

初中几何第二册

教法 学法 考法

陈宁 李木 耿迪 编著

三环出版社

三年一期卷

教法 学法 考法

初中几何第二册

陈 宁 李 木 耿 迪 编著

三 环 出 版 社

琼新登字03号

责任编辑 刘文武

封面设计 苏彦斌

教法 学法 考法

初中几何第二册

陈宁 李木 耿迪 编著

三环出版社出版

(海口市滨海大道花园新村20号)

新华书店首都发行所发行

河北省遵化县印刷厂印刷

787×1092毫米 $1/32$ 8印张 169千字

1992年2月第1版 1992年2月第1次印刷

印数: 1—10000册

标准书号: ISBN 7-80564-806-9/G·564

定价: 3.60元 初中三年一期总定价: 24.20元

前 言

教法、学法、考法是教育界的热点问题。“方法”虽然是一种手段，但却是达到最佳彼岸的桥梁。对此，关心教育的理论界和广大教师，潜心研究探讨，新的认识和理论成果层出不穷。广大学生也经常议论，为了提高学习效果，寄希望于良师的指点。

教法、学法、考法是系统工程，三者是不可分的整体，相互制约，相互依存，相互促进。

教学过程是师生双边活动的统一过程。教学活动的中心是学生，教和学都是为了尽快地增长知识，增长才干。教学活动的主体是学生，学生要经过自己的思维和实践，才能最后牢固地掌握知识，发展思维，提高能力，去认识世界改造世界。因此依据教学对象，选择科学的教学方法，缩短师生认识上的距离，以激发学生学习的积极性和主动性，及时满足全体学生对知识的渴求。要做到这一点，教师就必须充分了解学生的学习过程和学习过程中的心理活动，指导学生的学习方法，使教与学达到和谐统一，教学活动适应于学生的认识规律；学习活动适应于教学规律。考法是教与学的评价手段，最优的考法，无疑能激发师生的积极性，促进教学效果与学习效果的提高。

教学、学习和考试本应是一体的。教学和学习不是为了应考，复习考试也不应当脱离平日的教与学而搞突击。有丰富经验的教师是靠教学目标，形成知识结构和教学结构，靠能

力的培养，发展学生的思维，指导学生进行素质和水平的训练，并不断取得师生双方的反馈，进一步调整和发展教学过程。这些教师所教的学生基本知识扎实，能力较强，能举一反三，善于作知识迁移和应用，因此参加各种合格考试和选拔考试，成绩都是好的、稳定的。本书正是这种教与学方法的指导和研究。

基于上述认识，现组织部分教师，把他们多年的教学经验与理论研讨相融合，孕育出一套《教法·学法·考法》丛书，旨在促进教与学最优状态的形成，帮助学生有效地掌握学习。

该丛书，根据各科特点，按照知识结构顺序分块编写。每块知识内容，设有“教学目标”，“教法研讨”，“学法指导”，“解题方法”“考法探讨”等栏目。所有内容都适于广大青少年的自学和阅读。

阅读“教学目标”，能了解学习要求。

阅读“教法研讨”，能了解教师怎样传授知识。

阅读“学法指导”，能知道怎样学习更加有效。

阅读“解题方法”，能知道怎样应用基础知识去分析解答书面问题。

阅读“考法探讨”，可以进行学习的自我评价。

该丛书是在特级教师、北京景山学校校长崔孟明同志指导下编写的。作为新课题的尝试，一定有很多不足之处，欢迎同志们指正。

编者

1991年9月10日

目 录

第一章 相似形

第一单元 比例线段..... (1)

第二单元 相似形..... (39)

第二章 圆

第一单元 圆的有关性质..... (90)

第二单元 直线和圆的位置关系 (134)

第三单元 圆和圆的位置关系 (175)

第四单元 正多边形和圆 (203)

第五单元 点的轨迹 (227)

第一章 相似形

第一单元 比例线段

〔教学目标〕

一、识记

1. 两条线段之比；
2. 四条线段成比例；
3. 第四比例项，比例中项；
4. 比例的基本性质；
5. 平行线分线段成比例定理及推论；
6. 三角形角平分线性质定理；
7. 黄金分割点定义。

二、理解

1. 第四比例项的求法；
2. 比例中项的表示，比例的有关性质；
3. 平行线分线段成比例定理的证明；
4. 三角形角平分线性质定理的证明。

三、应用

1. 作线段的第四比例项；
2. 用比例的有关性质，熟练地进行简单的比例变形；
3. 平行于三角形一边的直线的性质，判定与应用；
4. 三角形的角（内角、外角）平分线的性质与应用；

5. 线段黄金分割点的作图法。

四、分析

1. 能从较复杂的图形中进行分析, 应用平行线分线段成比例定理、推论及推论的逆定理;

2. 能应用角平分线性质定理, 推出题中所证的结论。

五、综合

能添加必要的辅助线创设中间比, 证明线段成比例。

〔教法研讨〕

一、内容分析

1. 成比例线段

(1) 两线段的比 在同一单位下, 两条线段长度的比叫做这两条线段的比。

(2) 成比例的线段 如果线段 a 和 b 的比等于 c 和 d 的比, 那么这四条线段叫做成比例线段。表示为 $a:b=c:d$ 或

$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 。 d 叫做 a 、 b 、 c 的第四比例项。若 $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$ 或 b^2

$= ac$, 则 b 叫做 a 、 c 的比例中项。

(3) 比例的性质

① 比例的基本性质 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ad = bc$

② 合比定理 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{c}$

③ 等比定理 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{m}{n} \Rightarrow \frac{a+c+\dots+m}{b+d+\dots+n}$

$$= \frac{a}{b} (b + d + \cdots + n \neq 0)$$

2. 比例线段定理

(1) 平行线分线段成比例定理 三条平行线截两条直线，所得的对应线段成比例。

推论 平行于三角形一边的直线截其他两边，所得对应线段成比例。

推论的逆定理 如果一条直线截三角形的两边所得的对应线段成比例，那么这条直线平行于三角形的第三边。

(2) 角平分线性质定理

① 内角平分线性质定理 三角形的内角平分线分对边所得的两条线段和夹这个角的两边对应成比例。

② 外角平分线性质定理 如果三角形的外角平分线外分对边成两条线段，那么这两条线段和相邻的两边对应成比例。

二、教法建议

相似形理论是几何测量的理论依据，也是解决许多几何计算题和证明题的基础知识，掌握好相似形这一章的内容对学好几何是很重要的。

相似三角形的有关知识，是对三角形研究的进一步深入和发展，在直线形的范围内研究相似形，主要是研究相似三角形的性质与判定，而对这些问题的研究却要涉及到对应边的比及对应边成比例的问题，所以，这一章的一开始就引出两条线段的比的概念，用量数的比定义了两条线段的比，从而把实数的比的概念引用到图形中来。

1. 关于比例性质

比例的性质是研究平行线分线段成比例定理的工具。在

比例性质中，重点是比例的基本性质，即 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Leftrightarrow ab =$

bc 。由 $ad = bc$ 可以推出八个比例式。

① 让学生自己动手推导出八个比例式。

首先教学生明确，比例式和等积式可以互化，可以把比例由一种形式变成另一种形式。

② 让学生观察、总结比例式的变化规律。

从这八个比例可以看出：在比例式中，可以单独交换外项（或内项），也可以同时交换外项和内项，还可以同时交换每个比的前项和后项。

2. 关于平行线分线段成比例定理

平行线分线段成比例定理是相似理论中的基本定理，它把直线的平行性质和线段的比的性质联系起来，由这个定理可以得出三角形相似的基本判定定理，作为证明其他判定定理的预备定理。

这个定理是采用类比的方法由平行线等分线段引入的，为了适应学生的接受能力，课本对这个定理只是说明，让学生承认就可以了，没做严格证明。

平行线分线段成比例定理的推论，是这个定理在三角形中的应用，这个推论和推论的逆定理的推论都很重要，应通过各种变式图形来进行练习、巩固，要使学生熟练掌握。

在推论中所说的对应线段，也包括三角形两边。如图

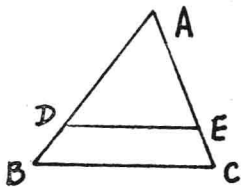


图 1—1

1—1。已知 $DE \parallel BC$ ，则有

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}, \text{ 可说成“上比下”}$$

$$\text{等于上比下}; \quad \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC},$$

可说成“上比全等于上比全”； $\frac{CE}{AC} = \frac{BD}{AB}$ ，说成是“左比左等于右比右”……。要准确地理解和叙述出对应线段。对于不同题目的不同条件和不同要求，灵活选择不同的比例形式。

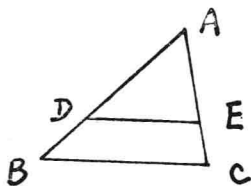


图1—2

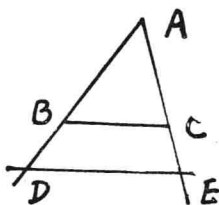


图1—3

对于图1—2，同学们较熟悉，对于图1—3、图1—4的情形，结论仍旧成立。

3. 关于三角形的角平分线性质

三角形内（外）角平分线

的性质定理，是平行线分线段成比例定理的应用，也是证明线段比例关系的重要定理，这个定理的证明，关键在于添加辅助线。其根本思想是作平行线，以期产生比例线段，只要作出辅助线，证明结论就不难了。另外，应该向学生说明外角平分线定理中的“如果”是指只有在外角平分线外分对边存在的情况下才成立。例如，等腰三角形顶角外角的平分线平行于底边，这定理就无法用。所以，对定理的关键词语必须反复推敲才能加深理解。

使用三角形角平分线性质定理要注意，第三边上被内

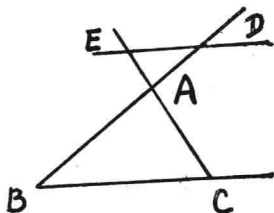


图1—4

(外)角平分线内(外)分点所形成的两线段比的规律是:
一 endpoint → 内(外)分点; 内(外)分点 → 另一端点。

〔学法指导〕

一、比例线段

本单元的重点是平行线分线段成比例定理。又比例的性质是研究比例线段的基础,在学习比例性质时,要掌握这些定理的内在联系和推导过程。

根据比例的基本性质,一个比例可以得出八个不同的比例式,它们在解题中有着广泛应用。在检查所作的比例变形是否正确时,可还原成等积式,看与原式所得等积式是否相同。

学习合比定理与等比定理时要掌握其证明方法。

$$(1) \text{ 已知: } \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\text{求证: } \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}。$$

$$\text{分析: 从结论看, } \frac{a \pm b}{b} = \frac{a}{b} \pm \frac{b}{b} = \frac{a}{b} \pm 1;$$

$$\frac{c \pm d}{d} = \frac{c}{d} \pm \frac{d}{d} = \frac{c}{d} \pm 1。 \text{故可得证法。}$$

$$\text{证明: } \because \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$$

$$\therefore \frac{a}{b} \pm 1 = \frac{c}{d} \pm 1$$

$$\text{即 } \frac{a \pm b}{b} = \frac{c \pm d}{d}。$$

(2) 已知: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \dots = \frac{m}{n} (b + d + \dots + n \neq 0)$

0)

求证: $\frac{a + c + \dots + m}{b + d + \dots + n} = \frac{a}{b}$ 。

分析: ①从已知的等式到结论的等式, 无法直接得出, 必须借助于第三量; ②又因已知条件中的连续等式的比值是一个常量, 故可设 $\frac{a}{b} = k, \frac{c}{d} = k, \dots, \frac{m}{n} = k$, 即 $a = bk, c = dk, \dots, m = nk$, 从而证得结论, (见课本第4页)。

以上证明虽然简单, 但证明方法很有用处。

二、熟悉定理, 学会应用

学习定理, 不要死背硬记。要分清定理的条件和结论, 最好是结合图形进行理解和记忆。这一单元主要讲述了平行线分线段成比例定理、推论及推论的逆定理, 还有角平分线性质定理将它们归纳, 总结成表:

(1) 平行线分线段成比例

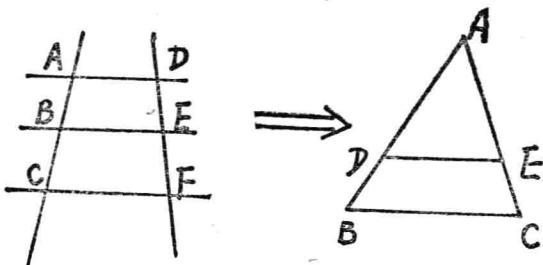


图1—5

如果 $AD \parallel BE \parallel CF$ 如果 $DE \parallel BC$

$$\left. \begin{array}{l} \text{那么} \left\{ \begin{array}{l} \frac{AB}{BC} = \frac{DE}{EF} \\ \frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF} \\ \frac{BC}{AC} = \frac{EF}{DF} \end{array} \right. \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{那么} \left\{ \begin{array}{l} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \\ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \\ \frac{BD}{AB} = \frac{EC}{AC} \end{array} \right. \end{array} \right\} \Longleftrightarrow$$

如果

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \quad \text{或} \\ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \quad \text{或} \\ \frac{BD}{AB} = \frac{EC}{AC} \end{array} \right.$$

那么 $DE \parallel BC$

(2) 角平分线

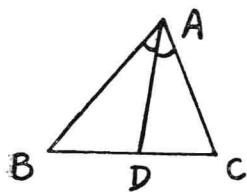


图1—6

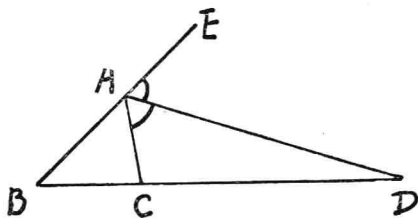


图1—7

如果 AD 平分 $\angle BAC$

$$\text{那么} \quad \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

如果 AD 平分 $\angle EAC$

$$\text{那么} \quad \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC}$$

由性质定理写比例线段时，特别要注意“对应”问题。对应在这里应考虑线段的“位置”和“顺序”。还要注意理解线段的内分点和外分点的区别。内分点是指分点在线段两端点之间。如图 1—8，点 C 是线段 AB 的内分点；外分点是指分点在原线段的延长线上。如图 1—9，点 C 是线段 AB 的外分点。

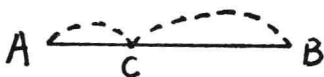


图 1—8

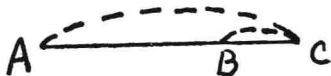


图 1—9

(3) 及时做好单元小结

为加深理解和记忆，便于有重点地掌握好知识，对单元内容及时小结。

本单元内容可小结如下：

① 证明比例线段的方法

利用比例的基本性质（如果 $ad = bc$ ，那么 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ ，……）；

利用平行线分线段成比例定理；

利用平行线分线段成比例定理的推论；

利用三角形内（外）角平分线的性质；

如果 $\frac{a}{b} = \frac{m}{n}$ ， $\frac{c}{d} = \frac{m}{n}$ ，那么 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ 。

② 利用比例线段证明两条线段相等的方法

如果 $\frac{a}{b} = \frac{c}{b}$ ，那么 $a = c$ 。

③ 本单元的作图

黄金分割作图；

求三条已知线段的第四比例项作图。

④添加辅助线

添加辅助平行线是获得成比例线段的重要途径。如三角形内（外）角平分线的性质定理的证明，课本中只给出一种添加辅助线的方法，同学们还可以考虑用其他添加辅助线的方法以开拓思路。如：

已知： $\triangle ABC$ 中， AD 是 $\angle BAC$ 的平分线。

求证： $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$ 。

证明：方法一。如图1—10，即课本所述。

方法二。如图1—11，过 B 点作 $BE \parallel AD$ 交 CA 延长线于 E 。

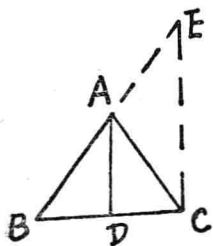


图1—10

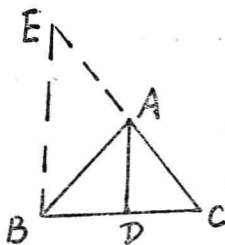


图1—11

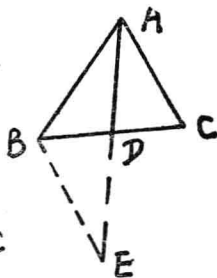


图1—12

方法三。如图1—12，过 B 点作 $BE \parallel AC$ 交 AD 延长线于 E 。

方法四。如图1—13，过 D 作 $DE \parallel AC$ 交 AB 于 E 。

方法五。如图1—14，过 D 作 $DE \parallel AB$ 交 AC 于 E 。

方法六。如图1—15，过 C 点作 $CE \parallel AB$ 交 AD 延长线于

E.

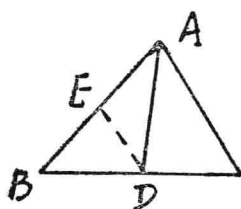


图1—13

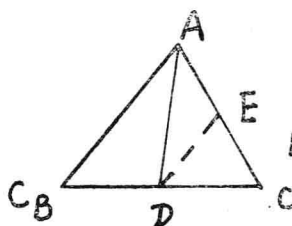


图1—14

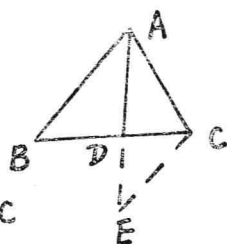


图1—15

对于外角平分线定理的证明。同样可以用上面六种方法加以证明。如下图1—16。

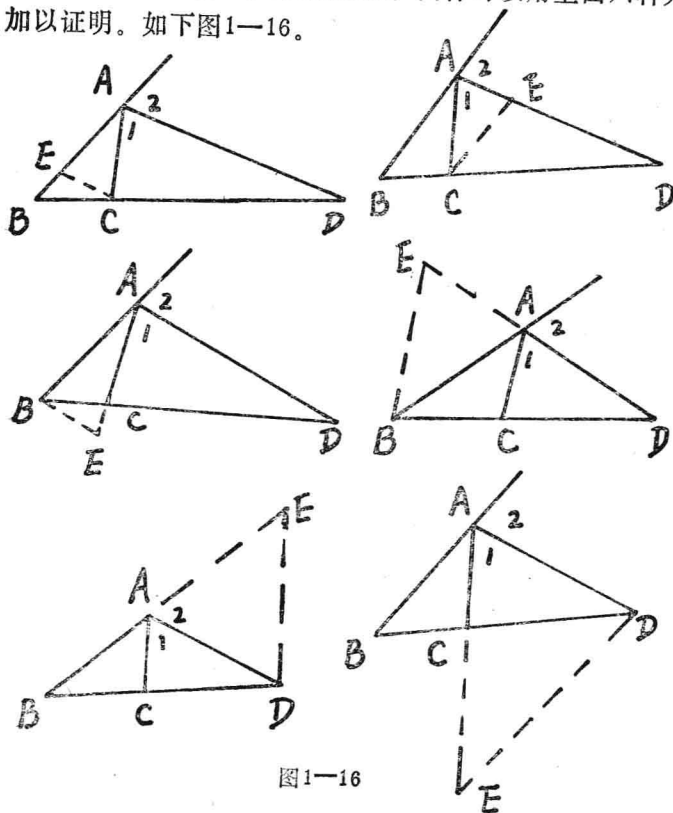


图1—16