D_1^2 - D_2^2)h}$ ，其中  $M$  是柱体的质量， $D_1$  是柱体的外径， $D_2$  为其内径， $h$  是其高。质量密度的间接测量实验中需用游标卡尺分别对  $D_1$ ， $D_2$ ， $h$  各进行 6 次的直接测量，其原始数据表格可设计如表 0-1 所示。

表 0-1 测量空心圆柱体的内外径及高度的原始数据（游标卡尺：0.02 mm）

| 项目<br>读数<br>次数 | 外径 $D_1$ /mm | 内径 $D_2$ /mm | 高 $h$ /mm |
|----------------|--------------|--------------|-----------|
| 1              |              |              |           |
| 2              |              |              |           |
| ⋮              |              |              |           |
| 6              |              |              |           |

预习过程是一个锻炼和培养学生自学能力的过程，是一个艰苦且可以展现自我的过程。只有在充分了解实验内容和要求的基础上才能在实验中有目的地观测实验现象，才能主动地思考问题，减少操作中的迷茫。也只有这样才能逐渐增强自信，才能在实验中得到较大的学习收获。

## 2. 认真进行实验操作和细心观测实验现象

实验操作和观测过程是整个实验教学中最重要的一环，因为实验不是简单地测出几个数据，其重点是对自己实验能力的培养。

(1) 认真听教师讲解。每次实验前，教师将就本次实验的内容和要求、仪器的使用和注意事项、难点和重点及提示等作简要讲解，学生只有认真听讲才能使操作实验过程顺利进行。

(2) 严肃、认真、安全、细心地完成实验过程。在实验室要遵守实验室规则，先从熟悉实验仪器开始并合理地进行布置摆放，注意仪器设备的操作规程及注意事项（如需预热的仪器的预热操作、精密仪器设备的轻拿轻放、光学元器件的保护、旋钮的轻缓旋动等），然后安全地进行实验操作，细心地观测实验现象并及时记录测量的原始数据。

不要期望实验过程会一帆风顺，问题的出现正是学习的良机。遇到问题时首先要冷静地分析，在教师指导下力求自己动手解决，从中学习排除故障的方法。

实验过程中在自己拟好的原始数据表格上及时地用钢笔或圆珠笔（不允许用铅笔）清楚地记录下所测量的数据，不要把测量数据先记在另外的纸张上再抄写在原始数据表格中。注意数据的单位和有效数字的位数，有时也必须注意记录数据的相关实验环境条件。如果数据记录错了，应把错误的数字划掉，并在旁边写上正确的数据。总之，要使正误数据都能清晰可辨，以供在分析测量结果和误差时参考。如果错误数据太多或对记录数据有疑问，就需要重新记录。实验原始数据决定着实验的结果，未经重新测量绝不允许修改实验数据，这是一个科学工作者应有的基本常识和道德修养。

## 3. 撰写实验报告

(1) 实验报告是整个实验工作的总结，也是培养科学表达能力的主要环节。报告一律采用统一的实验报告纸书写，文字要工整，语句要简练，阐述要清晰，图表要规范，结果表示要正确，分析讨论要认真。

(2) 完整的实验报告通常包括以下几方面内容。

① 实验名称，实验者姓名、班级、学号，实验日期（如果有同组人，还要写清同组人的姓名、班级、学号）。

② 实验目的：实验目的要简明扼要。

③ 实验仪器：主要仪器的名称、规格型号及仪器误差。

④ 实验测量原理：简明的实验测量所依据的原理和公式（一般不要公式的推导），并且标明公式中各物理量的意义，画出必要的原理图、电路图或光路图。

⑤ 实验内容与数据处理：内容包括对物理现象的观察和各种物理量的直接测量。实验数



据的处理要简明, 要注意逻辑性, 要有间接量的计算过程, 并且为了能直观表达相关物理量之间的对应关系, 常常报告中需再次设计新的数据表格, 以包括经过计算处理的数据。例如对应原始数据表 0-1 实验报告中的数据处理表格可设计成表 0-2。

表 0-2 空心圆柱体的内外径及高度的有关数据 (游标卡尺: 0.02 mm)

| 项目<br>读数<br>次数 | 外径 $D_1$ /mm  | 内径 $D_2$ /mm  | 高 $h$ /mm   |
|----------------|---------------|---------------|-------------|
| 1              |               |               |             |
| 2              |               |               |             |
| ⋮              |               |               |             |
| 6              |               |               |             |
| 平均             | $\bar{D}_1 =$ | $\bar{D}_2 =$ | $\bar{h} =$ |

要求作图的, 应按作图规则用坐标纸或使用 Excel 等软件作图, 并且尽量靠近所需图说明之处。总之, 要按最佳值的计算、不确定度的计算、最终的实验测量结果的正确表示的顺序清晰规范地完成整个数据的处理过程。要注意的是, 不要将实验结果湮没在处理数据的过程中, 一定要突出写明自己的实验结果与结论。

⑥ 分析讨论: 所谓的分析讨论, 是指对自己的实验结果或结论作一个评价, 尽管某些实验结果的不确定度计算已经在数学上给出了一个可信度的评判。分析讨论是对影响实验结果准确度的一些因素的分析, 是自己对提高实验结果准确度的一些想法或感悟 (收获、体会和建议), 或是实验过程中遇到的教材 (或教师) 未提及的实验现象, 或者是由于操作失误而不得不重新测量的经验总结。思考题可以提供分析讨论的思路, 但思考题的解答不等于分析讨论。

需要说明一点的是, 尽管整个实验过程是在教师指导下进行的, 但学生应该积极发挥自己的主观能动性, 细心观察实验中出现的任何实验现象, 多问为什么并力求用已有的物理知识去解释, 从中培养自己善于分析问题的能力。

### 三、物理实验室规则

(1) 认真听讲, 听从教师指导。

(2) 遵守实验操作规程, 实验过程安全第一。安全地操作仪器, 一方面是指实验操作时 (尤其是遇到强电、强光、强热源时) 切实注意人身安全, 注意安全提示; 另一方面是指要正确地使用仪器, 不正当的操作会直接导致设备的损坏, 会缩短元器件的使用寿命。

(3) 学生进入实验室要把设计好的原始实验数据记录表格交教师检查, 教师检查同意后后方可进行实验。教师有权停止没有原始数据记录表格的学生做实验。

(4) 遵守课堂纪律, 保持安静整洁的实验环境。书包、水杯等物品不要放在实验桌上。

测量过程结束，学生要把原始数据表格交教师审查，教师签字后学生要将仪器整理还原。离开实验室前需清理废纸杂物以及收拾整齐桌面和凳子。

(5) 按时上课，不得迟到，不准无故缺课。学生无故迟到 20 分钟教师有权取消该生此次实验资格；一学期无故缺做两次实验的学生实验成绩按不及格处理。

(6) 学生课堂实验如不合格，教师有权让其重做或补做，补做实验安排在期末进行。

(7) 实验报告应按时交给教师。不符合要求的实验报告，教师有权退回令其重写。抄袭的实验报告按取消该实验成绩处理。

# 第1章 测量误差与数据处理 的基础知识

## 1.1 测量与测量误差

### 1.1.1 测量

用实验的方法找出物理量量值的过程叫测量。量值是指用数值和适宜的单位表示的量，如0.5m, 1.5 kg, 3.2 s, 37.0 °C，所以测量实际上就是将待测物理量与选作计量标准的同类物理量进行比较而得出其倍数的过程。倍数是数值（大小），计量标准是单位，因此测量的结果即测量所得到的数据（测量值）一定包括数值和单位。物理量的单位采用以国际单位制（SI）为基础的中华人民共和国法定计量单位。国际单位制的基本单位（见附录A）是米（长度）、千克（质量）、秒（时间）、安培（电流）、开尔文（热力学温度）、摩尔（物质的量）和坎德拉（发光强度），实验测量值的单位就是由这些基本单位所组成。

例如，测量一直棒的长度，计量标准是米，用它和米尺直接比较的方法就可得到直棒长度的量值；测量一物体的质量，计量标准是千克，通过天平与标准砝码比较可得到物体质量的量值。

#### 1. 直接测量

凡是使用仪器或量具直接读出被测量量值的测量称为直接测量，相应测得的物理量称为直接测量量。如用米尺测量物体的长度，用天平测量物体的质量，用电压表测量电压等都是直接测量。

#### 2. 间接测量

有些物理量的量值是由若干直接测量量经过一定的函数关系运算或其他处理后而获得，这样的测量称为间接测量，这样的物理量称为间接测量量。

例如，一个小立方体铁块的密度测量就是一个间接测量，因为整个测量过程是在用游标卡尺和天平分别对其3个边长（ $a$ ,  $b$ ,  $c$ ）和质量（ $m$ ）直接测量的基础上，经由函数关系  $\rho = m/(abc)$  运算获得。在物理实验中很多的物理量，如杨氏模量、转动惯量等都是间接测量量。

大学物理实验中的杨氏模量的测量是间接测量，如果使用固体弹性测量仪则是直接测量。

物理实验中伏安法测量线性电阻的阻值是间接测量，它是直接测量电流和电压，经过欧姆定律  $R = U/I$  计算出被测电阻的量值。如果设计一种伏安法测阻仪，由仪器本身作欧姆定律计算，仪器直接显现电阻量值，用这种仪器对电阻进行测量就称为直接测量。因此，直接测量和间接测量不是绝对的，有的物理量既可以进行间接测量也可进行直接测量，即便目前只能间接测量的量随着测量仪器的改进与发展将来也能成为直接测量量。

### 3. 等精度测量与不等精度测量

在相同实验条件下进行的一系列测量是等精度测量。相同的实验条件是指同一个人使用同一台仪器，采用同样方法，在相同的环境条件下对同一物理量连续进行的多次重复测量。对这样一组测量值（或称测量列），应该认为每次测量（或每个测量值）的可靠程度都相同，故称为等精度测量。等精度的重复测量是指整个测量过程的重复而不是重复读数。比如用等臂天平等精度多次测某一质量，每一次都要从重新调整天平做起，而不是简单地重读一次天平示值。

如果不是在相同实验条件下（完全不同或部分不同）对某一物理量进行的多次测量称为不等精度测量。例如，使用的不是同一台仪器，或者是不同的测量方法，不同的人员，不同的实验环境等而对一物理量的多次测量都属于不等精度测量，这样得到的一组数据中各次测量结果的可靠程度自然不相同。处理这样的一组数据时，要根据每个测量值的“权重”进行“加权平均”。

实际上，绝对完全相同的实验条件是不存在的，比如实验仪器的性能及实验环境的温度、压强等在实验测量过程中总会或多或少地存在变化。不过只要这些变化对测量的影响很小，可以忽略，就可以认为测量是等精度测量。对于大学物理实验，仪器基本上是每人一套，方法也是确定的实验方法，可忽略环境条件变化的影响，也可忽略仪器性能的漂移影响（只要每次重复测量时注意仪器的零点的调整），所以物理实验中对某一物理量的多次测量都认为是等精度测量。下面所介绍的误差和数据处理都是针对等精度测量的。

#### 1.1.2 测量误差

##### 1. 真值与误差

任何一个待测物理量，在一定条件下客观上都存在一个确定的量值，称为该物理量的真值  $x_0$ ，测量的目的就是力图得到被测量的真值。不过由于测量方法、测量仪器、测量条件及测量者水平等诸多因素的限制和不完善，测量的结果只能是被测量的近似值，即存在测量误差。测量误差的大小反映了测量结果的准确度，测量误差可以用绝对误差表示，也可以用相对误差表示。把每次测量值  $x$  与真值  $x_0$  的差值称为绝对误差（简称误差），用  $\Delta x$  表示，有

$$\Delta x = x - x_0$$

它有正有负，表示测量值偏离真值的程度。相对误差是测量的绝对误差与真值的比值，用  $E$

表示,有

$$E = \left| \frac{\Delta x}{x_0} \right| \times 100\%$$

相对误差也称百分误差,反映的是测量值准确度的高低即测量误差的严重程度。

虽然上面给出了误差计算的表达式,但由于真值是一个理想概念,一般情况下,实验者是不知道的,知道的是测量值,所以是不能计算误差的。如果要计算误差,实际实验中常用约定真值代替真值,常用来作为约定真值的有基本物理常数(如电子电量 $e$ ,普朗克常数 $h$ 等)、更高级仪器测量出来的准确度足够高的测量值、实验中多次测量的算术平均值等。

测量中的误差主要分为两类,即系统误差和随机误差。需要了解测量中误差的来源及其性质,目的是测量中尽量减少误差以力图接近被测量的真值。

## 2. 系统误差

系统误差是指在等精度地多次测量同一个物理量时,每次测量误差中都具有一定大小、一定符号,或按一定规律变化的误差分量。系统误差的特点就是它的确定性。系统误差产生的原因主要有以下几个方面。

(1) 仪器误差。它是由仪器本身的缺陷或未按规定条件使用仪器所引起,如天平两臂不等长、温度计的零点不在冰点、仪器未进行零点或水平调整等。

(2) 理论误差。它是由测量所依据的理论公式本身的近似性或测量方法的不完善所引起,如使用近似的 $T = 2\pi\sqrt{l/g}$ 计算单摆周期、伏安法测电阻未考虑电表内阻等。

(3) 环境误差。它是由测量时环境的因素不满足仪器所要求的条件所引起,如室温高于或低于仪器所要求的温度、测量降温速率时周围空气的湿度影响等。

(4) 个人误差。它是由测量者的固有习惯或生理和心理特点所引起,如有的人总是反应迟缓或操之过急、有的人肉眼对准目标时总爱偏左或偏右致使读数偏小或偏大等。

实验中应首先对所根据的原理、采用的方法、测量步骤及其所用仪器等可能引起系统误差的诸多因素逐一进行分析,如果能够掌握其规律,就应该采取相应的处理方法尽量消除或减少它的影响。这部分系统误差分量又称为可定系统误差。在系统误差中,有的不能够掌握其规律甚至不了解其原因,这样系统误差分量称为未定系统误差,未定系统误差难于修正,数据处理中只能估计它的取值范围。

## 3. 随机误差

在尽量消除或修正一切明显的系统误差之后,等精度地多次测量一个物理量时,测量值仍会出现一些无规律的起伏,说明总存在绝对值和符号以不可预知的方式变化着的测量误差分量,它是由实验中某些实验因素随机的微小波动而引起,被称为随机误差(又称作偶然误差,用 $\delta$ 表示)。例如,实验装置和测量机构在各次测量调整操作上的波动性,测量仪器数字指示数值的起伏性,观测者本人在每次测量中判断和估计读数上的微小变动性,以及温度、

气流、湿度等其他不可避免的环境因素无规则的偶然差异性。随机误差的特点就是它的不确定性即随机性及不可修正性，它引起每次测量值都围绕多次测量的平均值附近发生涨落变化。

### 1) 无限多次等精度测量中的随机误差

正因为随机误差的不确定性，对于每次直接测量它都是一个偶然性事件，但等精度测量次数足够多时就会发现它们（大量的偶然事件）呈现出一定的统计规律。常见的一种情况是它们服从正态分布统计规律（又称为高斯分布），其特点是正方向误差和负方向误差的次数大体相等（消除了系统误差之后的对称性），偶然误差的算术平均值趋于零（抵偿性），数值较小的出现的次数较多即出现的概率大，数值较大的出现的次数较少即出现的概率小，数值很大的误差在没有错误的情况下通常不出现，出现的概率趋于零（有界性），而且测量次数越多，这种规律性越明显。其分布函数曲线如图 1-1 所示，图中  $f(\delta)$  是横坐标随机误差  $\delta$  的概率密度，其物理意义是在误差  $\delta$  附近单位误差内随机误差出现的概率。统计理论给出

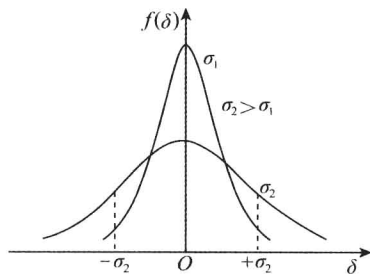


图 1-1 正态分布

$$f(\delta) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{\delta^2}{2\sigma^2}} \quad (1-1)$$

那么误差出现在  $\delta$  附近  $d\delta$  区间的概率为  $p = f(\delta)d\delta$ 。当  $\delta = 0$  时有单峰极值

$$f(0) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \quad (1-2)$$

由分布函数的归一化，有

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(\delta) d\delta = 1 \quad (1-3)$$

表示图中分布曲线与横轴所包围的面积应恒等于 1，其意义为每次测量的随机误差  $\delta$  出现在区间  $(-\infty, +\infty)$  的范围内的概率必然为 100%。

式 (1-1) 中特征量  $\sigma$  表征着误差分布和测量值分散性的重要参量，称为正态分布的标准误差。用  $n$  表示等精度测量次数，在测量次数足够多时统计理论给出

$$\sigma = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2} \quad (1-4)$$

式中， $x_0$  为真值。容易证明  $\delta = \pm \sigma$  是分布曲线拐点的横坐标，所以  $\sigma$  小说明测量值的随机误差离散程度小，亦说明各测量值重复性好即精密度高。图 1-1 显示了两种不同  $\sigma$  的正态分布

曲线。 $\int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta) d\delta$  表示随机误差落在区间  $(-\sigma, +\sigma)$  的概率，把式 (1-1) 代入并通过拉普拉斯积分表可计算得

$$p = \int_{-\sigma}^{\sigma} f(\delta) d\delta = 0.683 \quad (1-5)$$

表明随机误差落在区间  $(-\sigma, +\sigma)$  的概率为 68.3%。如果把区间扩大到  $(-2\sigma, +2\sigma)$  或  $(-3\sigma, +3\sigma)$ ，相应的概率分别为 95.4% 和 99.7%。因为误差超出  $(-3\sigma, +3\sigma)$  区间的概率很小， $\delta = 3\sigma$  称为极限误差，它可作为测量者错误测量的判断标准。相应的区间称为置信区间，相应概率称为置信概率。

对某物理量进行  $n$  ( $n \rightarrow \infty$ ) 次等精度测量，得到一系列测量值  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，各次测量值的随机误差在无系统误差存在时可表示为  $x_i - x_0$ ，将各次的随机误差相加并除以  $n$ ，有

$$\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - x_0)}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i - nx_0}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} - x_0 = \bar{x} - x_0$$

$\bar{x}$  是测量列的算术平均值。根据随机误差的抵偿特性，即  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_i - x_0) = 0$ ，有

$$\bar{x} = x_0 \quad (1-6)$$

表示在系统误差消除后的等精度测量次数无限多时，测量列的算术平均值就是被测物理量的真值。此时，任一次随机误差落在区间  $(-\sigma, +\sigma)$  的置信概率为 68.3%，这也等同于每次测量值分布在  $(\bar{x} - \sigma, \bar{x} + \sigma)$  之间的概率为 68.3%。

## 2) 有限多次等精度测量中的随机误差

实际实验中不可能作无限次测量，只能进行有限次测量，有限次测量的结果评定和随机误差分析不同于无限次测量。

### (1) 有限次等精度测量列的平均值与最小二乘法原理。

设对某一物理量进行无明显系统误差情况下有限次的等精度测量，可以得到一测量列  $x_1, x_2, \dots, x_n$ ，有限次的等精度测量得不到真值，但测量结果要求给出被测量真值的最佳估计值。按照最小二乘法原理，有限次的等精度测量的最佳估计值是能使各次测量值与该值之差的平方和为最小的那个值。设最佳估计值为  $x_{\text{佳}}$ ，每次测量值与最佳估计值之差称为偏差（或残差），偏差平方和为

$$f(x) = \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{佳}})^2 \quad (1-7)$$

令  $\frac{df(x)}{dx} = 0$  求极值，有

$$\frac{df(x)}{dx_{\text{佳}}} = -2 \sum_{i=1}^n (x_i - x_{\text{佳}}) = -2 \sum_{i=1}^n x_i + 2nx_{\text{佳}} = 0$$

得

$$x_{\text{佳}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x} \quad (1-8)$$

此式说明有限次的等精度测量中，测量列的算术平均值  $\bar{x}$  就是真值的最佳估计值，也就是有限次测量所求之结果。

(2) 对  $\bar{x}$  数据可靠性的估计。

无限多次等精度测量, 有  $\bar{x} = x_0$ ,  $x_i - \bar{x}$  是每次测量的误差, 大量的随机误差服从正态分布, 用式 (1-4) 估计测量值的精密度 (置信概率)。而消除系统误差后的有限次等精度测量的随机误差偏离正态分布, 服从 t-分布 (又称学生分布) 规律, 其分布函数曲线较正态分布曲线低而宽, 测量次数  $n$  越少此现象越明显, 测量次数  $n$  越多 t-分布越趋于正态分布。这说明等精度测量次数越多, 其测量列的算术平均值越接近真值。

有限次的等精度测量,  $\bar{x}$  只是真值的最佳估计值,  $x_i - \bar{x}$  不是误差而是偏差。这些偏差有大有小, 有正有负, 可利用偏差表示测量的随机误差。有限次的等精度测量中的随机误差估计方法有多种, 科学实验中常用称为实验标准偏差的贝塞尔公式代替标准误差式 (1-4)。实验标准偏差以  $S_x$  表示, 有

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-9)$$

$S_x$  小表示测量精密度高,  $S_x$  大表示有限个测量值很分散。它同样表示在对某一物理量作有限次等精度测量时, 每次测量值有 68.3% 的概率会落在  $(\bar{x} - S_x, \bar{x} + S_x)$  范围之内。

$\bar{x}$  是真值的最佳估计值, 它与真值之间仍存在误差, 了解  $\bar{x}$  的误差性质, 有利于使它更接近真值。如果在完全相同的条件下对一物理量进行多组的测量, 得到多个测量列, 发现它们的算术平均值也会有所不同, 说明算术平均值  $\bar{x}$  也是一个随机变量, 足够多的随机误差  $(\bar{x}_i - x_0)$  也会按照一定的统计规律分布, 因而可用统计方法估计  $\bar{x}$  的误差。同样由于真值  $x_0$  的不可知, 也只能用平均值的实验标准偏差代替标准误差, 数理统计可以证明平均值的实验标准偏差  $S_{\bar{x}}$  是单次测量标准偏差  $S_x$  的  $1/\sqrt{n}$ , 有

$$S_{\bar{x}} = \frac{1}{\sqrt{n}} S_x = \sqrt{\frac{1}{n(n-1)} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad (1-10)$$

由式 (1-10) 可知, 随着测量次数  $n$  的增加  $S_{\bar{x}}$  将减小,  $\bar{x}$  更接近真值。在  $S_x$  不变的情况下, 测量次数对  $S_{\bar{x}}$  的影响如图 1-2 所示。由图可以看出, 当  $n > 10$  时,  $S_{\bar{x}}$  随测量次数  $n$  的增加而减小得很缓慢, 这说明增加测量次数减小偶然误差的作用是有限的, 欲使  $\bar{x}$  更加接近真值, 除取适当多的测量次数 (在物理实验教学教学中一般取 6~10 次) 外, 主要还是考虑仪器的精度、测量方法、环境等因素的影响。

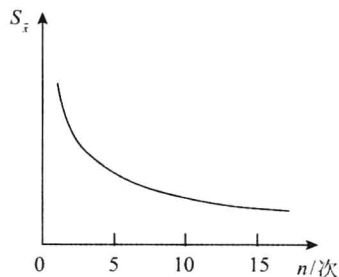


图 1-2 测量次数对  $S_{\bar{x}}$  的影响



## 1.2 数据处理与测量结果表示

### 1.2.1 测量值的有效数字

#### 1. 有效数字的基本概念

任何测量结果都存在误差，测量值的位数不能任意地取舍，应反映出测量值的准确度。

图 1-3 是用米尺测量一物体的长度示意图。3 个不同的测量者进行测量，记录的测量值分别为 13.5 mm，13.6 mm 和 13.4 mm。前两位数没有变化，最后一位数不同，说明 3 个测量值都客观反映了物体长度在 13 ~ 14 mm 之间，也就是说测量值的三位数字都有着实际的意义。前两位没有变化，可称它们为可靠数字

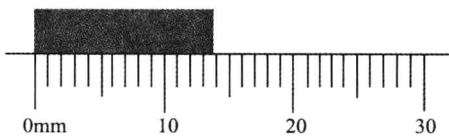


图 1-3 米尺测量物体长度

(或准确数字)，后一位有变化，可称它们为可疑数字（或欠准数字）。测量中，把可靠的几位数字加上一位可疑数字统称为有效数字。上述测量值有两位可靠数字和一位可疑数字，它们是三位有效数字，其中可疑数字是由 3 个不同测量者对此物体右端超过米尺 13 mm 刻度线是几分之几小格的估计不同所引起的。用米尺测量上述物体的长度，测量值的有效数字只能是三位，如果用游标卡尺测量值可能是四位有效数字，因此同一物理量测量值有效数字的多少反映了测量工具的精度。

需注意的是，一个物理量的测量值与数学上的一个数有着不同的含义。长度 2.60 mm 和 2.600 mm 在数学上没多大区别，而在物理上它们包含的意义却完全不同。物理上，2.60 mm 的百分位是欠准的，说明它是用游标卡尺测定的；2.600 mm 的百分位是可靠位，是用千分尺测量的。

#### 2. 直接测量的读数原则

直接测量时，必须正确读取有效数字，才能充分反映出计量器具的准确度，它是仪器指示的全部有意义的数字和能够估读出来的数字。

(1) 米尺、千分尺、指针式电表等仪器，读数应该读到仪器最小分度以下的估读位（欠准位）。最小分度位是准确位，欠准位的读数通常根据最小分格的大小、指针的粗细等具体情况读出最小分度值的  $1/10$ ， $1/5$  或  $1/2$ 。

(2) 游标类器具（如游标卡尺、分光仪角度游标盘等），一般不估读，读数只读到游标的分度值，特殊情况估读到游标分度值的一半。

(3) 数显仪表及步进式读数仪器（如电阻箱、惠斯通电桥等），无法进行估读，仪器所显示的末位就是欠准位，末位所显示的数字就是可疑数字。