中学新几何

二册

連江陳文著

初級中學第二學年用

實用主義 中學新幾何

第二冊 平面上

科學會編譯部出版

商務印書館發行

中華民國十二年三月初版

此書有著作權翻印必究

實用主義
中學新幾何
第二冊 平面（上）

每冊定價大洋
肆角
外埠酌加運費匯費

著者 連江陳文

發行者 科學會編輯部

印刷所 上海北河南路北首寶山路
商務印書館

總發行所 上海棋盤街中市
商務印書館

三八七丁 分售處 北京天津保定奉天吉林龍江濟南太原開封鄭州
西安南京杭州蘭谿安慶蕪湖南昌漢口長沙常德
衡州成都重慶瀘縣福州廣州潮州香港梧州雲南
貴陽張家口新嘉坡
商務印書分館

初級中學數學課程表

第一學年

(全年約40週,每週6時,共240時。)

(用書) 實用主義中學新算術 計314頁,每週5時,每時約授2頁,(例題不在此限)餘時復習。

(用書) 實用主義中學新幾何——第一册——幾何初步 計50頁,每週1時,每時約授2頁,(例題及練習不在此限)餘時復習。

第二學年

(全年約40週,每週5時,共200時。)

(用書) 實用主義中學新代數——第一册計124頁,每週2時,每時約授2頁,(例題及製圖表不在此限)餘時復習。

(用書) 實用主義中學新幾何——第二册——平面上 計95頁,每週3時,每時約授1頁,(例題及練習不在此限)餘時復習。

第三學年

(全年約40週,每週6時,共240時。)

(用書) 實用主義中學新代數——第二册計172頁,每週3時,每時約授2頁,(例題及製圖表不在此限)餘時復習。

(用書) 實用主義中學新幾何——第三册——平面下計94頁,每週3時,每時約授1頁,(例題及練習不在此限)餘時復習。

連江陳文擬

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

實用主義

中學新幾何

第二册　平面幾何學(上)

第一編　三角形

第二編　四角形及多角形

第三編　圓

實用主義

中學新幾何

第二冊 平面幾何學(上)

第一編

三角形

第一章 平面圖形

79. **平面圖形**云者,畫於平面諸圖形之總稱也。然有時以一線或數線(卽線羣)所圍之平面部分,稱爲平面圖形。

此線羣由直線份或曲線份組成。

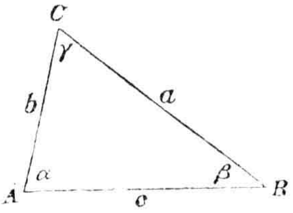
三角形,四角形,及多角形,以數直線份爲界。**圓**以一曲線爲界。而**半圓,弓形**及**扇形**,以直線份及曲線份混合之羣爲界。

界說 界平面圖形之線羣之長,謂之某平面圖形之**周**,(卽三角形之周,四角形之周及圓周,等等)

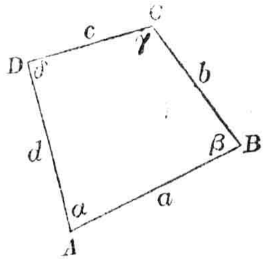
於三角形,四角形,及多角形,其界之之線份,名爲**邊**。會於一點之二邊作成一**角**。

於此等圖形,其各角之接角曰**外角**。於四角形及多角形,其聯不相隣之二角點之線份,稱爲**對角線**。

80. 記法　三角形之角點,通用羅馬大字 A, B, C,(第58圖)表之。其角用希臘小字 α, β, γ,表之。其邊用羅馬小字 a, b, c,表之。而用此等之記號時,須各相應.如令在角點 A 處之角爲 α,則其對之之邊爲 a,是也。



第58圖



第59圖

四角形之記法,如第59圖,多角形仿此。

練習　畫三角形,四角形及多角形,並測其邊及角,作各角之外角。各角點上有幾個外角,又此等外角,其互相之關係如何,就四角形,五角形,等。各引對角線,試察此等圖形各有幾個對角線。

第二章　三角形之邊

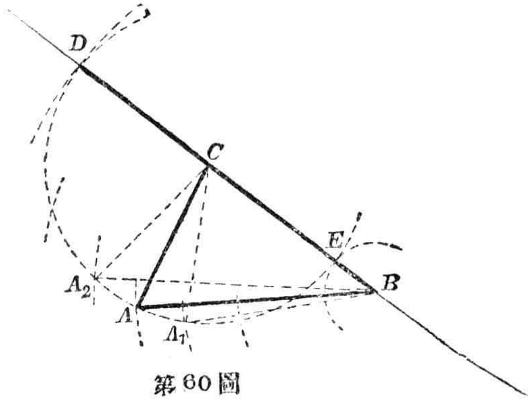
81. 預習題　(1)就所畫之三角形或立體之三角形面,測其各邊,並求其周。

(2)引等於某三角形之二邊之和或差之線份,及等於其周之線份。

(3)以長 $8\,cm$ 之絲,(用留針)圍三角形於紙上,能成幾個

不同樣之三角形。又設三角形之一邊為 $3\,cm$, 能成幾個不同樣之三角形。

(4) 於前題,可設其一邊為 $4\,cm$, 或大於 $4\,cm$ 否。



第60圖

82. 依 §26, 例題(14)。畫其邊 $a=2.5\,cm$, $b=2\,cm$, $c=3\,cm$, 之三角形,得 ABC。(第60圖)

於此三角形。因 c 變大或變小,(設 $c=2.5\,cm$, 或 $c=3.5\,cm$, 或 $c=4\,cm$, 等) 其形亦因之而變,即得三角形 A_1BC, A_2BC, 等。然 c 之大自有制限,不能過此制限而任意增減。即能成三角形之 c, 須小於 BD 且大於 BE, 但 BD 表 $a+b$, (即 a 與 b 之和) BE 表 $a-b$, (即 a 與 b 之差。) 故任何三角形,須 $c<a+b$ 且 $c>a-b$. 由是得次之定理。

定理. 凡三角形,其任意二邊之和大於第三邊。其差小於第三邊。

此定理之為眞,可依次之事項證明。

〔證〕 直線為二點間之最短距離,(§15, 定理3.)

$\therefore\quad AC+CB>AB$

又 $\quad AB+AC>BC$

今由 $AB+AC$ 減去 AC，則得 AB，

又由 BC 減去 AC，則得 $BC-AC=BE$，

$\therefore AB>BC-AC$，卽 $BC-AC<AB$. [證訖]

83. 界說 從邊之關係，區三角形爲三種。

(I)三邊相等者，曰**等邊三角形**。

(II)二邊相等者，曰**等脚三角形**。

(III)三邊相異者，曰**不等邊三角形**。

於等脚三角形，其相等之二邊謂之**脚**。第三邊謂之**底邊**，對底邊之角點謂之**頂點**。

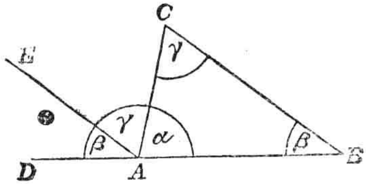
等脚三角形之實例，於屋頂，等見之。此等之例，底邊居下，頂點居上，此底邊，頂點，之所由得名也。

第三章 三角形之角

84. 預習題 (1)用測角器測所畫三角形，(或立體上之三角形面)之三角，並示其和 $\alpha+\beta+\gamma$，約爲 $180°$。

(2)用紙片剪成三個相同之三角形，以其三個相異之角在一處接合，求三個角之和之大。

(3)在任意之位置,作圖示三角形之三角之和。(§60. 例題6.)並示　$\alpha+\beta+\gamma=180°$。



第61圖

(4)在三角形 ABC (第61圖)上,就角 α 之邊,作等於 γ 且與之接合之角 CAE. 且將邊 AB 延長。則於角點 A 成此三角形之三角之和。

問 AE 與 BC 有如何之關係,又 AE 與邊 AB 之延長線 AD 間之角,即角 EAD, 何以等於 β.

85. 定理1. 凡三角形,其三角之和等於二直角,卽 180°。

〔證〕(第61圖) 過角點 A, 引與邊 BC 平行之直線 AE. 且由 A 延長 BA.

則　$\angle EAC$ 等於其錯角 ACB, 卽 γ.　§72. 定理2.

又　$\angle EAD$ 等於其同位角 CBA, 卽 β.　§72. 定理2.

$\therefore$　$\alpha+\beta+\gamma=2R.=180°$。　§58 界說.

(因 $\angle DAB$ 為平角。)　[證訖]

86. 定理2. 凡三角形,其各外角等於不與此外角相接之二內角之和。

〔證〕(第61圖)

$$\alpha_1=\angle DAC=\angle DAE+\angle EAC$$

$$=\angle ABC+\angle ACB=\beta+\gamma.$$

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com

其他之外角。可依同法證明。

$\therefore \quad \beta_1=\gamma+\alpha, \qquad \gamma_1=\alpha+\beta,$

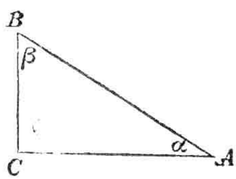
〔注意〕定理 1 所用之證明,與預習題(1)(2)及(3)之證明不同,然預習題之證明,僅適用於畫三角形之角,或測三角形之角,其所得之結果,不過較近於眞實,而定理 1 之證明,則對於任何三角形,均能適用,並得絕對眞實之結果。

87. 系一. 有三角形之二角,則其第三角及諸外角均因之而定。

88. 系二. 三角形僅有一直角或一鈍角。

89. 界說 1. 三角形具三銳角,曰**銳角三角形**。具一直角及二銳角,曰**直角三角形**。具一鈍角及二銳角,曰**鈍角三角形**。

於直角三角形,(第 62 圖)其夾直角之二邊 (BC 及 AC) 曰**句**,曰**股**,對直角之邊 (AB) 曰**弦**。(斜邊)



第 62 圖

90. 系三. 於直角三角形,其二銳角互爲餘角,卽 $\alpha+\beta=90^\circ$ (第 62 圖)

91. 系四. 三角形之外角,恆大於其不相接之任一內角。

系四之理,常用以證某角大於他角。

92. 於直角三角形 ABC,(第62圖)設 AB 沿 A 之周迴轉,(可過 A 置界尺,迴轉之)使 $\angle\alpha$ 變,則 B 之位置及 $\angle\beta$ 之大亦變,而 $\alpha+\beta=90°$,則 β 因 α 變小(或大)而大,(或小)故 β 之大附屬於 α,即 $\beta=90°-\alpha$.

於任意之三角形 ABC,(第61圖)設邊 AB 及 $\angle ABC=\beta$ 不變,惟沿 A 之周迴轉 AC,則 α 及 γ 俱變,而 γ 因 α 變小(或大)而大,(或小)故 γ 附屬於 α,即 $\gamma=180°-(\alpha+\beta)$。

問當迴轉時,其邊 AC 及 BC 如何變,並討論 BC 何時最小。

例題 (1)於三角形,已知其二角,試計算其第三角及各外角,($\alpha=65°$, $\beta=37°$; $\beta=103°$, $\gamma=39°$; $\alpha=79°30'$, $\gamma=43°35'$).

(2)有圖示三角形之二角,求作其第三角及各外角。

(3)$\alpha=2R-(\beta+\gamma)$ 式示何形,並書他角之對應式。

(4)證三角形之諸外角之和為 $4R$.

(5)於直角三角形,設鋭角 α 為 $20°$,($30°$, $40°$, 等)求畫 $\angle B$, 並計算之,又證 $\beta=90°-\alpha$.

(6)畫鈍角三角形,證二鋭角之和小於 $1R$,即 $\alpha+\beta<90°$。

(7)於直角三角形及鈍角三角形,其外角是否俱為鈍角,

直角及銳角。

(8)三角形至少有幾個銳內角,並有幾個鈍外角。

(9)分平行線之二個同方對角爲二等分,其角之二等分線互作如何之角。

(10)於直角三角形,$\alpha=60^\circ$,其諸角之二等分線,復與邊作如何之角。

(11)於某角之兩邊上,由任意之點落垂線。則此等垂線間之角必等於原角,或爲其補角,試證之。

第四章　三角形之作圖題

93. 預習題　於三角錐之底面,測其諸角及諸邊,(是爲三角形之六個原件)例如 $a=11.2cm$, $b=8.3cm$, $c=11.7cm$, $\alpha=65.5^\circ$ $\beta=42.5^\circ$, $\gamma=72^\circ$.

作如是之三角形。

欲作三角形,均須用三原件,而依此三原件畫三角形,其他諸原件自能成所要之大,但所用之三原件,不得俱爲角,(其理由若何)

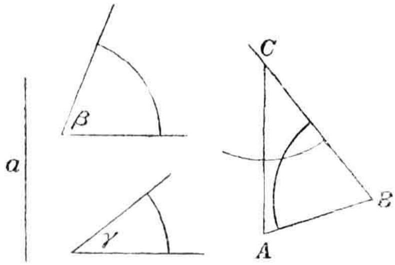
凡一問題,可用數或圖定三原件令作三角形,惟定角均不得爲凹角。因有下列之基本問題。

基本問題

94. 例題 Ia. 有一邊及與之相鄰之二角,求作三角形。

〔作法〕(第63圖) 有線份 a, 與二角 β 及 γ.

引線份 $BC=a$. 在 BC 上,置 $\angle\beta$ 於 B,置 $\angle\gamma$ 於 C, 此二角之邊相交於 A,點 A 卽第三角點。



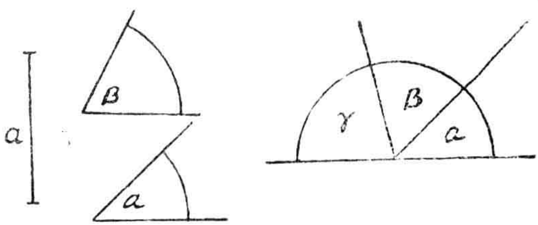
第63圖

所要之三角形作訖。然此作法,以 $\beta+\gamma<2R$ 爲限。至 a 之大,則任意設之,無限制。

例題 Ib. 有一邊,及與之相鄰之一角及對角,求作三角形。

〔作法〕(第64圖) 有線份 a, 又角 α 及 β,

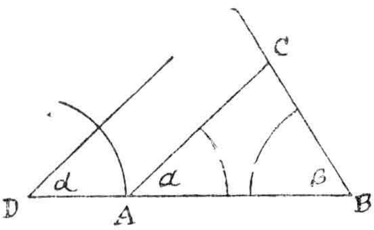
依 §92 例題 (2), 作角 $\gamma=2R-(\alpha+\beta)$ 然後依例題 Ia, 作圖。



第64圖

〔別法〕引 $BC=a$, (第65圖) 於 B 上作 $\angle CBD=\beta$. 又於邊

BD 上任意之點 D，作 $\angle\alpha$．過 C 引與此角之邊平行之 AC．(依 §74)



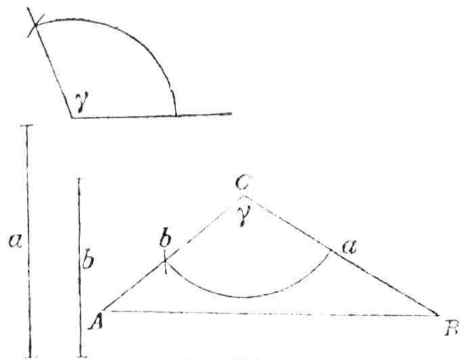
第 65 圖

所要之三角形作訖。又 $\alpha+\beta<2R$，則恆能作圖。

於前記之二例題，設邊 a 不變，惟變所與角之一，試討論三角形之原件有何變更，(參看 §92.)　設角不變，惟邊 a 變大或變小，問三角形有何變更。

95. 例題 II. 有二邊及其夾角，求作三角形。

〔作法〕(第 66 圖) 有二線份 a 及 b．又角 γ．



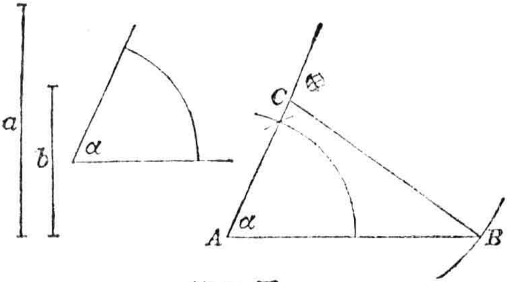
第 66 圖

作其頂點 C 之角 γ，於其一邊上取等於線份 a 之 CB．又於他邊上取等於線份 b 之 CA．聯 A 與 B．

所要之三角形作訖，此例無論各原件之大如何，常能作圖。

設二原件不變，惟變他一原件之大，試討論三角形之他原件有何變更。

96. 例題 III. 有二邊及其對一邊之角求作三角形。

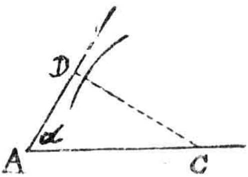


第 67 圖

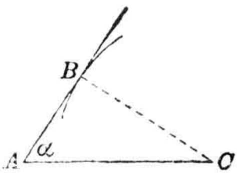
〔作法〕(第 67 圖)有線份 a 及 b, 又角 α, 作其頂點 A 且等於角 α 之角。於其一邊上取等於線份 b 之 AC. 以 C 爲中心,用半徑 a, 畫圓。得 $\angle\alpha$ 之第二邊與此圓相交之點 B, 聯 B 與 C.

〔討論〕玆設 b 及 α 不變,惟 a 最初極小,次第變大,由是生種種之特例.

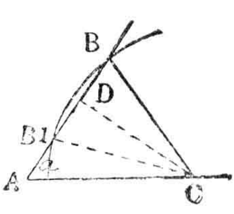
由 C 落垂線於 $\angle\alpha$ 之第二邊上得 CD, 因 CD 與 a, 兩大之關係,有以下各例。



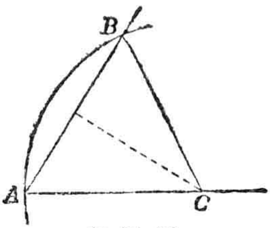
第 68 圖



第 69 圖



第 70 圖



第 71 圖

此为试读,需要完整PDF请访问: www.ertongbook.com