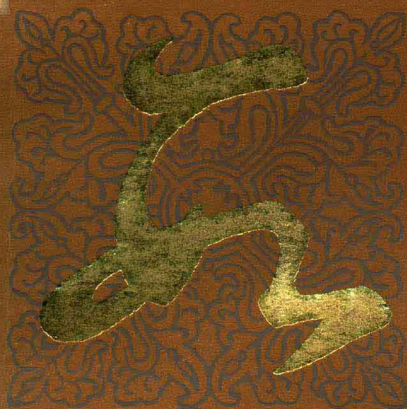


周冠文
陈信传 译
张文材



《数书九章》今译及研究

贵州教育出版社

《数书九章》今译及研究

陈信传 张文材 周冠文 研译

贵州教育出版社

《数书九章》今译及研究

陈信传 张文材 周冠文 研译

贵州教育出版社出版发行

(贵阳市中华北路289号)

贵州新华印刷厂印刷

850×1168毫米 32开本 16.875印张 410千字

印数 1—1,000册

1992年9月第1版 1993年7月第1次印刷

ISBN 7-80583-287-0/G·286 定价: 8.50元

前 言

在中国的古代数学中，秦汉的《九章算术》与宋代的《数书九章》^① 堪称两大数学巨著。我国著名的数学家与数学史家吴文俊先生说过，在中国古代的数学著作中，

“其能论述全面而富有创造性成就能与《九章算术》相比美者厥唯秦九韶《数书九章》一书”。^② 足见《数书九章》一书在中国古代数学中地位之重要。该书乃我国宋代杰出数学家秦九韶所著，它是对《九章算术》的继承和发展，并标志着我国古代数学的顶峰，对后世的中、外数学的发展具有十分深远的影响。

可是，《数书九章》一书在1937年刊印后未再印刷过，且原书为古文，文词简略、深奥，阅读困难，不便普及。为了弘扬中华文化，广传祖国这份文化遗产，我们感到确有重刊并把它译为现代文字的必要，基于这样的认识，我们萌发了将《数书九章》一书今译并适当加以注释的想法，这就是我等之所以要写这本《〈数书九章〉今译及研

① 《数书九章》原名《数术大略》，后屡经传抄书名演变为《数学九章》，至明代后期始定为现名《数书九章》，见参考文献，李迪 [3]，第43—58页。

② 吴文俊：《秦九韶与〈数书九章〉》序，载《秦九韶与〈数书九章〉》，北京师范大学出版社，1987。

究》的缘由。

关于秦九韶的生平及《数书九章》一书，我国不少数学史家作过翔实的考证，在此，我们只打算作一简要介绍。

秦九韶，字道古，自称鲁郡（今山东省滋阳、曲阜一带）人，其出生卒年代说法不一，一说生于公元1202年，一说生于公元1209年，死于1261年或以后。他在《数书九章》自序中说：“早岁侍亲中都，因得访习于太史，又尝从隐君子受数学。”这是说，他早年随父母在南宋京都临安（今杭州市）期间，曾向在朝廷任职的天文历法家、建筑师等学习科学技术知识，并向“隐君子”学习数学知识。又据南宋周密（1232—1308）《癸辛杂识续集》记载，秦九韶“性极机巧，星象、乐律、算术，以致营造等事，无不精究。迹尝从李梅亭学骈俪诗词，游戏、毬、马、弓、剑，莫不能知。”由此可见，“秦九韶从自然科学到社会科学，从技术到文学，从游戏到武术无不通晓，实为当时我国不可多得的通才、全才。”^①这充分说明，秦九韶学识渊博，具有从事研究工作的坚实基础。南宋理宗淳祐七年（公元1247年），他根据他的生活经历及所积累的数学知识和对数学的研究心得，撰写出了具有中世纪世界数学最高水平的数学经典名著《数书九章》。

《数书九章》继承了《九章算术》的编写风格，以计算为中心，采取了用术文挈领应用问题的形式。全书收入应用问题八十一个，并按题文所涉及的数学内容、自然现象和社会现象分成九类，每类二卷九题。这九类的名称和

^①见参考文献，白尚恕[3]，第2页。

主要内容如下：

- (1) 大衍类 一次同余式组问题
- (2) 天时类 有关天文、历法和气象的问题
- (3) 田域类 田地面积问题
- (4) 测望类 有关测量的问题
- (5) 赋役类 有关赋役、徭役的问题
- (6) 钱谷类 粮食买卖及囤积问题
- (7) 营建类 土木建筑工程问题
- (8) 军旅类 兵营布置及军需供应问题
- (9) 市物类 贸易和利息问题

就《数书九章》一书的体例而言，书中的每一个应用问题，一般都包括：问、答、术、草四部分。问后有答，答后有术，术后有草，许多题的草后还附有筹算图，有的题还配有示意图。这里所谓的“术”，就是解决该类问题的一个算法。而“草”，则是把“术”应用于本题时的具体计算过程。所谓的“筹算图”，就是把作为计算工具的算筹在实现算法时具体布列过程用图表示出来。

《数书九章》的创新内容很多，有许多遥遥领先于世界的杰出数学成果。其中，解一次同余式组问题的“大衍术”和求高次方程数值解的“正负开方法”便是两项最突出的成果。它们在解决中世纪数学的中心课题之一，即寻求应用问题的一般解法中，作出了极其重要的贡献。

“大衍术”是秦九韶在历代天文历法学家推算上元积年的算法和《孙子算经》的“物不知数”问题之解法的基础上总结出来的。他把“物不知数”题中求解一次同余式组，模数两两互素的情形推广到了模数为非两两互素的

情形。秦氏对“大衍术”完整而系统的理论概括，比国外的同类结果要早五百多年。国外把秦氏的这一结果，称之为“中国剩余定理”。

关于高次方程的数值解法，秦氏在总结《九章算术》以来中算家的开方术的基础上，创造性地运用“增乘开方法”，解决了任意高次方程近似根的求解问题。他的这种求高次方程近似根的方法——“正负开方法”，被人们称之为“秦九韶方法”，而欧洲，到十九世纪才得到类似的方法。

《数书九章》对《九章算术》所用的解线性方程组的方法，也作了创造性的改进。他用的方法与现代所用的“消元法”是相同的。

此外，《数书九章》卷五“三斜求积”题的解法，还给出了已知三角形的三边求三角形面积的公式。这个公式和古希腊的海伦(Heron)公式等价，但秦氏公式是秦独立发现的。

《数书九章》一书，不仅包含了若干具有世界意义的杰出数学成果，而且还记载了许多与当时社会经济、人民生活有关的社会经济史料，这些史料有些还是其他书上少见的，补充了史书之不足，因而它对研究南宋的社会经济史也具有重要价值^①。

下面说一下本《〈数书九章〉今译及研究》依据的《数书九章》版本及体例问题。

本《〈数书九章〉今译及研究》所依据的版本，是1937年商务印书馆出版的国学基本丛书本《数书九章》。该丛书本

^①参见参考文献，钱宝琮[4]，第99—103页；李迪[5]，第454—466页。

是根据清代宋景昌校勘的宜稼堂本（1842年）而刊印的。此外，在译注中，我们还参考了近几十年发表的许多有关《数书九章》的专题论著，吸取了他们的研究成果。

《〈数书九章〉今译及研究》一书，拟分为秦序、经文、附录三大部分。其体例如下：

（1）秦序，即秦九韶《数书九章》原序部分，这一部分，包括秦序原文、注释、今译等内容。

（2）经文部分，即《数书九章》的主要内容九类八十一问。

拟在每类之首加一按语，“按”中主要介绍本类所属两卷的内容及所使用的数学方法。为便于读者对本类诸问的理解，有的“按”还对涉及本类的一些问题作进一步的说明。

对于每一问，一般包括：问、答、术、按四个部分。

“问”与“术”的部分，均列出原文、注释及今译；

“按”的部分，内容可包括有关问题的说明，用现代数学方法对本题的解答，及与国外有关同类问题的比较等。

（3）附录部分，包括赵琦美的《数书九章》序与跋，以及周密的《癸辛杂识续集下》原文等。

关于秦九韶《数书九章》原著中的“草”与“图”问题。“草”与“图”是《数书九章》一书的一大特色，它弥补了《九章算术》有“术”无“草”，无具体算法过程的不足。《数书九章》中的这种按“术”列“草”，用筹算图进行布列，“规格化”、“程序化”地计算结果的数学思想方法，不仅有其历史功绩，就是对于大量应用电子计算机的今天，也仍有其重要价值。但据笔者粗略统计，原著中的“草”与“图”约占全书三分之二的篇幅。如果将原著

的“草”与“图”全部纳入《今译及研究》，势必使《今译及研究》篇幅庞大，且阅读起来也会使人感到冗繁。如何处理好原著的“草”与“图”问题，确是一件挠头的事。经过反复比较思量，我们准备采取这样的办法来处理：即只对于精选出的一部分具有典型性、代表性的题列出“草”、“图”，一般题的“草”、“图”则从略，有些题的“演草”却包括在“术”的“今译”之中。对列出的“草”，除给出原文外，也将给出“今译”。

此外，为了便于查阅，在《今译及研究》中，我们按卷于每一问前加一序号。又，为了突出“大衍总数术”对“大衍类”的挈领作用，我们还将原著中，置于卷一“蓍卦发微”题之内的“大衍总数术”的术文，移于“大衍类”诸问的最前面，并给出注释和今译。

注释、今译古代数学经典名著，这是一项艰巨的工作，要译注好更是不易。我国数学史界的老前辈对此曾做出卓著的成绩，他们严谨的治学态度和求实的作风更值得称道和后学者学习。对于译注《数书九章》这样的数学巨著，我等自感功力浅薄，力不从心，但为弘扬祖国文化，方便读者，我等将学习前辈们的精神，尽力精心为之。由于我们的水平所限，加之资料匮乏，译注中出现缺点、错误，实在所难免，不当之处，望有关专家和读者指正。我们期望这本《〈数书九章〉今译及研究》能作为引玉之砖，引出质量更好、水平更高的《今译》及研究成果来。

陈信传 张文材

1991年12月15日

于贵州师范大学

目 录

前 言	(1)
秦九韶《数书九章》原序	(1)
数书九章大衍类	(11)
大衍总数术	(24)
卷一	(40)
卷二	(81)
数书九章天时类	(103)
卷三	(104)
卷四	(131)
数书九章田域类	(152)
卷五	(156)
卷六	(191)
数书九章测望类	(216)
卷七	(217)
卷八	(232)
数书九章赋役类	(261)
卷九	(262)
卷十	(284)
数书九章钱谷类	(325)
卷十一	(326)
卷十二	(345)
数书九章营建类	(368)
卷十三	(369)

卷十四·····	(399)
数书九章军旅类·····	(432)
卷十五·····	(433)
卷十六·····	(445)
数书九章市物类·····	(473)
卷十七·····	(474)
卷十八·····	(500)
附录:《数书九章》序跋·····	(516)
参考文献·····	(523)
后 记·····	(527)

秦九韶《数书九章》

原 序

【原文】

周教六艺^①，数实成之。学士大夫^②，所从来尚矣。其用本太虚^③生一，而周流无穷，大则可以通神明^④，顺性命^⑤；小则可以经世务^⑥，类万物^⑦，诂^⑧容以浅近窥哉？若昔推策以迎日^⑨，定律而知气^⑩。髣矩浚川，

① “六艺”，系指礼、乐、射、御、书、数，是古代学校的教育内容。

《周礼·地官司徒·保氏》：“保氏掌谏王恶；而养国子以道，乃教之六艺。”

② “学士”“大夫”为古代的官名，南北朝以后，以学士为司文学撰述之官。秦汉以后，中央要职有御史大夫，各顾问者有谏大夫、中大夫、光禄大夫等。随唐以后，以大夫为高级阶官称号。

③ “太虚”，指天、天空。陆机《驾言出北阙行》：“求仙鲜克仙，太虚不可凌。”

④ “神”，迷信的人称天地万物的“创造者”和他们崇拜的人死后的所谓“精灵”为神。“神明”，乃神的总称。

⑤ “性命”，生命。这里作为中国哲学范畴，指人和物的自然属性。

⑥ “世务”，犹言“时务”，即指当世有关国计民生的大事。

⑦ “万物”，统指宇宙间的一切事物。《易·乾》：“大哉乾元，万物资始。”

⑧ “诂”（Ju），表示反问，相当于现代汉语的“难道”、“哪里”。

⑨ “迎”具有预测未来之意。《史记·五帝本纪》：“迎日翻策。”裴駰集解引臣瓚曰：“日月朔望未来而推知之，故曰迎日。”

⑩ “气”，这里指自然界冷热阴阳等现象。如天气，节气。

土圭度晷^①。天地之大，圆焉而不能外，况其间总总^②者乎。爰^③自河图、洛书^④，罔^⑤发秘奥，八卦、九畴^⑥，错综精微，极而至于大衍、皇极^⑦之用。而人事^⑧之变光

① “髀”，古代测量日影的表；“矩”，古代画方形的用具。《周髀算经》卷上：“周髀长八尺，夏至之日，晷一尺六寸。髀者，股也；正晷者，勾也。”

“圆出于方，方出于矩。”“土圭”也叫“圭表”，古人用来测量日影的仪器，包括圭和表两部分：表是垂直的标竿，圭是平卧的尺。“晷”，日影。“髀矩浚川，土圭度晷”，意思是说，用“髀”、“矩”测量山高河深，立“圭”看日影定时节。

② “总总”，众多貌。《楚辞·九歌·大司命》：“纷总总兮九州。”

③ “爰”（guān）（1）于是；（2）句首语气词。

④ “河图、洛书”，《易·系辞上》说：“河出图，洛出书，圣人则之。”传说伏羲氏时，黄河出现龙马，背负“河图”；洛水出现神龟，背负“洛书”。伏羲画八卦是取法于“河图”、“洛书”的。宋代儒家开始用“天地生成数图”和“九宫数”来解释“河图”、“洛书”，但解释不一致，有的说“九宫数”是“河图”，“天地生成数图”是“洛书”；有的说法则相反。

2,7
3,8 5,10 4,9
1,6

天地生成数

4	9	2
3	5	7
8	1	6

九宫数

⑤ “罔”（kǒl），开。

⑥ “八卦”，《周易》中的八种基本图形，用“—”和“--”符号组成，以“—”为阳，以“--”为阴。名称是：乾（☰）坤（☷）震（☳）巽（☴）坎（☵）离（☲）艮（☶）兑（☱）。《易传》作者认为八卦主要象征天、地、雷、风、水、火、山、泽八种自然现象，并认为“乾”、“坤”两卦在“八卦”中占特别重要的地位，是自然界和人类社会一切现象的最初根源。

“九畴”，九种法则，原指古代传说禹继鲧治洪水时，天帝赐给他的九种治理天下的大法。这里可把“九畴”理解为《九章算术》中提供的方田、粟米、衰分、少广、商功、均输、盈不足、方程、勾股等九种算法。

⑦ 这里“大衍”系指秦氏的“大衍术”。详见本书“大衍类”注释。在古代，帝王自以为所施政教，得其正中，可为法式，故称“皇极”。《书·洪范》：“五。皇极，皇建其有极。”这里“大衍皇极”系指秦氏的“大衍术”是推演历法的规范算法。

⑧ “人事”，这里指人情事理；人世间的的事情。《史记·太史公自序》：“夫《春秋》，上明三王之道，下辨人事之纪。”

不该，鬼神^①之情莫能隐矣。圣人^②神之，言而遗其粗；常人昧之，由而莫之觉。要其归，则数与道非二本也。汉去古未远，有张苍^③、许商^④、乘马延年^⑤、耿寿昌^⑥、郑〔元〕^⑦、

①“鬼神”，中国哲学术语，指天地间一种精气的聚散变化。《易·系辞上》：“精气为物，游魂为变，是故知鬼神之情状。”郑玄注：“精气谓之神，游魂谓之鬼。”

②“圣人”，谓道德智能极高的人。亦指封建时代对帝王的尊称。

③张苍（？—公元前152年），汉代历算家。阳武（今河南原阳东南）人。秦时为御史。汉高祖六年（公元前202年）封北平侯，后为计相。吕后八年（公元前180年）为御史大夫。文帝四年（公元前176年）为丞相。年百余岁乃卒。

④许商，西汉长安人，善于计算，在治河工程上有创见。永始三年（公元前14年）为少府；二年为待中光禄大夫；绥和元年（公元前8年）为司农，数月迁为光禄勋。著有《五行论历》和《许商算术》二十六卷。

⑤乘马延年，〔清〕阮元撰《畴人传》载：“乘马延年，建始时（公元前32—前29年）谏大夫也。明计算。汉书食货志。”

⑥耿寿昌，西汉理财家、历算家。宣帝时，任大司农中丞，建议在西北各郡设置“常平仓。”谷贱时增价收进，谷贵时减价出售，以利农业。后封关内侯，精通数学，曾删补《九章算术》；对天文学也有研究，曾以铜铸浑天仪观测天象。著有《月行帛图》二百三十二卷，《月行度》二卷，今佚。

⑦郑〔元〕，指“先郑”，即郑兴、郑众父子，河南开封（今开封市南）人。东汉经学家。郑兴，任太中大夫。初治《公羊传》；曾师事刘歆，兼治《左传》及《周礼》，长于历数；子郑众，曾任大司农，世称“郑司农”（以别于宦官郑众），传其父《左传》之学，兼通《易》、《诗》，明三统历。父子著作已佚。

张衡^①、刘洪^②之伦，或明天道^③，而法传于后，或计功策，而效验于时。后世学者自高，鄙不之讲，此学殆绝，惟治历畴人^④，能为乘除，而弗通于开方衍变。若官府会事，则府史一二素^⑤。算家位置，素所不识，上之人亦委而听焉。持算者惟若人，则鄙之也宜矣。呜呼！乐有制氏，仅记铿锵^⑥，而谓与天地同和者止于是，可乎。今数

①张衡(78—139)，东汉科学家、文学家。河南南阳西鄂（今河南南召县南）人。曾两度担任执管天文的太史令。精通天文历算，创制世界上最早利用水力转动的浑天仪和测定地震的地动仪。第一次正确解释了月食的成因，说明月光是日光的反照，月食是由于月球进入地影而产生的。天文和古算的著作有《灵宪》和《算网论》，今佚。魏刘徽在《九章算术注》的“少广开立圆术”中引用了张衡的算法。

②刘洪，字元卓，山东蒙阴人。东汉末天文学家。著《乾象历》，这是我国考虑了月球运动不均匀性的第一部历法。在推算日食、月食时采用了定朔的方法，测得一近点月的长度为27.554756日，白道和黄道约成 6° 的交角。

③“天道”，中国哲学术语。它最初包含有日月星辰等天体运行过程和用来推测吉凶祸福两个方面，亦即包含有天文学知识和关于上帝、天命等迷信观念两种因素。而后者被利用为殷周神权统治的工具。但宗教迷信的天道观，至春秋时已经动摇，人们开始怀疑天道主宰人事的观念，产生了朴素的唯物主义思想。当时天道问题成为各派争论的中心，战国末期，荀子《天论》提出比较鲜明的唯物主义天道观，主张控制自然为人所用。

④“畴人”。由于“历书”的内容是天文历算，所以后世称历算学者为“畴人”。裴骃集解引如淳曰：“家业世世相传为畴。”清代阮元辑有《畴人传》，介绍了我国上古至清四百位天文、数学家的传记。

⑤“素”(lěi)，亦作“累”，堆迭，积聚之意。

⑥“铿锵”(kēng gāng)，形容声音响亮和谐。多指乐器声。

术之书，尚三十余家。天象历度，谓之缀术^①；太乙、壬、甲^②，谓之三式，皆曰内算；言其秘也。九章所载，即周官九数^③，系于方圆者为蚘术^④，皆曰外算，对内而言也。其用相通，不可歧二。独大衍法^⑤不载九章^⑥，未有能推之者，历家演法颇用之，以为方程者误也。且天下之事多矣，古之人先事而计，计定而行。仰观俯察^⑦，人

① “缀术”，算经十书之一。南北朝时祖冲之撰。北宋元丰七年（1084年）刻各种算经时，《缀术》等资料已失传。在这里，“缀术”系指求天体运行和推算节气朔望变化的方法。

② “太乙、壬、甲”，系指从汉、晋的占卜术中，流传到后世，内容较丰富、应用较广泛的太乙、六壬、遁甲三家，秦氏叫“三式”（见参考文献，钱宝琮〔3〕）。

“太乙”亦作“太一”。中国哲学术语。《庄子·天下》称老子之学“主之以太一”。“太一”是老子之道的别名。

“壬”指“六壬”，术数的一种。五行（水、火、木、金、土）以水为首。十天干中，壬、癸皆属水，壬为阳水，癸为阴水，舍阴取阳，故名壬；六十甲子中，壬有六个（壬申、壬午、壬辰、壬寅、壬子、壬戌），故名“六壬”。

“甲”指“遁甲”，亦作“奇门遁甲”。术数的一种。以“乙、丙、丁”为“三奇”，以八卦的变相“休、生、伤、杜、景、死、惊、开”为“八门”，故名“奇门”；十天干中“甲”最尊贵而不显露，“六甲”常隐藏于“戊、己、庚、辛、壬、癸”所谓“六仪”之内，三奇、六仪分布九宫，而“甲”不独占一宫，故名“遁甲”。

③ “周官”亦称“周礼”或“周官经”，儒家经典之一。《周礼》只列出“六艺”，未列出“九数的细目”，其具体内容则无法了解。汉郑玄引郑众之说注称：“九数：方田，粟米，差分，少广，商功，均输，方程，盈不足，旁要。今有重差，夕桀，勾股也。”（见参考文献，白尚恕〔1〕，第5页）

④ “蚘（zhuān）术”即“善术”，沈括《梦溪笔谈》（十八卷）：“审方面势，量高深远近，算家谓之蚘术。善文象形，如绳木所用墨斗也。”即是说，弄明白方位、地形，测量高深远近的方法，算学家称为“蚘术”。

⑤ “大衍法”系指《数书九章》大衍类的算法，即一次同余问题的解法。

⑥ “九章”系指我国著名古算书《九章算术》。

⑦ “仰观俯察”。《易·系辞上》：“仰以观于天文，俯以察于地理。”

谋鬼谋，无所不用其谨，是以不愆于成，载籍章章可覆也。后世兴事造始，鲜能考度，浸浸^①乎天纪人事殽^②缺矣。可不求其故哉？九韶愚陋，不闲于艺。然早岁侍亲中都，因得访习于太史^③，又尝从隐君子^④受数学。际时狄患^⑤，历岁遥塞，不自意全于矢石^⑥间。尝险罹忧，荏苒^⑦十祀，心槁气落，信知夫物莫不有数也。乃肆意^⑧其间，旁諏^⑨方能，探索杳渺^⑩，粗若有得焉。所谓通神明，顺性命，固肤末于见，若其小者，窃尝设为问答，以拟于用。积多而惜其弃，因取八十一题，厘为九类，立术具草，间以图发之。恐或可备博学多识君子之余观，曲艺可遂也。原进之于道，倘曰，艺成而下是惟畴人府史流也，乌足尽天下之用，亦无薈焉。时淳祐七年九月鲁郡秦九韶叙。

① “浸”，逐渐。

② “殽”(xiáo)，同“淆”，混杂，错乱。

③ “太史”，官名。西周春秋时太史掌管起草文书，策命诸侯卿大夫，记载史事，编写史书，兼管国家典籍、天文历法、祭祀等，为朝廷大臣。秦、汉时职位渐低。魏晋以后，太史只掌管推算历法。隋改称太史监，唐改为太史局。宋有太史局、司天监、天文院等名称。

④ 根据参考文献，李迪[2]中猜测，“隐君子”可能是指与秦九韶同时代的博学多闻的陈元靓。而根据参考文献，钱宝琮中[4]，以为隐君子“这个姓名不能公开的数学家可能是一个从北方到四川的政治活动家”。

⑤ “狄患”是指蒙古军队进入四川。见参考文献，李迪[2]。

⑥ “矢石”指箭与礮石，古时守城的武器。这里可当作“战争”、“战乱”来理解。

⑦ “荏苒”(rěn rǎn)，犹“渐冉”。时光渐渐过去。

⑧ “肆意”，任意，毫无顾忌。

⑨ “諏”(zōu)，商议；询问。

⑩ “杳”(Yǎo)，深远，见不到踪影。“渺”(miǎo)，微小。“探索杳渺”是说，深入细致地进行探讨。