

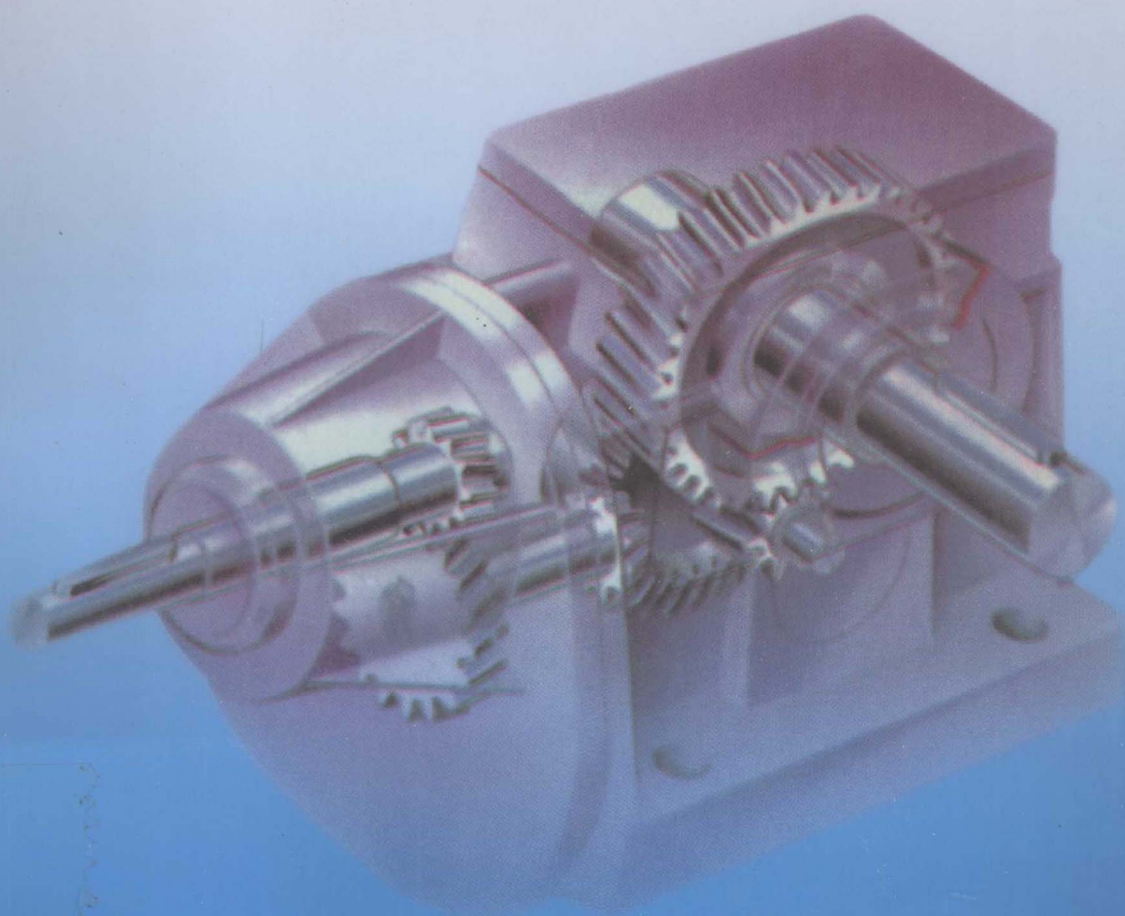
高等学校机械类系列教材

理论力学

Lilun Lixue

(第二版)

邓危梧 林莱君 主编



重庆大学出版社

<http://www.cqup.com.cn>

理论力学

(第二版)

邓危梧 林茉君 主编

圖 1 主編目 (CIB) 數據

4-0080-4525-7-879 ISBN

野矢代学

02105252 (03) 03686

www.camp.com.co



淮阴师院图书馆1182758

重庆大学出版社

内 容 提 要

全书共十三章。分为静力学、运动学、动力学三大部分,内容包括力的基本性质和计算,物体的受力分析,力系的简化和物体的重心,各种力系的平衡方程和应用,点的运动和刚体的平动与转动,刚体的平面运动,质点和转动刚体的运动微分方程,工程中常用的动静法,力的功和动能以及表明两者关系的动能定理。带有“*”号的为选学内容,主要介绍动量定理(含质心运动定理)和动量矩定理,以及机械振动的基本概念。本书采用国际单位制。为便于学习和复习,各章末均附有小结和一定数量的例题和习题,并在书末附有答案。

本书可作为高校机械类专业专科教材,也可作本科少学时及电大、职大、函大相关专业教材。

图书在版编目(CIP)数据

理论力学/邓危梧,林莱君主编.—2版.—重庆:重庆大学出版社,2007.12

(高等学校机械类系列教材)

ISBN 978-7-5624-0860-4

I.理… II.①邓…②林… III.理论力学—高等学校—教材 IV.031

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2007)第 186434 号

理 论 力 学

(第二版)

邓危梧 林莱君 主编

责任编辑:梁 涛 版式设计:梁 涛

责任校对:何建云 责任印制:张 策

*

重庆大学出版社出版发行

出版人:张鸽盛

社址:重庆市沙坪坝正街 174 号重庆大学(A区)内

邮编:400030

电话:(023) 65102378 65105781

传真:(023) 65103686 65105565

网址:<http://www.cqup.com.cn>

邮箱:fxk@cqup.com.cn(市场营销部)

全国新华书店经销

重庆东南印务有限责任公司印刷

*

开本:787×1092 1/16 印张:15.25 字数:381 千

1994 年 1 月第 1 版 2001 年 6 月第 2 版 2007 年 11 月第 10 次印刷

印数:35 001—37 000

ISBN 978-7-5624-0860-4 定价:23.00 元

本书如有印刷、装订等质量问题,本社负责调换

版权所有,请勿擅自翻印和用本书

制作各类出版物及配套用书,违者必究

序

近年来我国高等专科教育发展很快,各校招收专科生的人数呈逐年上升趋势,但是专科教材极为匮乏,专科教材建设工作进展迟缓,严重制约了专科教育的发展。在重庆大学出版社的倡议下,中国西部地区 14 所院校(云南工学院、贵州工学院、宁夏工学院、新疆工学院、陕西工学院、广西大学、广西工学院、兰州工业高等专科学校、昆明工学院、攀枝花大学、四川工业学院、四川轻化工学院、渝州大学、重庆大学)联合起来,编写、出版机类和电类专科教材,开创了一条出版系列教材的新路。这是一项有远见的战略决策,得到国家教委的肯定与支持。

质量是这套教材的生命。围绕提高系列教材质量,采取了一系列重要举措:

第一,组织数十名教学专家反复研究机类、电类三年制专科的培养目标和教学计划,根据高等工程专科教育的培养目标——培养技术应用型人才,确定了专科学生应该具备的知识和能力结构,据此制订了教学计划,提出了 50 门课程的编写书目。

第二,通过主编会议审定了 50 门课程的编写大纲,不过分强调每门课程自身的系统性和完整性,从系列教材的整体优化出发,理顺了各门课程之间的关系,既保证了各门课程的基本内容,又避免了重复和交叉。

第三,确定了编写系列专科教材应该遵循的原则:

1. 教材应与专科学生的知识、能力结构相适应,不要不切实际地拔高;
2. 基础理论课的教学应以“必须、够用”为度,所谓“必须”是指专科人才培养规格之所需,所谓“够用”是指满足后续课程之需要。
3. 根据专科的人才培养规格和人才的主要去向,确定专业课教材的内容,加强针对性和实用性;
4. 减少不必要的数理论证和数学推导;
5. 注意培养学生解决实际问题的能力,强化学生的工程意识;
6. 教材中应配备习题、复习思考题、实验指导书等,以方便组织教学;
7. 教材应做到概念准确,数据正确,文字叙述简明扼要,文、图配合适当。

第四,由出版社聘请学术水平高、教学经验丰富、责任心强的专家担任主审,严格把住每门教材的学术质量关。

出版系列专科教材堪称一项“浩大的工程”。经过一年多的艰苦努力,系列专科教材陆续面市了。它汇集了中国西部地区 14 所院校专科教育的办学经验,是西部地区广大教师长期教学经验的结晶。

纵观这套教材,具有如下的特色:它符合我国国情,符合专科教育的教学基本

要求和教学规律;正确处理了与本科教材、中专教材的分工,具有很强的实用性;与出版单科教材不同,有计划地成套推出,实现了整体优化。

这套教材立足于我国西部地区,面向全国市场,它的出版必将对繁荣我国的专科教育发挥积极的作用。这套教材可以作为大学专科及成人高校的教材,也可作为大学本科非机类或非电类专业的教材,亦可供有关工程技术人员参考。因此我不揣冒昧向广大读者推荐这套系列教材,并希望通过教学实践后逐版修订,使之日臻完善。

吳之鵬

1993年

仲夏

前言

本教材是根据国家教委制订的高等工科院校机类三年制专科《理论力学教学基本要求》,以及中国西部地区工科专科教材主编会议具体确定的《编写大纲》编写而成的。它主要适用于机类三年制专科各专业,其中基本内容约 60 学时(第 1 至 11 章),带有“*”号的选学内容约 12 学时(第 12、13 章)。少数未独立成章的选学内容,则用小号字排印。

本教材的编写,力求按照专科层次的特点,编写成具有一定特色的教材。因此,本教材在内容的选取和体系安排上,特别注意贯彻专科教材应以“适用为主,够用为度”的编写原则,加强基础理论在应用方面的内容。在教材内容的表述方面,力求做到清晰、简练,避免不必要的和繁琐的论证和叙述,而着重讲清基本概念和基本理论的内涵,以及各部分内容在应用上的特点和方法。为便于学习、复习和巩固,掌握要点,在各章末均附有小结,并选配有足够数量的例题和习题(包括部分思考题),节末附有习题答案。本书采用国际单位制。

本书由四川轻化工学院邓危梧任主编,并编写绪论、第 5,7,10,11 章,负责全书统稿工作;昆明理工大学林莱君任副主编,并编写第 3 章,以及静力学的统稿工作;四川轻化工学院裴家驹编写第 1,2 章;陕西工学院张宝中编写第 4,6 章;兰州高等工业专科学校刘大为编写第 8,9,12 章;渝州大学陈有方编写第 13 章和附录。

本书由国家教委工科理论力学课程教学指导委员会委员、重庆大学工程力学系徐铭陶教授任主审,赵邦义副教授任副主审,他们详细审阅了本教材,并提出很多宝贵意见,对本书的定稿和质量的保证起了很大作用,在此谨表衷心感谢。

限于编者水平,且编写时间匆促,书中定有不当之处,恳请批评指正。

编者

1993 年 10 月

目 录

绪论	(1)
第 1 篇 静力学	(3)
第 1 章 力的基本性质及其计算·物体受力分析	(4)
1.1 力和刚体的概念	(4)
1.2 力的基本性质	(5)
1.3 力在轴上的投影	(7)
1.4 汇交力系的合成	(9)
1.5 力对点和对轴之矩·合力矩定理	(12)
1.6 力偶及力偶矩·力偶系的合成	(17)
1.7 约束及约束反力	(20)
1.8 物体受力分析及受力图	(23)
本章小结	(26)
习题	(27)
第 2 章 力系的简化	(35)
2.1 力的平移定理	(35)
2.2 任意力系的简化	(35)
2.3 平行力系的中心和物体的重心	(39)
本章小结	(45)
习题	(45)
第 3 章 力系的平衡	(51)
3.1 任意力系的平衡条件和平衡方程·几种特殊力系的平衡方程	(51)
3.2 平面力系平衡方程及其应用	(52)
3.3 考虑摩擦时的平衡问题	(61)
3.4 空间力系平衡方程的应用	(65)
本章小结	(69)
习题	(69)
第 2 篇 运动学	(82)
第 4 章 点的运动学	(83)
4.1 研究点运动的几种方法·运动方程和轨迹	(83)

4.2	用矢径法确定点的速度和加速度	(85)
4.3	用直角坐标法确定点的速度和加速度	(86)
4.4	用弧坐标法(自然法)确定点的速度和加速度	(87)
	本章小结	(92)
	习题	(93)
第5章	刚体的基本运动	(97)
5.1	刚体的平动	(97)
(1)	5.2 刚体绕定轴转动	(98)
	本章小结	(102)
(2)	习题	(103)
(4)	第6章 点的复合运动	(106)
(4)	6.1 复合运动的基本概念	(106)
(2)	6.2 点的速度合成定理	(109)
(7)	6.3 点的加速度合成定理	(112)
(9)	本章小结	(117)
(51)	习题	(118)
(71)	第7章 刚体的平面运动	(123)
(05)	7.1 刚体平面运动的简化和分解	(123)
(85)	7.2 平面图形上任一点的速度	(125)
(85)	7.3 平面图形上任一点的加速度	(130)
(75)	本章小结	(132)
(28)	习题	(133)
	第3篇 动力学	(137)
(95)	第8章 质点运动微分方程	(138)
(24)	8.1 动力学基本定律和基本方程	(138)
(24)	8.2 质点运动微分方程	(139)
(12)	本章小结	(143)
	习题	(143)
(12)	第9章 刚体绕定轴转动的微分方程	(146)
(52)	9.1 刚体绕定轴转动的微分方程	(146)
(10)	9.2 刚体对轴的转动惯量	(148)
(20)	本章小结	(152)
(90)	习题	(152)
(90)	第10章 动静法	(155)
(58)	10.1 惯性力·质点的动静法	(155)
	10.2 质点系的动静法	(157)
(88)	10.3 刚体惯性力系的简化	(158)
(88)	10.4 转动刚体的轴承动反力·动平衡的概念	(163)

本章小结	(165)
习题	(165)
第 11 章 动能定理	(170)
11.1 力的功和功率	(170)
11.2 动能	(173)
11.3 质点动能定理	(175)
11.4 质点系动能定理	(176)
11.5 机器运转时的功能关系·机械效率	(179)
本章小结	(180)
习题	(182)
* 第 12 章 动量定理和动量矩定理	(187)
12.1 动量定理	(187)
12.2 动量矩定理	(191)
本章小结	(194)
习题	(194)
* 第 13 章 机械振动的基本概念	(198)
13.1 振动系统的力学模型	(198)
13.2 自由振动	(199)
13.3 阻尼对自由振动的影响——衰减振动	(204)
13.4 受迫振动	(207)
13.5 减振和隔振的概念	(211)
13.6 转子的临界转速	(213)
本章小结	(214)
习题	(215)
习题答案	(220)
参考文献	(231)

绪 论

宇宙中的一切物质,都在不断地运动着。运动,是物质的根本属性,它包括宇宙间所有事物的一切变化。例如,物体在空间的位移,热的传导,电子的迁移,电磁波的传播,化学变化,生命的成长与衰亡,社会的变化发展等等,都是物质运动的各种形态。而物质运动的最简单的形态,就是物体在空间位置的变化,这种运动形态常称为机械运动,在力学中简称运动。如天体的运行,河水的流动,大地的震动,动物的活动,车辆的行驶,机器的运转等等,都是物体机械运动的实例。理论力学就是研究物体机械运动一般规律的学科,其范围是研究物体的运动速度远远小于光速的、宏观物体的机械运动。它是以伽利略、牛顿等人所总结的物体机械运动的基本定律为基础,属于所谓的古典力学(经典力学)的范畴。其学科体系主要是在15~17世纪逐步形成,后来又不断完善并有所发展。至于物体运动速度接近光速和微观基本粒子的运动,古典力学的规律已不适用,而必须用相对论和量子力学等的观点才能完善解决。但是,在一般工程实际问题中,即使是如航天以及火箭等尖端科学技术中的大量力学问题,用古典力学的方法来解决,仍然是必由之途。因此,古典力学至今仍有很大的实用价值。

要全面研究物体的机械运动,就必然要研究它的基本形式及其传递和转移,以及它在传递和转移中物体与物体间的相互作用,也就是力。

在工程技术领域的许多实际问题中,都涉及机械运动及其传递和转移。例如卫星的发射需研究弹道运动;机器零件传递运动时,需研究零件的强度、刚度和振动;挖掘机设计时,需研究原动机的运动是如何变换成铲斗的曲线运动的;大型建筑结构的设计,要研究压杆的稳定性,高层建筑要研究地震引起的振动;等等。这些各种各样的力学问题,有些可以直接应用理论力学的基本理论和方法去解决,有些则需要理论力学和其他学科的知识共同来解决。因此,理论力学又是工科各专业(特别是机械类的专业)都应学习的重要技术基础课之一,它和材料力学、机械原理、机械零件等后续课程以及很多专业课,都有着非常密切的直接联系。可以说,理论力学是学习这些后续课程的重要理论基础课。由此可知,学好理论力学是具有十分重要的意义的,这将给我们今后的学习和技术工作打下必要的力学基础。

理论力学和其他学科一样,是随着生产发展的需要逐步形成和发展起来的。人们在和自然界斗争以及生产实践活动中,不断积累知识,认识自然,征服自然,从而产生和发展了这门学科。我国是世界文明古国之一,远在商代即已进入奴隶社会,生产力已达一定水平。到春秋战国时期,农业、手工业、建筑、运输等方面都已有很大发展,在生产实践中已使用了杠杆、斜面、滑轮、车、磨、天平等工具,积累了很多力学知识。公元前五世纪,我国的科学著作《墨经》中,就已总结了人们在生产实践中积累的许多力学经验。其中有关于力的定义、杠杆的平衡、梁和绳索的挠曲等。由于当时生产力水平的限制,这些知识主要是静力学方面的。到了秦、汉以至隋代,由于新的封建经济基础推动着生产的发展,从而推动我国科学技术的发展,力学原理也得到比较广泛的应用和发展。但到唐代以后,由于封建社会的生产关系逐渐束缚和阻碍了生产力的发展,唯心主义哲学和宗教在思想领域中占统治地位,因而阻碍了我国科学的发展。即使

如此,我国在力学上仍有较重大的贡献,作为现代科学尖端的喷气推进技术,其原始形态就是我国在这个时期发现并加以应用的。直到 14 世纪,我国在力学上的一些成就,也还是超过许多西方国家的。新中国成立以来,我国机械、汽车、船舶、航空、航天等现代工业技术,都逐步发展起来。随着我国生产的发展,科学技术也很快发展,并建立和发展了一系列新兴和尖端科学技术。原子弹、氢弹、导弹等的多次成功发射,卫星和同步通讯卫星的发射和准确回收等,都标志着我国科学技术已发展到了新的高度,力学研究也发展到新的水平。实现四个现代化,把我国建设成为高度民主和高度文明的社会主义现代化强国的宏伟目标,为我国力学的研究和发展开辟了更加广阔的前景。总之,力学的形成和发展也和其他学科一样,完全决定于生产的发展。人们在生产实践中不断认识和改造自然,科学也就不断得到发展。正如恩格斯在《自然辩证法》中所指出:“科学的发生和发展从开始起便是由生产所决定的”。当然,科学不仅是被动地适应生产的需要,科学的发展又为生产开辟了新的途径,引起新的生产需要,进一步促进生产的发展。因此,科学技术也是生产力,而且是第一生产力。

根据工科专业的特点,本课程的内容将分为静力学、运动学和动力学三个部分。静力学主要研究力系的简化和平衡;运动学则是从几何的观点研究物体的运动,而不涉及影响物体运动的物理因素(如力、质量等);而动力学则将研究物体运动的变化与作用于物体上的力之间的关系。

第1章 力的基本性质及其计算·物体受力分析

1.1 力和刚体的概念

一、力的概念

力是物体间的相互机械作用,其效应是使物体的运动状态发生变化和使物体产生变形。力使物体的运动状态发生变化的效应称为外效应(亦称运动效应),而使物体变形的效应称为内效应(或变形效应)。

应该注意到,力是一物体对另一物体间的相互作用,在对物体进行受力分析时,必须明确区分受力物体和施力物体。

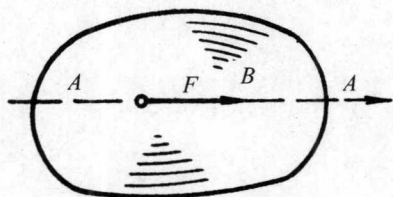


图 1-1

实践表明,力对物体的作用效应,决定于力的大小、方向和作用点三个因素。由于力具有大小和方向,且又服从矢量合成规则,因此,力是矢量。在力学中,用有方向的线段表示力矢量,如图 1-1 中的线段 $\overline{AB}$,其起点 A 表示力的作用点,线段的方位和箭头表示力的作用线和指向,线段的长度 AB (按一定的比例尺)表示力的大小。本书中,力矢量用粗体字母例如 $\mathbf{F}$ 表示,用普通字母 F 表示力的大小。力的量度单位在国际单位制(SI)中是牛顿(N)或千牛顿(kN)。

力系 两个以上的力的集合称为力系。

等效力系 两个不同的力系,如果它们对同一物体的作用效应完全相同,则这两个力系是等效的,它们互称为等效力系。

平衡力系 若一个力系对物体作用后,并不改变物体原有的运动状态,该力系称为平衡力系。即平衡力系的外效应为零。

二、刚体的概念

刚体是指在力作用下不变形的物体。任何物体在力的作用下总要产生不同程度的变形。因此,实际上并不存在绝对的刚体,而这里所指的刚体,只是实际物体在一定条件下抽象的力学模型。在工程实际中,有很多物体的变形对所研究的问题影响很小而可以忽略不计,这时该物体就可抽象为刚体。但是,将物体抽象为刚体是有条件的,这与所研究的问题性质有关。当物体的变形(即使很微小)成为所研究问题的主要方面而不应忽视时,则不能抽象成为刚体而应当成变形体处理。例如在计算桥墩的受力时,桥梁就可视为刚体。但在研究桥梁的振动问题时,不论其变形大小如何,都必须把桥梁作为弹性体。在理论力学中,主要研究力的外效应,一般都把研究的物体抽象为刚体。若研究的问题中,刚体的尺寸对问题的研究不起主要作用时,则可抽象为质点来处理。

1.2 力的基本性质

有关力的几个基本性质,是从大量实践中总结出来的,其正确性是显见的,因而具有公理的性质。

一、二力平衡条件

刚体受两个力作用而处于平衡,其必要与充分条件是:二力大小相等,沿同一直线作用且指向相反。称为二力平衡条件。

满足此条件且作用于同一物体上的两力,是一个最简单的平衡力系。二力平衡条件对于刚体,既是必要的,也是充分的。但对于变形体,它只是平衡的必要条件,而不是充分条件。例如,一段绳子受到沿绳轴线方向的两个等值反向的压力,绳子不能平衡。

工程上,受两个力作用而处于平衡的物体,称为二力体或二力构件。根据二力平衡条件可知:二力构件不论其形状如何,其所受的两个力的作用线,必沿两力作用点的连线。这一性质在对物体进行受力分析时是很有用的。例如图 1-2(a)中的三铰拱,在力 F 作用下处于平衡,则 BC 半拱就是二力构件。作用于 B, C 两点的力的作用线必沿两点的连线 BC ,如图 1-2(b)所示。

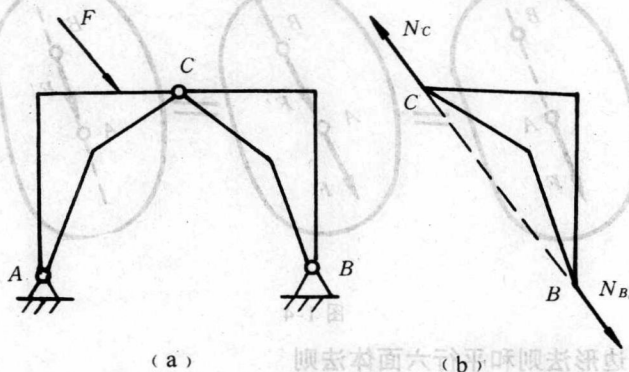


图 1-2

二、作用与反作用定律

两物体间相互作用的力,总是大小相等、方向相反、沿同一直线,分别作用在相互作用的两个物体上。

这个定律概括了自然界中物体间相互作用力的关系,表明一切力总是成对地出现的。有作用力就必有反作用力。它们彼此互为依存条件,没有作用力也就没有反作用力。

必须强调指出,作用力与反作用力不是平衡力系,它与二力平衡条件不能混同。例如,一重物用钢丝绳吊在天车上,如图 1-3(a)所示。 P 为重物受的重力, S 为钢绳给重物的拉力。由于这两力都作用在重物上,而使重物保持静止,所以它们不是作用力与反作用力的关系,而是二力平衡。至于钢绳给重物的拉力 S (作用力)的反作用力应是重物给钢绳的拉力 S' ,它作用

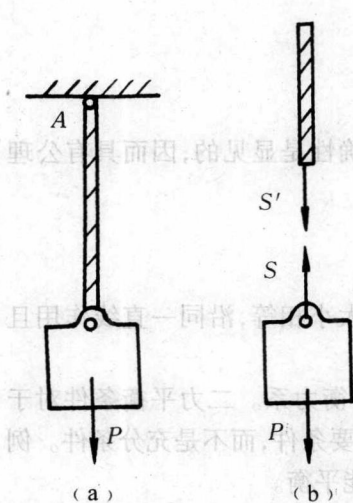


图 1-3

在钢绳上。所以虽然 $S = -S'$ ，但它们不是二力平衡。如图 1-3(b) 所示。 P 是地球对重物的吸引力，它的反作用力 P' 是重物对地球的吸引力，作用在地球上。

三、刚体上平衡力系的可加減性

在刚体上可以任意增加或去掉一个或多个平衡力系，而不会改变刚体原有的状态。这一性质对以后研究力系的简化是很有用的。

四、力在刚体内的可传性

作用在刚体上的力，可沿其作用线任意移动而不会改变它对刚体的作用效应。如图 1-4 的刚体，在 A 点受力 F 作用，若在 F 的作用线上的 B 点增加一平衡力系 F' 、 F'' ，且使 $F' = -F''$ ，则 F 与 F'' 又成为平衡力系。将此力系去掉后则得到作用于 B 点的 F' 。而 $F = F'$ ，且二力均沿同一作用线，故即是将 F 从 A 点沿作用线移动到了 B 点。根据这一性质可知，作用于刚体上的力是滑移矢量。

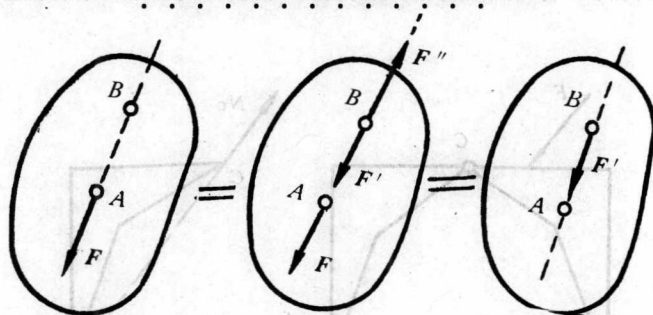


图 1-4

五、力的平行四边形法则和平行六面体法则

作用于物体上同一点的两个力，其合力的作用点仍在该点，合力的大小和方向由这两个力为邻边构成的平行四边形的对角线来确定。这一法则是一般矢量合成的基本法则。如图 1-5 中，

$$F_1 + F_2 = R$$

R 为 F_1 和 F_2 两力的合力，平行四边形的对角线矢即为 R 的大小和方向。力的平行四边形也可演变为力三角形，由它能更简便地确定合力 R 的大小和方向，如图 1-5(b) 所示。

对于作用于一点的空间三个力（对于刚体，由于力的可传性，只要三个力的作用线交于一点），根据力的平行四边形法则，即可得到求合力的平行六面体法则。即空间汇交于一点的三个力的合力，作用点在汇交点，合力的大小和方向由这三个力矢为棱边的平行六面体的对顶线矢来确定（图 1-5c）。

根据上述力合成的法则，不难将一力进行分解。

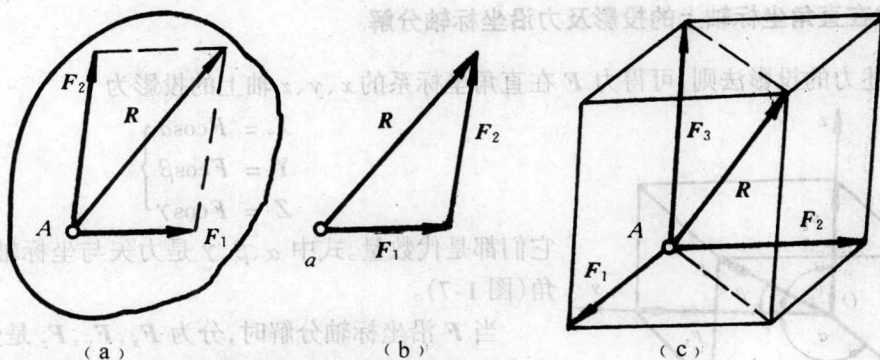


图 1-5

1.3 力在轴上的投影

在力学计算中,常常需要计算力在轴上(特别是在直角坐标轴上)的投影。力是矢量,因此,力的投影法则与矢量的投影法则完全相同。

一、力在轴上的投影

力 F 在轴 x (有正负方向的直线) 上的投影: 由 F 力矢的始、末端 A 和 B 作 x 轴的垂线, 这两条垂线与 x 轴的交点 a 和 b 间的线段 ab 就是 F 力在该轴上的投影, 常用 X 表示。如图 1-6 所示。力的投影是代数量, 其正负则视 ab 的指向与轴的正向是否一致而定。在图 1-6(a) 中力 F 的投影 X 应为正; 而图 1-6(b) 中力 F 的投影应为负。故力 F 在轴 x 上的投影:

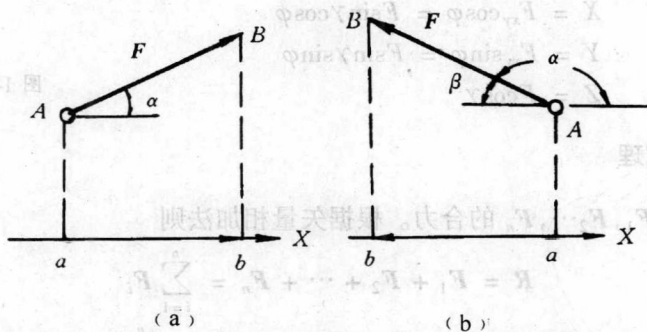


图 1-6

图(a) $X = F \cos \alpha$

图(b) $X = F \cos \alpha = F \cos(180^\circ - \beta) = -F \cos \beta$

即力在轴上的投影, 等于该力的大小与力矢和投影轴正向间夹角的余弦的乘积。

在实际计算力的投影时, 为方便确定投影的正负号, 通常是先用力模乘以该力与投影轴间所夹锐角的余弦, 然后再按该力在轴上的投影是否与轴的正向一致而决定正负号。

二、力在直角坐标轴上的投影及力沿坐标轴分解

由上述力的投影法则,可得力 F 在直角坐标系的 x, y, z 轴上的投影为

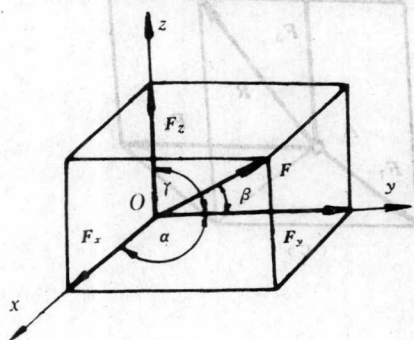


图 1-7

$$\left. \begin{aligned} X &= F \cos \alpha \\ Y &= F \cos \beta \\ Z &= F \cos \gamma \end{aligned} \right\} \quad (1-1)$$

它们都是代数量。式中 α, β, γ 是力矢与坐标轴之间的夹角(图 1-7)。

当 F 沿坐标轴分解时,分为 F_x, F_y, F_z 是矢量,它们应由力的平行四边形法则或平行六面体法则的逆运算而求得。若 i, j, k 分别表示 x, y, z 轴方向的坐标单位矢,则为沿坐标轴分解的解析式为

$$F = F_x + F_y + F_z = Xi + Yj + Zk \quad (1-2)$$

其中

$$F = \sqrt{X^2 + Y^2 + Z^2}$$

而 X, Y, Z 由(1-1)式确定。

二次投影法。在实际问题中,由于受给定的条件所限,力与投影轴之间的夹角不易求得,这时可采用二次投影法:先将力投影到某坐标平面上,得到一力矢量,然后再将此力矢量投影到该坐标轴上。如图 1-8 所示的力 F ,已知 γ 和 φ ,则力 F 在各坐标轴上的投影分别为

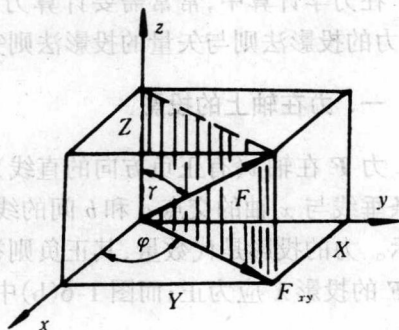


图 1-8

$$\begin{aligned} X &= F_{xy} \cos \varphi = F \sin \gamma \cos \varphi \\ Y &= F_{xy} \sin \varphi = F \sin \gamma \sin \varphi \\ Z &= F \cos \gamma \end{aligned}$$

三、合力投影定理

设为 R 是力系 $F_1, F_2, \dots, F_n$ 的合力。根据矢量相加法则

$$R = F_1 + F_2 + \dots + F_n = \sum_{i=1}^n F_i \quad (1-3)$$

记号 $\sum_{i=1}^n$ 为连加号。为书写方便,以后常将它简写成 $\sum$,如 $\sum_{i=1}^n F_i$ 常简写成 $\sum F_i$,或更简单地写成 $\sum F$ 。由矢量投影定理,将此式投影到各坐标轴上,则得

$$\left. \begin{aligned} R_x &= X_1 + X_2 + \dots + X_n = \sum X \\ R_y &= Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n = \sum Y \\ R_z &= Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n = \sum Z \end{aligned} \right\} \quad (1-4)$$

即合力在某一轴上的投影,等于各分力在此轴上投影的代数和,这就是合力投影定理。

计算出合力的投影 R_x, R_y 和 R_z 后,就可以计算合力 R 的大小和方向(图 1-9):