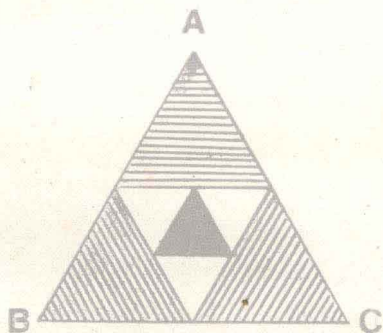


GAOZHONG SHUXUE ZIGE SHOUC



高中数学自测手册

靳尚诚 薛川坪 编著
邓禹绩 肖 钰

知 识 出 版 社

中学基础知识自测丛书

●中学基础知识自测丛书●

高中数学自测手册

靳尚诚 薛川坪 编著
邓禹绩 肖 钰

知 识 出 版 社

中学基础知识自测丛书

高中数学自测手册

靳尚诚 薛川坪
邓禹绩 肖钰 编著

知识出版社出版

(北京阜成门北大街17号)

新华书店总店北京发行所发行 西安新华印刷厂印刷

开本787×1092 1/32 印张7.5 字数159千字

1988年3月第1版 1988年3月第1次印刷

印数：1—129800

ISBN 7-5015-0135-1/G·27

定价：1.25 元

内 容 提 要

本书以高中数学教学大纲为准绳，以全国统编教材为依据，以培养自测能力、提高解题水平为目的，针对中学生在学习高中数学时存在的问题和常见错误以及近几年高考题型的分析，从自测题、选题标准、解答、常见错误分析、学习指导五个方面辅导读者系统地自我测查函数、三角函数、三角方程、数列、不等式、复数、排列组合、二项式定理、直线、平面、多面体、旋转体、直线方程、圆锥曲线、坐标变换、极坐标参数方程等高中数学内容的掌握程度。并附有1987年全国普通高等学校招生考试数学试题、答案的详细分析。

本书题型齐全，解答、分析详尽，指导得法，是在校高中学生的优良课外辅助读物，更是高中毕业生准备高考的良师。既对自学青年、在职职工学习和应考数学非常实用，又对中学数学教师有所参考。

前 言

《中学基础知识自测丛书》是为中学生、特别是高初中毕业生编写的一套培养自测能力、提高解题水平的学习参考书，对于正在自学中学课程的在职职工同样也有指导作用。

中学生在学习期间，需要培养多方面的学习能力，其中有一项就是自测能力，即能够独立地对自己学习基础知识、灵活运用知识的情况进行检查。有了这种能力，就可以逐步提高解题水平，从而使学习成绩稳步提高。自测能力不仅在平时学习中不可缺少，在进行系统复习、迎接升学考试时更显得十分重要，就是对中学毕业后继续学习也是很有帮助的。

在不少中学生和自学青年中，对于学习状况的检查总是依赖老师，而忽视把它作为一种能力来加以培养。到毕业系统复习时，由于缺少这种能力，对于自己复习的结果往往感到心中无数，练习题虽然做了不少，但总感到提高不大。因此，许多中学生希望能读到有关培养自测能力方面的参考书，以给他们帮助和启迪。正是基于这样的目的，我们编写了《中学基础知识自测丛书》奉献给广大读者。

本丛书以培养自测能力、提高解题水平为目的，每册均包括以下几个方面的内容：考察基础知识和灵活运用知识能力的各类典型题型；选题的目的及说明；正确答案和解题

思路与技巧；常见错误类型及原因分析；学习方法指导等。

参加本丛书编写工作的主要是北京市第五中学的教师，还有北京市其他中学的教师。编写者都是从教几十年如今仍在教学第一线上的骨干，他们将几十年教学中积累的经验加以认真总结、提炼编成本丛书。

由于水平所限，不妥之处在所难免，诚恳希望广大读者批评指正。

编者

1987年7月于北京

目 录

前言

I. 函数自测

自测题.....	(1)
选题标准.....	(6)
解答.....	(7)
常见错误分析.....	(12)
学习指导.....	(14)

II. 三角函数自测

自测题.....	(16)
选题标准.....	(21)
解答.....	(22)
常见错误分析.....	(26)
学习指导.....	(28)

III. 两角和与差的三角函数自测

自测题.....	(32)
选题标准.....	(36)
解答.....	(37)
常见错误分析.....	(42)
学习指导.....	(44)

IV. 反三角函数和简单三角方程自测

自测题.....	(47)
选题标准.....	(52)

解答..... (53)

常见错误分析..... (58)

学习指导..... (60)

V. 数列自测

自测题..... (64)

选题标准..... (67)

解答..... (67)

常见错误分析..... (72)

学习指导..... (73)

VI. 不等式自测

自测题..... (76)

选题标准..... (79)

解答..... (80)

常见错误分析..... (84)

学习指导..... (86)

VII. 复数自测

自测题..... (89)

选题标准..... (92)

解答..... (92)

常见错误分析..... (96)

学习指导..... (98)

VIII. 排列、组合和二项式定理自测

自测题..... (100)

选题标准..... (104)

解答..... (105)

常见错误分析..... (108)

学习指导.....	(109)
Ⅱ. 直线和平面自测	
自测题.....	(112)
选题标准.....	(116)
解答.....	(116)
常见错误分析.....	(119)
学习指导.....	(120)
X. 多面体和旋转体自测	
自测题.....	(121)
选题标准.....	(124)
解答.....	(125)
常见错误分析.....	(129)
学习指导.....	(130)
X I. 直线方程自测	
自测题.....	(132)
选题标准.....	(136)
解答.....	(137)
常见错误分析.....	(142)
学习指导.....	(143)
X II. 圆锥曲线自测	
自测题.....	(144)
选题标准.....	(148)
解答.....	(148)
常见错误分析.....	(154)
学习指导.....	(154)
X III. 坐标变换自测	

· 自测题·····	(156)
· 选题标准·····	(161)
· 解答·····	(161)
· 常见错误分析·····	(166)
· 学习指导·····	(166)
X IV. 极坐标参数方程自测	
· 自测题·····	(168)
· 选题标准·····	(173)
· 解答·····	(174)
· 常见错误分析·····	(181)
· 学习指导·····	(182)
X V. 综合自测一	
· 自测题·····	(183)
· 选题标准·····	(187)
· 解答·····	(188)
· 常见错误分析·····	(193)
· 学习指导·····	(195)
X VI. 综合自测二	
· 自测题·····	(199)
· 选题标准·····	(203)
· 解答·····	(204)
· 常见错误分析·····	(211)
· 学习指导·····	(212)
X VII. 附录	
· 1987年全国普通高等学校招生统一考试数学 · 试题(理工农医类)·····	(215)

选题标准·····	(220)
解答·····	(221)
常见错误分析·····	(228)
学习指导·····	(228)

I. 函数自测

自测题

一、选择题：本题共有10个小题，每一个小题都给出代号为A, B, C, D的四个结论，其中只有一个结论是正确的，把正确结论的代号写在题后的圆括号内。

1. 若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $-1 \leq x \leq 2$ ，则函数 $y=f(x^2)$ 的定义域是

(A) $-1 \leq x \leq \sqrt{2}$. (B) $0 \leq x \leq \sqrt{2}$.

(C) $-\sqrt{2} \leq x \leq \sqrt{2}$. (D) $1 \leq x \leq 4$.

答：()

2. 下列函数中表示同一函数的是

(A) $y=|x|$ 和 $y=x$. (B) $y=|x|$ 和 $y=\sqrt{x^2}$.

(C) $y=x$ 和 $y=\sqrt{x^2}$. (D) $y=x$ 和 $y=(\sqrt{x})^2$.

答：()

3. 函数 $y=\sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 0$) 的反函数是

(A) $y=\sqrt{1-x^2}$ ($0 \leq x \leq 1$).

(B) $y=-\sqrt{1-x^2}$ ($0 \leq x \leq 1$).

(C) $y=-\sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$).

(D) $y=\sqrt{1-x^2}$ ($-1 \leq x \leq 1$).

答：()

4. 若函数 $y = f(x)$ 有反函数, 则在同一坐标系中 $y = f(x)$ 与 $x = f^{-1}(y)$ 的图象是

- (A) 关于直线 $y = x$ 对称.
- (B) 表示同一曲线.
- (C) 关于 y 轴对称.
- (D) 关于原点对称.

答: ()

5. 若 $f(x) = \lg \frac{1+x}{1-x}$, 其中 $-1 < x < 1$, 那么

$f\left(\frac{3x+x^3}{1+3x^2}\right)$ 用 $f(x)$ 表示是

- (A) $-f(x)$.
- (B) $[f(x)]^3$.
- (C) $3f(x)$.
- (D) $[f(x)]^3 - f(x)$.

答: ()

6. 函数 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处没有意义, 如果对于所有的非零实数 x 等式 $f(x) + 2f\left(\frac{1}{x}\right) = 3x^2$ 恒成立, 则 $f(x)$ 是

- (A) 奇函数.
- (B) 偶函数.
- (C) 既非奇函数又非偶函数.
- (D) 既是奇函数又是偶函数.

答: ()

7. 已知函数 $f(x) = \log_a(x+1)$ ($a > 0, a \neq 1$) 在区间 $(-1, 0)$ 上有 $f(x) < 0$, 则 $f(x)$ 是

- (A) 增函数.
- (B) 减函数.
- (C) 常数函数.
- (D) 以上结论都不对.

答: ()

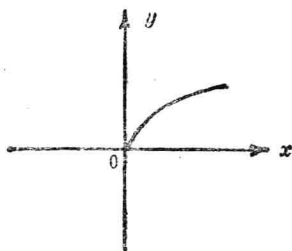
8. 若 $y = 2(\log \frac{1}{2} x)^2 - 2\log \frac{1}{2} x + 3$ 递增, 则

(A) $x \in (\frac{1}{2}, +\infty)$. (B) $x \in (-\infty, \frac{1}{2})$.

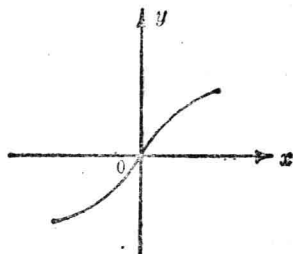
(C) $x \in (\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$. (D) $x \in (0, \frac{\sqrt{2}}{2})$.

答: ()

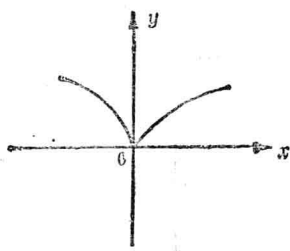
9. 函数 $y = x^{\frac{14}{17}}$ 图象的草图如



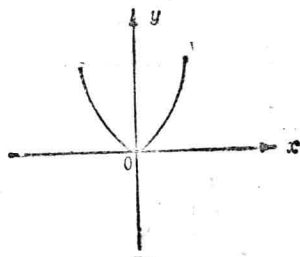
(A)



(B)



(C)



(D)

答: ()

10. 下列函数中最小正周期为 π 的函数是

(A) $y = \sin |x|$. (B) $y = |\cos x|$.

(C) $y = \frac{2 \operatorname{tg} \pi x}{1 + \operatorname{tg}^2 \pi x}$. (D) $y = \sqrt{\sin^2 x} + \sqrt{\cos^2 x}$.

答: ()

二、简答题: 本题共 5 个小题, 只要求直接写出结果.

1. 求函数 $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{\lg(x^2-x)}$ 的定义域.

2. 求函数 $y = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$ 的值域.

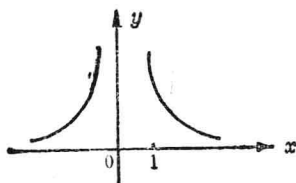
3. 已知函数 $f(x) = 4^{x-\frac{1}{2}} - 3 \times 2^x + 5$ 在区间 $[0, 2]$

上, 当 x 取什么值时 $f(x)$ 有最大值和最小值, 并求出其最大值和最小值.

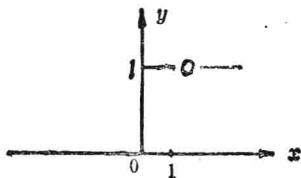
4. 已知 $f(x) = ax^2 + bx$, 且 $1 \leq f(-1) \leq 2$, $2 \leq f(1) \leq 4$, 求出 $f(-2)$ 的范围.

5. 已知函数 $f(x)$ 是奇函数, 且当 $x > 0$ 时, $f(x) = x(1-x)$, 求出当 $x < 0$ 时 $f(x)$ 的解析式.

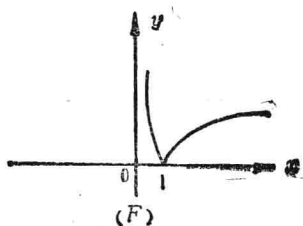
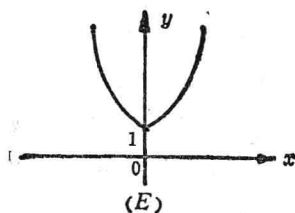
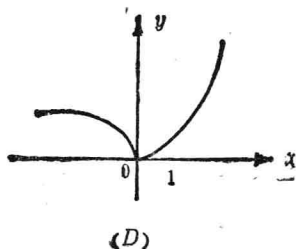
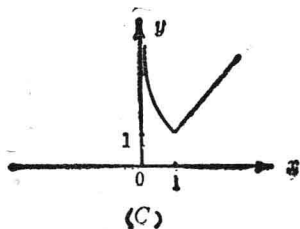
三、以下各函数的图象如下, 将函数图象的序号填入括号内.



(A)



(B)



1. 函数 $y = 2^{|x-1|}$ 的图象是 () .
2. 函数 $y = |2 \log_4 x^{-2}|$ 的图象是 () .
3. 函数 $y = |2^x - 1|$ 的图象是 () .
4. 函数 $y = |\log_2 x|$ 的图象是 () .
5. 函数 $y = x \frac{1}{\ln x}$ 的图象是 () .

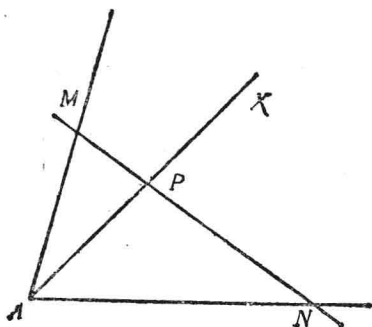
6. 函数 $y = e^{|\ln x|}$ 的图象是 () .

四、画出函数 $f(x) = 2^{|\log_2 (x+1)|}$ 的略图。

五、求函数 $y = \cos(2\arcsin x) + 2\sin(\arcsin x)$ 的最大值和最小值。

六、设 $f(x) = \frac{x(x-1)}{2}$.

1. 讨论 $f(x)$ 的奇偶性.
2. 讨论 $f(x)$ 的单调性并加以证明.



3. 求 $f\left[xf\left(\frac{1}{x}\right)\right]$

的极值.

七、已知 AX 是 $\angle NAM$ 内一条射线, $\angle XAM = 30^\circ$, $\angle NAX = 45^\circ$, P 是 AX 上一点, $AP = 1$, 过 P 点作直线分别交 AM 、 AN 于 M 、 N 两点, 求当 M 、 N 到

AX 的距离和最小时 $\angle APN$ 的大小, 并求此时 MN 的长.

选 题 标 准

1. 试题主要考查函数的概念及其表示方法; 函数的性质及其图象; 反函数的概念和图象; 幂函数、指数函数、对数函数的概念、性质和图象. 其中第一、二题考查基本概念和基本运算, 如函数的定义域、值域、对应法则, 反函数及其图象, 函数的奇偶性、单调性, 极值和周期. 第三、四两题考查函数的图象, 主要是基本初等函数的图象以及由基本初等函数复合而成的函数的图象和图象变换. 第五题考查在闭区间上初等函数的最大值和最小值. 第六题考查函数性质的论证. 第七题考查应用函数的知识解决一些问题的能力.

2. 试题着重考查灵活运用知识的能力; 推理论证的能力