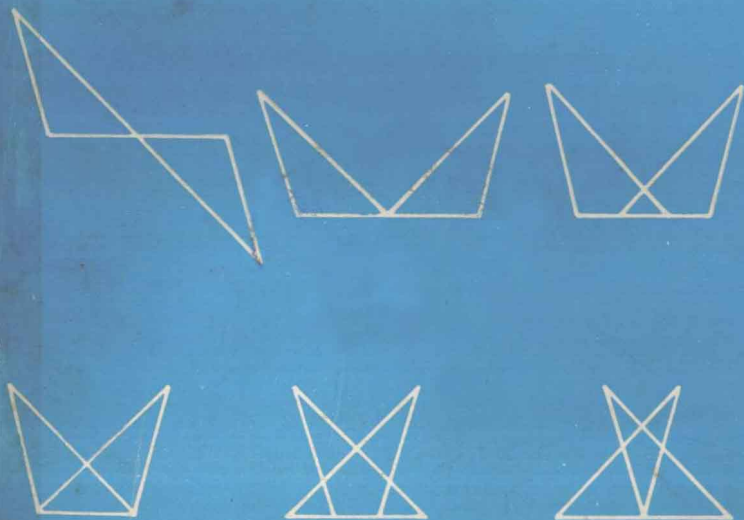


中学数学自学辅导教材 (修订二版)

平面几何

第一册 (一) 课本

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编



地质出版社

中学数学自学辅导教材（修订二版）

平 面 几 何

第一册（一）课本

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编

地 质 出 版 社

内 容 简 介

本套教材是按照中学数学教学大纲的要求编写的，经教育部批准公开出版发行。全套书共包括代数四册、平面几何两册以及配套使用的练习本和测验本，程度与内容基本和全日制十年制统编教材一致，但富有学习心理学特点，能激发学习者的兴趣、自信心和主动精神，同时，便于因材施教和自学成才。自学辅导教材自1965年开始实验，经多次修订，本版本又在1983年修订版的基础上进行了校勘订正。现已在全国二十八个省、市、自治区的部分中学推广实验，在培养学生自学能力、形成自学习惯、自学能力迁移和学科全面发展方面的效果显著。本套教材可作为正式中学的实验课本，也可以在没有教师指导的情况下用于自学，是同年级学生课外阅读和社会青年、青工、干部等自学的良好读物，同时，对中学教师和教研人员亦有一定的参考价值。

中学数学自学辅导教材（修订二版）

平 面 几 何

第一册（一） 课本

中国科学院心理研究所 卢仲衡 主编

*

责任编辑：刘品德

地质出版社出版

（北京西四）

张家口地区印刷厂印刷

新华书店北京发行所发行·全国新华书店经售

*

开本：787×1092 $\frac{1}{32}$ 印张（共三册）：25 $\frac{5}{8}$ 字数：567,000

1985年5月北京第一版·1985年5月第一次印刷

印数：1—170,085册 （共三册）定价：3.45元

统一书号：7038·新160

前 言

一、中学数学自学辅导实验教材是1965年由中国科学院心理研究所卢仲衡根据人民教育出版社课本内容，运用九条有效的学习心理学原则并结合我国优秀教师的教学经验，首次编写出的一种自学教材。使用这套教材的教学过程，由我国著名心理学家潘菽先生定名为“自学辅导教学”。

开始，这套教材每册有三个本子，一是课本，一是留有空白让学生做题的练习本，一是答案本，当时曾称“三本”教学（现在已把答案附在课本后面，增加了一个小测验本，即没有答案的练习题本）。1966年初在北京市女六中和西四中学与常规教学班级进行对比实验，效果略优于对比班，学生的学习时间对比班缩短四分之一以上。后由于十年动乱，实验被迫停止。1973年至1974年重新在北京一七二中和三中进行实验，在连续一年半的实验中，不仅获得与1966年实验的同样效果，而且学习者自学能力成长的速度对比班快多了。但是在“四人帮”的干扰破坏下，实验无法深入下去。1978年以来，在上级领导和各方面的支持下，我们又恢复并逐步扩大了实验，现已在全国二十八个省、市、自治区的几百个班级进行实验。由于使用这套教材的教学特点是在教师指导、辅导下以学生的自学为主，能充分调动学生的学习积极性和主动性，绝大多数实验班的学生在学业成绩、自学能力成长、自学能力迁移和学科全面发展四个指标上都取得了良好的效果。

1983年中国科学院心理研究所组织专家进行鉴定的结果表明，中学数学自学辅导教材和自学辅导教学法不仅确能提高实验班学生学习数学的能力，而且完全适用于青年自学和各种形式的成人教育。

二、使用这套教材做实验时，教师启发、指导、提问、答疑和小结等平均每课时约占10分钟左右的时间，而且这些活动都是在课时开始或结束前进行的，中间约有30分钟至35分钟让学生集中精力粗、细、精地阅读课本内容，接着做练习和对答案，中间不打断学生的思路，以便快者快学，慢者慢学。学生学完老师规定的进度之后，可以自学参考书或人教社编的课本。学生自学时，老师可以巡回视察学生的学习情况并辅导差生。学生应在做完一大题所包含的全部小题后再对答案，而不要做一小题就对答案，以免造成思维步子过小，影响思维能力的成长；但也不要全部做完一个练习才对答案，这样容易出现连锁性的错误（具有较好数学才能的学生可以做完一个练习再对答案）。本套教材的使用方法详见《教育研究》1982年第11期“怎样进行自学辅导教学实验”一文。

三、为了便于老师和学习者检查对自学教材的掌握程度，每学完一个小单元（几个练习）之后，就有一个小测验，测验题单独装订成册，由教师掌握。小测验是没有答案的，学生做完后交老师批改；个人自学的，可以互改或找高年级的学生帮助批改。每个小测验几乎都包含概念题、基本题、变式题和思考题（教师可以根据具体情况增删），这样可以全面了解学习者掌握知识和思维能力发展的情况。教师对小测验题要认真详细地批改。对于多数学生没有掌握的某种类型的题或带有普遍性的错误，老师可以进行复习性的讲述，务

必使绝大多数学习者弄懂为止；对于个别学习者出现的错误，则可在课上或课下进行个别辅导，不必进行全班讲述，以免影响大多数学生的宝贵时间。

四、练习本中间编有选作题，这是为那些精力有余、时间充分、喜欢探索的同学们准备的。学习感到吃力，时间紧张的同学可以不做或少做。这些题目比较繁难，带有*号的题更难，学习者最好量力而为，否则不仅无益反而有碍于正常的学习。

五、几何是一门培养逻辑思维能力的很好的学科。它的特点是开头难，一旦掌握了证题方法之后就会使人产生浓厚的兴趣。但是几何的证明题不是一拿起手来就会做的，学习者常常要用分析法和综合法反复地去找寻解题途径。希望学习者不要先看答案后做题，而要自己做完题后再对答案。只有这样，才能收到良好的效果。

担任自学辅导教学实验班教学的老师，在几何学习开始时仍要和学代数学习开始时一样，领读两三天，教会学生学习几何的方法，如发现学生不认真自己做题而先看答案的，可将他的答案封存，由老师进行批改。一定要培养学生认真自学、自练和自我检查的能力。

六、这套中学数学自学辅导教材，是参照人教社1984年数学课本修改稿内容编写的，这次又对全书的文图做了校勘订正。平面几何第一册是由朱英民任副主编，卢仲衡、朱英民、高书元、董惠云、孙若瀛、金祥凤编写的。由于水平所限，错误之处定然不少，望能得到批评指教。

中国科学院心理研究所
数学自学辅导教学实验组

1985年2月

目 录

第一章 基本概念	1
一、学习平面几何的目的和意义	1
二、几何图形.....	1
三、直线、射线、线段	3
1.1 直线	3
1.2 射线和线段	7
1.3 线段的比较 和度量.....	10
1.4 线段的作法	13
四、角	21
1.5 圆和弧	21
1.6 角	23
1.7 角 的 比较和度量.....	27
1.8 角 的作法.....	31
1.9 角 的分类.....	36
1.10 数量相关的两个角	37
1.11 定义和命题	43
小结	45
第二章 相交线与平行线	49
一、相交线	49
2.1 垂线	49
2.2 线段的垂直平分线	53
2.3 对顶角	54
二、平行线	59

2.4 同位角、内错角、同旁内角	59
2.5 平行线	60
2.6 平行线的作法	63
2.7 平行公理	64
2.8 平行线的判定	67
三、定义、命题、公理、定理	72
2.9 公理和定理	73
2.10 定理证明的必要性、步骤和格式	77
2.11 平行线的性质定理	80
小结	94
附录 I	97
附录 II	98
附录 III	99
第三章 三角形	101
一、关于三角形的概念	101
3.1 多边形	101
3.2 三角形三条边间的关系	106
3.3 三角形的内角和	110
3.4 三角形的分类	114
3.5 三角形的角平分线、中线和高三	117
二、全等三角形	120
3.6 全等三角形	120
3.7 三角形全等的判定	124
三、等腰三角形	144
3.8 等腰三角形的性质	144
3.9 等腰三角形的判定	148
3.10 三角形的边角不等关系	151
四、基本作图	156

3.11 尺规作图	156
五、直角三角形	159
3.12 直线三角形全等的判定	159
3.13 含 30° 角的直角三角形	164
3.14 逆命题、逆定理	169
3.15 线段的垂直平分线	170
3.16 角的平分线	174
3.17 轴对称图形	177
小结	180
附录	183
第四章 四边形	187
4.1 四边形的有关概念	187
一、平行四边形	189
4.2 平行四边形及其性质	189
4.3 平行四边形的判定	195
4.4 中心对称图形	202
4.5 矩形	209
4.6 菱形	215
4.7 正方形	218
4.8 平行线等分线段	224
4.9 三角形的中位线	227
二、梯形	230
4.10 梯形	230
4.11 等腰梯形	235
小结	245
第五章 面积、勾股定理	249
一、面积	249
5.1 面积的概念和公理	249
5.2 矩形和正方形的面积	253

5.3 平行四边形、三角形、梯形的面积 ...	256
二、勾股定理	266
5.4 勾股定理	266
小结	274
练习题答案	276
第一章 基本概念	276
第二章 相交线与平行线	294
第三章 三角形	317
第四章 四边形	355
第五章 面积、勾股定理	389

第一章 基本概念

一、学习平面几何的目的和意义

小学和初一所学的数学内容主要是数和数量关系，现在转到学习空间形式方面了。几何学是专门研究形的学科之一，它是由人类生活实际需要产生的。在生产劳动和生活实际中到处都需要用到几何图形的知识。如建筑桥梁时，对桥要造成什么样的形状，尺寸该多大，建在河流的什么位置上等等，都需要加以考虑；在盖房时，对门窗做成什么形状，尺寸该多大，安在房屋什么位置等，也都需要加以考虑；又如制造各种生产工具或零件以及生活用具等，都需要先根据实际需要的形状、大小、位置来画好图样，然后再按图样进行加工。而几何学就是研究有关物体的形状、大小和相互位置关系的学科。

几何学不仅是解决生产和生活实际问题所必需的，而且是培养学生关于图形观察能力、形象思维能力、逻辑思维能力和推理论证能力的一种良好的方法。

二、几 何 图 形

我们常见的物体除了各自具有形状、大小和位置外，还有重量、颜色、硬度以及其他的物理性质和化学性质。几何

学只研究物体的形状、大小和相互位置，而不考虑其他的物理性质和化学性质，这样抽象出来的物体的形象就叫**几何体**。例如铅球、木球、乒乓球或玻璃球等物体，在几何学中都被看成是同一种几何体，即球体。几何体简称体，例如图1—1所示的木块、皮球、圆钢，分别可以形成长方体、球体（简称球）、圆柱体（简称圆柱）的概念。



图 1—1

从图1—1可以看到，体都占有一部分空间，有长、宽和高，而且都是用它的表面和它周围的空间分开的。因此我们可以说体是由面围成的，也可以说面是体的界限。如果单独来想象它的表面，就可把几何体的表面看成是没有厚度的面。面有平面，有曲面。例如，长方体是由六个平的面围成的，球是由一个曲的面围成的，圆柱是由一个曲的面和两个平的面围成的。

从图1—2可以看到，面与面相交构成线。线有直线，有曲线，例如长方体相邻的两个面相交于一条线（长方体的棱），是直的；圆柱体的侧面和一个底面相交于一条线，是曲的。因此我们说线是面的界限。

线和线相交于点。如长方体相邻的两条棱相交于一点（长方体的顶点），因此我们说点是线的界限。

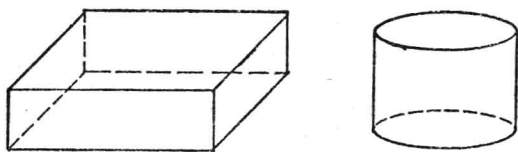


图 1—2

几何中的面只有长度和宽度，而没有厚薄；线只有长短而没有宽度和厚度；点只有位置而没有大小（没有长、宽、厚度）。

点、线、面、体或若干个点、线、面、体组合在一起叫做几何图形。几何图形可以不变更它的形状和大小在空间移转。

在初中，我们研究的几何图形，主要是在同一个平面内的图形——平面图形。

（翻开练习本做练习一）

三、直线、射线、线段

1.1 直线

一条拉紧的线，一张纸的折痕，都给我们以直线的形象。但直线是向两方无限延伸的，既无头又无尾。直线的基本特征有两个：一是笔直；二是向两方无限延伸（如图 1—



图 1—3

3) .

一条直线上有无限多个点，每一个点可以用一个大写英文字母来表示，如图1—4中的点A、点B、点C、点M、点N。



图 1—4

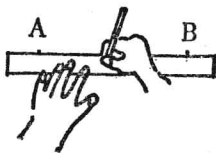
直线可以用表示它上面的任意两个点的大写英文字母来表示，如直线AB(或直线BA)，直线MN(或直线NM) …，直线也可以用一个小写字母表示，如直线l，直线a … (如图1—4和图1—5)，小写字母通常写在直线的上方或一旁。



图 1—5

我们怎样在纸上(或黑板上)画直线呢?

画直线可以用直尺(或三角板)，把直尺放在纸上，用铅笔沿着直尺的边缘就可以画出一条直线，但是画出的只能是直线的一部分，再象前面说的那样标出字母，就表示直线了。画图时应该用左手按住直尺的中间，铅笔要向右略微倾斜，从左到右画，如图1—6。



(翻开练习本做练习二)

图 1—6

经过一点O可以作无数条直线(图1—7)，如直线OA、OB、OC、OD……，经过两点能作几条直线呢?请你好好地想一想然后继续看下去。

在纸上画两个点，经过这两点用直尺可以画一条直线。木工锯木板，也是先在木料上定出两点，然后用墨斗打出直线(图1—8)。过两点除了已画出的一条直线外，能不能另画出一条和原来的直线不重合的直线呢？事实告诉我们，这是不可能的。从这些事实可以看出直线的基本性质：经过两点可以画一条直线，并且只可以画一条直线。也就是：两点决定一条直线。

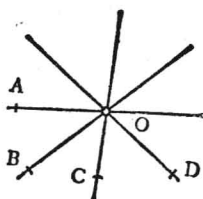


图 1—7

象这样从人们的实践经验中总结出来的基本性质，我们叫做公理。公理可以作为说明其他问题的根据。如直线的基本性质就是关于直线的第一个公理，在几何学中，可以拿它作为以后推理和画图的依据。例如过两点 A 和 B ，我们可以画出唯一的一条直线 AB 。就是以这第一个直线公理为根据的。

在日常生活和生产实践中也经常用到直线的这种性质。例如架线工人在立电线杆时，只要确定出两根杆的位置（即两个点的位置），就能确定出一行电线杆所在直线的位置（图1—9）。

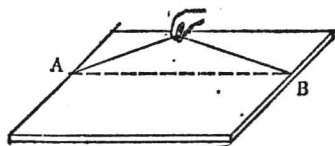


图 1—8

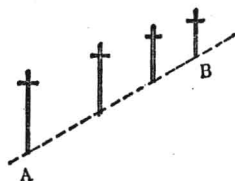


图 1—9

应用直线的这个基本性质，可以检查尺的边缘是否平

直。方法是：先选定两个点，让尺的边缘紧靠这两点，画一条线，再把尺调转过来，放在这两点的另一侧，经过这两点画一条线。如果两次画出的线是重合的，就可以确定尺的边缘是直的（图1—10），否则就不直（图1—11）。

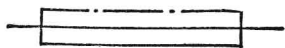


图 1—10



图 1—11

（翻开练习本做练习三）

从图 1—12 我们看到，两条直线 AB 和 CD 都经过同一个点 O ，我们则说“直线 AB 和 CD 相交于 O ”。直线 AB 和 CD 是两条相交直线，点 O 是交点。

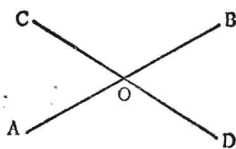


图 1—12

从直线的基本性质，可以得出下面的推论：

两条直线相交，只有一个交点。

假如两条直线相交有两个交点，那么根据直线的基本性质，这两条直线就互相重合，成为一条直线，所以不重合的两条直线相交，就只能有一个交点。

由于这个推论是以第一个直线公理为根据推证出来的，所以说它也是正确的。学了这条推论，便可把它作为以后推理的根据，不必再从头反复去说明了。例如：让你证明“两条直线相交有两个交点是不正确的”。你就可以说：因为两条直线相交，只有一个交点；故两条直线相交不可能有两个交点；所以说两条直线相交有两个交点是不正确的。

这一段我们学习了几何图形、直线以及直线的基本性质等基本概念，必须深刻体会它们：（一）要会正确地画出图

形；（二）要会用准确的语言叙述；（三）要学习用这些基本概念作根据分析问题。注：基本性质和基本特征是两个不同的东西，不要把它们混同起来。我们把一个概念或定义所包含的必要条件叫做基本特征；我们把经过长期实践而不证自明的公认所具有的性质叫做基本性质，亦即公理。关于定义、公理和定理后面还有详细的论述。

（翻开练习本做练习四）

1.2 射线和线段

如图1—13中， O 是直线 AB 上的一个点，它把直线分成两部分： OA 和 OB ，其中每一部分都是各向一方无限延伸的，这就是射线，即在直线上某点一旁的部分叫做射线，如射线 OA 与射线 OB 。点 O 叫做射线的端点。

图1—13

射线有三个基本特征：第一是笔直的线；第二是只有一个端点；第三是向一方无限延伸。象探照灯、手电筒所发出的光线是由一个点向一定方向发出的，所以是射线。

射线用它的端点和射线上另外任意一个点的大写字母来表示，并把表示端点的字母写在前面。如图1—14甲， O 点为射线的端点，在射线上再取一点 A ，记作射线 OA 。对射线来说，两个大写字母中的头一个必须写在它的端点的位置，另一个写在射线上任意一点的位置；也可以用乙图的方法来表示。丙图和丁图虽然有一个端点，但不是笔

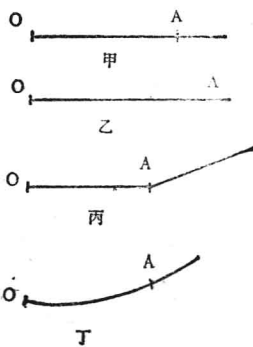


图1—14