



# 中学教材全解<sup>®</sup>

总主编 / 薛金星

# 高考总复习全解

GAOKAO ZONGFUXI  
QUANJIE

数 学

【全面归纳基础知识 科学解读命题特点  
规律方法技巧集萃 考点热点题型聚焦  
广集精要备考策略 遍览成功提分宝典】



全心全意 解疑解难

陕西出版集团 陕西人民教育出版社

中华书局出版

ISBN 7-309-04711-9

# 高考总复习全解

2008

【教育部考试中心 权威推荐】



中华书局出版



中学教材全解<sup>®</sup>

# 高考总复习全解

数 学

总 主 编 薛金星

本册主编 王洪范

副 主 编 孙永胜

编 委 刘 立 卢国锋 王晓丽

陕西出版集团 陕西人民教育出版社





# 诚邀全国名师加盟

金星国际教育集团专注于少儿、小学、中学和大学教育类图书的研发策划与出版发行工作,现热诚邀请全国名师加盟“金星教育名师俱乐部”:每县拟选名师1人,俱乐部会员将成为本公司长期签约作者,稿酬从优,并可长期享受购书优惠、赠书和及时提供各类教学科研信息等服务。联系地址:山东省潍坊市安顺路4399号,金星大厦 王老师 0536-2228658,邮编:261021。

恳请各位名师对我们研发、出版的图书提出各类修订建议,并提供相应的文字材料。我们将根据建议采用情况及时支付给您丰厚报酬。

诚征各位名师在教学过程中发现的好题、好方法、好教案、好学案等教学与考试研究成果,一旦采用,即付稿酬。

我们欢迎广大一线师生来信、来函、来电、上网与我们交流沟通,为确保交流顺畅,我们特设以下几个交流平台,供您选用:

图书邮购热线:010-61743009 61767818

图书邮购地址:北京市天通苑邮局 6503 信箱 邮购部(收) 邮政编码:102218

第一教育书店:<http://www.firstedubook.com>

<http://www.第一教育书店.中国>

第一教育书店-淘宝店:<http://shop58402493.taobao.com>

电子邮箱:[book@jxedue.net](mailto:book@jxedue.net)

质量监督热线:0536-2223237

集团网站:<http://www.jxedue.net>

<http://www.金星教育.中国>

金星教学考试网:<http://www.jxjks.com>

金星教育名师俱乐部:<http://ms.jxjks.com>

## 图书在版编目(CIP)数据

教材全解·高考总复习全解·数学 / 薛金星主编.

—11版. —西安:陕西人民教育出版社, 2010.3

ISBN 978-7-5419-9146-2

I. ①教... II. ①薛... III. ①数学课—高中—升学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2010)第 042843 号

## 中学教材全解·高考总复习全解·数学

陕西出版集团 出版发行

陕西人民教育出版社

(陕西省西安市丈八五路 58 号)

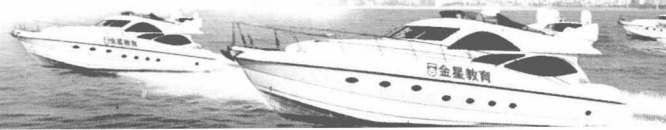
各地书店经销 北京泽宇印刷有限公司

880×1230 毫米 16 开本 31 印张 1200 千字

2010 年 3 月第 11 版 2011 年 3 月第 12 次修订 2011 年 3 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5419-9146-2

定价:57.80 元



# 全心全意 助您复习

## 《中学教材全解·高考总复习全解》特色亮点

《中学教材全解·高考总复习全解》丛书是由金星国际教育集团特邀一线特高级教师、教研员、教育考试专家编写的。它不分教材版本，不分地区，适合所有考生复习使用。其编写原则是：以最新考纲为依据，分专题按考点讲解相关知识，点拨解题方法，总结学习规律，指导高考复习。其特点如下：

### 考点讲解全面透彻

考点是高考复习的重点，本丛书依据考纲，科学划分考点，每个考点都配设典型例题，例题讲解详细透彻，例题后面总结解题规律和方法，有的还配有变式练习，巩固该考点知识，提高解题能力。

### 考题归纳类型完备

考题是高考的呈现形式，全面明确考题类型，进行针对性复习和训练，才能有效提高解题能力。本丛书依据各科高考命题特点，全面归纳考题类型，结合例题进行讲解，帮助学生提高该类题型的解题能力。

### 规律方法技巧全面

掌握一种方法，比解100道题更重要，因此，要重视解题规律和方法技巧的总结。本丛书以考点为线索，以考题为例证，巩固知识，总结规律，点拨方法技巧，培养解题能力，增强应试备考的实效性。“方法·技巧·策略”栏目，方便您找到与考点有关的多种学习方法、复习策略、解题规律和应试技巧。

### 备考资料丰富翔实

本丛书根据高考对知识和能力的要求，围绕每一个考点，以“附录”的形式配备了大量的复习备考资料。这些资料，有的是各科专家多年的经验积累，有的是从报纸杂志上精选的好方法，有的是借鉴其他教辅图书的好资料。

### 学法考法实用对路

采用恰当方法复习知识、熟练技能、调整心态、科学应对，是提高高考成绩的根本途径。本丛书结合学科实际，提供各种有效的复习策略和方法，并根据历年高考的经验教训，强调临场注意事项，传授考场应试技巧，帮助考生调整应试心态，以最佳状态参加高考。

总之，这是一套“系统复习考点知识，恰当点拨解题方法，全面总结学习规律，有效提升应试能力”的高考备考工具书。它集学习方法、复习策略、解题规律、应试技巧于一身，力求实现“一册在手，知识规律全有；一旦拥有，高考复习无忧”。

# 出版前言

《中学教材全解·高考总复习全解》系列丛书是综合各版本教材内容、适合所有考生的讲解类自学教辅图书。它以“解读考纲，诠释考点，展示题型，释疑解难，点拨策略”为编写原则，以“准确简明，精细透彻，全面典型，新颖精要，高效实用”为服务宗旨。这套丛书具有以下几个鲜明的特色：

## 全

**知识点覆盖全** 全面、详细地讲解教材中所有的知识点，真正体现了“一册在手，学习内容全有”的编写思想；**方法、技巧、规律总结全** 针对重要知识点配例题讲解并总结各种方法、技巧和规律，讲例结合，浅显易懂；**适用对象全** 面向高中所有师生，内容讲解由浅入深，由易到难，对教师备课和学生自学都有很大帮助。

## 细

**知识点讲解细** 知识点与考点间的联系，考点与考点间的联系，在书中都有独到的分析；**释疑解难细** 既有解题过程又有思路点拨；**解题方法细** 一题多解，多题一法，变通训练，总结规律。

## 新

**体例新** 依据新体例，紧扣新考纲，步步推进，考点诠释，新颖精要；**选材新** 所选材料紧密联系当今社会话题和学生生活实际，激发学生学习兴趣，提高学习效率；**题型新** 题型按最新高考要求精心设计，精挑细选，让读者耳目一新。

## 透

**对课标研究透彻** 居高临下把握教材，立足教材，又不拘泥于教材；**对考纲解读透彻** 结合高考实际，吃透考纲精神，指明高考动向；**对问题讲解透彻** 一题多问，由浅入深，由点到面，循序渐进，环环相连，讲解到位，培养求异思维和创新思维能力。

## 精

**知识点讲解精** 把握重点准确，突破难点得当，引发思考，启迪思维；**方法技巧点拨精** 使学生触类旁通，举一反三；**问题设置精** 注重新颖性和典型性相结合，注重迁移性，避免孤立性，实现由知识到能力的过渡。

# 题记

TIJI

考纲解读	准确简明
考点诠释	精细透彻
题型展示	全面典型
释疑解难	新颖精要
应试策略	高效实用
全心全意	圆您梦想

《中学教材全解》编委会

## 目 录

## CONTENTS

## 第一编 高考命题点全解篇

## 第一单元 常用逻辑用语 (1)

## 第1讲 集合与集合的运算 (1)

要点知识:1.集合的有关概念及表示方法(1)/2.集合与集合之间的关系(1)/3.集合的交、并、补集的运算(2)

规律·技巧·策略

1.处理集合问题的常用方法(3)/2.Venn图的应用(5)

## 第2讲 常用逻辑用语 (5)

要点知识:1.逻辑联结词(6)/2.命题的否定(6)/3.四种命题(6)/4.充分条件与必要条件(7)

规律·技巧·策略

1.判定命题的真假(7)/2.命题的否定与否命题(8)/3.四种命题之间的关系(8)/4.充要条件的判定(8)

## 第二单元 函数与导数 (11)

## 第1讲 函数的概念 (11)

要点知识:1.函数的概念(11)/2.函数的三要素(11)/3.函数的表示方法(11)/4.映射的概念(11)/5.象与原象(11)/6.两个函数能成为同一函数的条件(11)/7.区间和无穷大(11)/8.分段函数、复合函数(12)

规律·技巧·策略

1.函数的表示方法(13)/2.求函数值域的方法(14)/3.求函数解析式的方法(15)

## 第2讲 函数的性质 (18)

要点知识:1.奇偶性(18)/2.周期性(19)/3.单调性(19)

规律·技巧·策略

1.函数单调性的判定(19)/2.函数的奇偶性(21)/3.函数的周期性(22)/4.求二次函数的最值(23)

## 第3讲 指数函数、对数函数及幂函数 (25)

要点知识:1.指数(26)/2.对数(26)/3.指数函数(26)/4.对数函数(26)

规律·技巧·策略

1.指数函数的图象及性质(28)/2.对数函数的图象及性质(29)

## 第4讲 函数的图象 (32)

要点知识:1.利用描点法作图(32)/2.函数图象的几种变换(32)/3.函数图象的对称(32)/4.函数的周期性(32)/5.图象对称性的证明(33)

规律·技巧·策略

1.函数图象的变换(33)/2.数形结合问题(34)/3.函数图象题的求解策略(35)

## 第5讲 函数与方程 (36)

要点知识:1.二次函数的定义(36)/2.二次函数的三种表示形式(36)/3.二次函数的图象和性质(36)/4.函数的零点(36)/5.二次函数的零点(36)/6.二分法(36)

规律·技巧·策略

1.函数、方程、不等式的关系(37)/2.根的分布(37)/3.方程在给定闭区间上是否有实数解的判断方法(38)/4.函数零点个数的确定方法(38)/5.函数的零点的判定及求解(38)/6.用二分法求函数的零点(39)

## 第6讲 导数、微积分及其应用 (43)

要点知识:1.导数(44)/2.积分(45)

规律·技巧·策略

1.利用导数求函数的单调区间(46)/2.利用导数求函数的极值(47)/3.利用导数求函数的最值(47)/4.利用导数证明不等式问题(48)/5.利用导数解决有关单调性问题(48)/6.利用微积分基本定理求定积分(49)/7.导数的交汇性(50)

## 第三单元 不等式 (51)

## 第1讲 不等式的性质 (51)

要点知识:1.不等式的有关概念(52)/2.实数的特征与实数比较大小(52)

规律·技巧·策略

抽象函数不等式的解法(54)

## 第2讲 不等式的解法 (56)

要点知识:1.一元一次不等式的解法(56)/2.一元二次不等式的解法(56)/3.分式不等式的解法(56)/4.无理不等式的解法(56)/5.简单的一元高次不等式的解法(56)/6.绝对值不等式的解法(56)/7.指数不等式和对数不等式的解法(57)/8.含参数的不等式的解法(57)

规律·技巧·策略

1.一元一次不等式的解法(57)/2.一元二次不等式的解法(57)/3.含参数的一元二次不等式的解法(58)/4.分式不等式的解法(59)/5.无理不等式的解法(59)/6.高次不等式的解法(60)/7.含有绝对值的不等式的解法(60)/8.一元二次不等式恒成立问题(61)



第3讲 基本不等式 ..... (62)

要点知识:1.两个重要不等式(63)/2.几个重要的不等式(63)/3.两个重要结论(63)/4.其他重要不等式及结论(63)/5.不等式证明常用方法(63)

规律·技巧·策略

1.利用基本不等式求最值(64)/2.利用基本不等式证明有关不等式(65)/3.比较法在证明不等式中的应用(66)/4.综合法在证明不等式中的应用(66)/5.分析法在证明不等式中的应用(66)/6.用反证法证明不等式(67)/7.用放缩法证明不等式(67)/8.利用函数的性质证明不等式(67)/9.柯西不等式的应用(68)/10.用基本不等式证明无理不等式和分式不等式(68)

第4讲 简单的线性规划 ..... (70)

要点知识:1.二元一次不等式表示的平面区域(70)/2.简单的线性规划(70)/3.线性规划的实际应用(70)

规律·技巧·策略

1.最优解可有两种确定方法(70)/2.利用图解法解决线性规划问题的一般步骤(70)/3.利用线性规划求最大值、最小值(71)

第5讲 不等式的综合应用 ..... (75)

要点知识:1.不等式应用题的特点(75)/2.解答不等式应用题的步骤(75)

规律·技巧·策略

1.利用不等式求函数的值域(75)/2.含参不等式的两种解法(80)

第四单元 三角函数 ..... (82)

第1讲 三角函数的概念、同角三角函数的关系和诱导公式 ..... (82)

要点知识:1.角的概念的推广(82)/2.弧度(82)/3.三角函数的定义(82)/4.同角三角函数的基本关系式(83)/5.诱导公式(83)

规律·技巧·策略

1.角所在象限的判定(84)/2.三角函数值的符号的判定(85)/3.三角函数线的应用(86)/4.利用同角三角函数关系式进行化简与求值(86)/5.诱导公式的应用问题(87)/6.证明三角恒等式(87)

第2讲 三角函数的图象和性质 ..... (90)

要点知识:1.用“五点法”作正、余弦函数的图象(90)/2.函数 $y=Asin(\omega x+\varphi)$ 图象与函数 $y=\sin x$ 图象的关系(90)/3.对称问题(90)/4.三角函数的性质(91)

规律·技巧·策略

1.“五点法”作三角函数图象(94)/2.函数图象的变换(95)/3.由函数图象求解析式(96)/4.三角函数的奇偶性(98)/5.图象平移(100)/6.图象定位(100)

第3讲 三角恒等变换 ..... (102)

要点知识:1.两角和与差的三角函数公式(102)/2.二倍角公式(102)/3.注意“1”的妙用(103)/4.三角恒等式的证明方法(103)

规律·技巧·策略

1.三角函数式的求值问题(103)/2.三角函数的给值求值问题(104)/3.三角函数的给值求角问题(105)/4.三角函数式的化简问题(106)/5.三角变换要善于“三看”(107)

第4讲 解三角形 ..... (110)

要点知识:1.正弦定理(110)/2.余弦定理(110)/3.三角形常用面积公式(110)

规律·技巧·策略

1.正弦定理的简单应用(111)/2.余弦定理的简单应用(112)/3.判断三角形解的情况(112)/4.三角形形状的判定(113)/5.三角形的面积问题(113)/6.正、余弦定理的综合应用(114)/7.解斜三角形之距离问题(114)/8.解斜三角形之角度问题(115)/9.解三角形之高度问题(115)

第五单元 数列 ..... (117)

第1讲 数列的概念 ..... (117)

要点知识:1.数列的定义(117)/2.数列的分类(117)/3.数列与函数的关系(117)/4.数列的通项公式(117)/5.数列的递推公式(117)/6.数列的简单表示法(117)

规律·技巧·策略

1.由数列前几项求数列的通项公式(117)/2.已知递推关系求通项(118)/3.已知 $S_n$ 求 $a_n$ (119)/4.归纳猜想求数列的通项(119)/5.利用数学归纳法求数列通项(119)/6.判定数列的单调性(119)/7.用不动点法求数列的通项(120)

第2讲 等差数列 ..... (121)

要点知识:1.等差数列的定义(122)/2.等差数列的性质(122)

规律·技巧·策略

1.等差数列的判定与证明(122)/2.等差数列的基本运算(123)/3.等差数列的前 $n$ 项和(124)/4.等差数列前 $n$ 项和的最值问题(125)

第3讲 等比数列 ..... (127)

要点知识:1.等比数列的定义(127)/2.等比数列的前 $n$ 项和公式(127)/3.等比数列的单调性(127)/4.等比数列的简单性质(127)

规律·技巧·策略

1.等比数列的判断与证明(128)/2.新定义数列(132)

第4讲 数列求和及综合应用 ..... (133)

要点知识:1.数列求和的常用方法(133)/2.数列的应用(133)

规律·技巧·策略

1.公式法求和(134)/2.分组求和法(134)/3.倒序相加法(135)/4.裂项相消法求和(135)/5.错位相减法(136)

第六单元 平面向量 (141)

第1讲 向量的线性运算 (141)

要点知识:1. 向量的概念(141)/2. 向量的表示(141)/3. 向量的加(减)法(141)/4. 数乘向量(141)/5. 共线向量基本定理(141)

规律·技巧·策略

1. 与向量线性运算有关的问题(142)/2. 共线向量定理的应用(143)/3. 共线问题(143)

第2讲 平面向量的分解与向量的坐标运算 (144)

要点知识:1. 平面向量基本定理(144)/2. 向量的正交分解(144)/3. 平面向量的坐标表示(144)/4. 平面向量的坐标运算(144)/5. 共线向量定理的坐标表示(144)/6. 向量的夹角(144)

规律·技巧·策略

1. 向量的坐标运算(145)/2. 平行(共线)向量的坐标运算(145)

第3讲 两个向量的数量积 (147)

要点知识:1. 数量积的定义(147)/2. 数量积的几何意义(147)/3. 数量积的运算律(147)/4. 数量积的坐标表示(147)/5. 向量数量积的性质(147)

规律·技巧·策略

1. 平面向量数量积的坐标运算(147)/2. 有关向量的数量积的运算(148)/3. 向量的夹角问题(148)/4. 向量模的问题(148)/5. 向量的垂直和平行(149)

第4讲 平面向量的应用 (150)

要点知识:1. 向量在几何中的应用(150)/2. 向量在物理中的应用(150)

规律·技巧·策略

1. 向量在平面几何中的应用(151)/2. 平面向量在解析几何中的应用(151)/3. 平面向量与三角函数的综合应用(152)/4. 向量在线性规划中的应用(152)/5. 平面向量在物理中的应用(153)/6. 平面向量中的创新题型解析(153)

第七单元 立体几何 (156)

第1讲 空间几何体的结构特征及三视图和直观图 (156)

要点知识:1. 柱、锥、台、球的结构特征(156)/2. 三视图与直观图(157)

规律·技巧·策略

1. 几何体的截面及作用(157)/2. 关于球的有关运算(157)/3. 三视图的应用(157)/4. 截面问题(159)

第2讲 柱、锥、台、球的表面积与体积 (161)

要点知识:1. 多面体的表面积(162)/2. 几何体的体积公式(162)/3. 棱锥中平行于底面的截面的性质(162)/4. 几何体的展开图(162)/5. 常用的几种思想方法(162)

规律·技巧·策略

1. 几何体的表面积问题(162)/2. 几何体的体积问题(164)/3. 组合体的表面积及体积问题(164)/4. 分割求和法(166)/5. 补形法(166)/6. 等积法(167)

第3讲 平面的基本性质与推论 (168)

要点知识:1. 公理1(168)/2. 公理2(168)/3. 公理3(168)/4. 公理4(168)/5. 空间两直线的位置关系(168)

规律·技巧·策略

1. 平面的性质(169)/2. 多线共点问题(169)/3. 点线共面问题(169)/4. 折与展——平面和空间的相互转化(170)

第4讲 空间中的平行关系 (173)

要点知识:空间中的平行(173)

规律·技巧·策略

1. 直线与直线、直线与平面、平面与平面平行的转化关系(173)/2. 证明线面平行的方法(174)/3. 证明两个平面平行的方法(174)/4. 直线与平面平行(174)/5. 两个平面的平行问题(175)/6. 空间几何体的截面问题(176)

第5讲 空间中的垂直关系 (177)

要点知识:1. 线面垂直(177)/2. 面面垂直(177)/3. 直线与平面所成的角(178)/4. 二面角(178)/5. 三垂线定理(178)/6. 最小角定理(178)

规律·技巧·策略

1. 平面和平面的垂直(179)/2. 垂直关系的综合问题(180)/3. 折叠问题(180)

第6讲 空间向量及其运算 (182)

要点知识:1. 空间向量及其有关概念(182)/2. 空间向量的运算及运算律(182)/3. 空间向量基本定理(182)/4. 空间直角坐标系(183)/5. 向量的直角坐标运算(183)/6. 夹角和距离公式(183)

规律·技巧·策略

1. 向量的共线、共面问题(184)/2. 空间向量的坐标运算(184)/3. 平面的法向量(185)/4. 空间向量的应用——垂直关系(185)/5. 空间向量的应用——平行关系(186)

第7讲 空间角 (188)

要点知识:1. 异面直线所成的角(188)/2. 直线和平面所成的角(188)/3. 平面和平面所成的角(188)

规律·技巧·策略

1. 求异面直线所成的角(189)/2. 线面角的求法(191)/3. 二面角的求法(192)

第8讲 空间距离 (194)

要点知识:1. 异面直线的距离(194)/2. 点到平面的距离(194)/3. 用向量方法求点到面的距离(194)

规律·技巧·策略

1. 直线与平面的距离(195)/2. 面面距离(196)/3. 折叠与展开(197)

第八单元 解析几何 (199)

第1讲 直线的方程 (199)

要点知识:1. 直线的倾斜角、斜率(199)/2. 直线方程(199)/3. 直线系方程(200)/4. 两直线的夹角(200)

规律·技巧·策略

1. 倾斜角问题(200)/2. 斜率问题(201)/3. 过一点的直线方程(201)/4. 直线与线段有交点问题(202)/5. 截距问题(202)

第2讲 两直线的位置关系 (204)

要点知识:1. 两条直线的平行(205)/2. 两条直线的垂直(205)/3. 两条直线的交点(205)/4. 几种距离(205)/5. 对称问题(206)

规律·技巧·策略

1. 两直线的平行问题(207)/2. 两直线的垂直问题(207)/3. 两直线位置关系的判定(208)/4. 距离问题(208)/5. 中点问题(209)/6. 直线关于点对称(209)/7. 直线关于直线对称(209)/8. 对称性问题(211)

第3讲 圆的方程 (211)

要点知识:1. 圆的标准方程(212)/2. 圆的一般方程(212)/3. 点与圆的位置关系(212)/4. 确定圆的方程的方法(212)/5. 圆的参数方程(213)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 确定圆的方程的条件(213)/2. 确定圆的方程的方法和步骤(213)/3. 圆的参数方程(215)/4. 利用圆的参数方程解决某些问题的方法(216)

第4讲 直线与圆、圆与圆的位置关系 ..... (216)

要点知识:1. 直线与圆的位置关系(217)/2. 圆与圆的位置关系(217)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 直线与圆的位置关系的判定(218)/2. 圆的切线(218)/3. 弦长问题(218)/4. 中点弦问题(218)/5. 圆与圆的位置关系(219)/6. 对称问题(219)/7. 两圆的公切线(220)

第5讲 椭圆 ..... (222)

要点知识:1. 椭圆的定义(222)/2. 椭圆的标准方程(222)/3. 椭圆的性质(222)/4. 点与椭圆的位置关系(223)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 椭圆的标准方程(223)/2. 椭圆的性质(224)/3. 与焦半径有关的问题(225)/4. 离心率计算问题(225)/5. 椭圆中的最值问题(226)

第6讲 双曲线 ..... (228)

要点知识:1. 双曲线的定义(228)/2. 双曲线的标准方程(228)/3. 双曲线的性质(228)/4. 双曲线的参数方程(229)/5. 双曲线的几何性质的应用(229)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 第一定义及应用(229)/2. 第二定义及应用(229)/3. 求双曲线的标准方程(230)/4. 与焦点有关的三角形问题(230)/5. 待定系数法(233)

第7讲 抛物线 ..... (233)

要点知识:1. 抛物线的定义(234)/2. 抛物线的标准方程(234)/3. 抛物线的几何性质(234)/4. 抛物线的参数方程(235)/5. 抛物线中过焦点的弦(235)/6. 与抛物线有关的结论(235)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 求抛物线的标准方程(236)/2. 焦点弦的有关计算(237)/3. 定点问题(237)/4. 抛物线的焦点弦问题(239)

第8讲 直线与圆锥曲线 ..... (240)

要点知识:1. 直线与圆锥曲线的位置关系(240)/2. 圆锥曲线的弦长问题(241)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 直线与椭圆的位置关系(241)/2. 直线与双曲线的位置关系(242)/3. 直线与抛物线的位置关系(242)/4. 圆锥曲线中的定点、定值问题(243)/5. 取值范围问题(243)/6. 对称问题(244)/7. 圆锥曲线上的点到直线的距离问题(244)/8. 圆锥曲线中的定值和最值问题(245)

第9讲 曲线与方程 ..... (246)

要点知识:1. 曲线与方程的概念(246)/2. 求曲线的方程(246)/3. 求轨迹方程的常用方法(247)/4. 由方程研究曲线的性质(247)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 判断曲线与方程的关系(247)/2. 求曲线的方程(247)/3. 求轨迹方程的方法(249)

第九单元 计数原理与二项式定理 ..... (251)

第1讲 基本计数原理 ..... (251)

要点知识:1. 分类加法计数原理(251)/2. 分步乘法计数原理(251)/3. 分类加法计数原理与分步乘法计数原理的关系(252)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 分类计数原理的应用(252)/2. 分步计数原理的应用(252)/3. 两个原理的综合应用(253)/4. 染色问题(253)/5. 数形结合法与两个计数原理(254)

第2讲 排列与组合 ..... (255)

要点知识:1. 排列(255)/2. 排列数(255)/3. 排列的应用(255)/4. 组合(256)/5. 组合数与组合数公式(256)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 解答组合应用题的基本思路(256)/2. 常见的解题策略(256)/3. 排列与组合的判定(256)/4. 排列组合中的数学思想及常用方法(260)

第3讲 二项式定理 ..... (261)

要点知识:1. 二项式定理(261)/2. 二项展开式的通项公式(262)/3. 二项式系数的性质(262)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 二项式的展开(262)/2. 求指定项(263)/3. 赋值法(264)/4. 整除和近似解问题(264)/5. 多项式的展开式问题(264)/6. 二项式定理的灵活运用(265)

第十单元 概率与统计 ..... (266)

第1讲 随机事件及其概率 ..... (266)

要点知识:1. 随机事件(266)/2. 基本事件空间(266)/3. 频率与概率(266)/4. 事件的关系与运算(267)/5. 概率的基本性质(267)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 事件与基本事件空间(268)/2. 互斥事件、对立事件及其概率(268)/3. 频率与概率(269)

第2讲 古典概型与几何概型 ..... (270)

要点知识:1. 古典概型(271)/2. 几何概型(271)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 古典概型的概念辨析(271)/2. 求古典概型的概率(272)/3. 与长度有关的几何概型(272)/4. 与角度有关的几何概型(273)/5. 与面积(或体积)有关的几何概型(273)/6. 概率的一般加法公式(273)/7. 求解古典概型的有关方法(273)

第3讲 条件概率与事件的独立性 ..... (275)

要点知识:1. 条件概率(275)/2. 相互独立事件同时发生的概率(275)/3. 独立重复试验与二项分布(275)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 条件概率(276)/2. 事件的相互独立性(276)/3. 独立重复试验与二项分布(277)

第4讲 离散型随机变量及其分布列 ..... (279)

要点知识:1. 离散型随机变量(279)/2. 离散型随机变量的分布列(279)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 超几何分布(281)/2. 二项分布(281)

第5讲 离散型随机变量的期望与方差 ..... (283)

要点知识:1. 离散型随机变量的均值(283)/2. 离散型随机变量的方差(283)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 由分布列求期望、方差(284)/2. 求随机变量的期望(285)/3. 由特殊分布求期望与方差(285)/4. 利用期望与方差的性质求期望与方差(285)/5. 完善三个步骤,做好解答题(286)

第 6 讲 正态分布 ..... (287)

要点知识:1. 正态曲线(287)/2. 正态分布(287)/3. 正态曲线的性质(287)/4.  $3\sigma$  原则(288)

► 规律·技巧·策略

1. 正态曲线的性质(288)/2. 正态分布密度函数及其性质(288)/3. 正态分布的应用(288)

第 7 讲 随机抽样 ..... (289)

要点知识:1. 随机抽样(290)/2. 简单随机抽样(290)/3. 系统抽样(290)/4. 分层抽样(290)/5. 三种抽样方法的比较(290)/6. 数据的收集(290)

► 规律·技巧·策略

1. 简单随机抽样(290)/2. 系统抽样(291)/3. 分层抽样(291)/4. 三种抽样方法的比较(291)

第 8 讲 用样本估计总体 ..... (292)

要点知识:1. 频率分布表和频率分布直方图(292)/2. 总体密度曲线(293)/3. 众数、中位数、平均数(293)/4. 茎叶图(293)/5. 方差与标准差(293)

► 规律·技巧·策略

1. 根据样本数据绘制统计图表(294)/2. 用样本分布估计总体分布(294)/3. 茎叶图(295)/4. 样本平均数、标准差对总体平均数、标准差的估计(296)

第 9 讲 统计案例 ..... (298)

要点知识:1. 独立性检验(299)/2. 回归分析(299)

► 规律·技巧·策略

1. 独立性检验(300)/2. 相关系数与相关性检验(301)

第十一单元 推理与证明 ..... (302)

第 1 讲 推理与证明 ..... (302)

要点知识:1. 合情推理的基本概念(302)/2. 演绎推理的基本概念(302)/3. 直接证明的有关概念(302)/4. 间接证明的有关概念(302)/5. 数学归纳法(302)

► 规律·技巧·策略

1. 归纳推理及其应用(303)/2. 类比推理及其应用(303)/3. 演绎推理(303)/4. 利用综合法证明有关问题(304)/5. 反证法及其应用(304)/6. 低维与高维类比(309)/7. 曲与直类比(309)/8. 联想特征类比(309)

第十二单元 算法与复数 ..... (310)

第 1 讲 算法初步 ..... (310)

要点知识:1. 程序框图(310)/2. 基本算法语句(以人教实验 B 版为例)(310)

► 规律·技巧·策略

1. 算法的设计(312)/2. 更相减损术与辗转相除法(315)/3. 秦九韶算法的应用(315)/4. 工序流程图(316)

第 2 讲 数系的扩充和复数的引入 ..... (318)

要点知识:1. 复数的概念(318)/2. 复数相等(318)/3. 共轭复数(318)/4. 复数  $z=a+bi$  的模(318)/5. 复数的四则运算(318)/6. 复数加减法的几何意义(318)

► 规律·技巧·策略

1. 复数的模的运算性质(319)/2. 复数常用的运算技巧(319)/3. 复数概念的运用(319)/4. 复数的巧解妙算(321)

第二编 知识全解篇

专题一 集合与常用逻辑用语 ..... (323)

综合知识:1. 集合与不等式的交汇(323)/2. 集合与解析几何的交汇(323)/3. 集合与函数的交汇(324)/4. 借助集合中元素的特性考查抽象概括能力(324)/5. 利用信息迁移考查创新意识和实践能力(324)/6. 有关充要条件的综合问题(324)/7. 有关逻辑联结词的综合问题(324)

► 规律·技巧·策略

1. 元素与集合的关系(327)/2. 集合与集合间的关系(327)/3. 集合的运算(327)/4. 判断命题的真假(327)

专题二 函数、导数及其应用 ..... (331)

综合知识:1. 函数解析式、定义域、值域间的交汇(331)/2. 函数的奇偶性、对称性、最值等问题的交汇(331)/3. 定义域、单调性、导数知识的交汇(332)/4. 函数奇偶性、周期性、零点等知识的交汇(332)/5. 函数解析式、图象间的关系问题(332)/6. 抽象函数单调性与奇偶性的交汇(332)/7. 函数与数列、不等式的交汇(333)/8. 函数的综合问题(333)/9. 以几何为背景,考查函数性质及导数应用(333)

► 规律·技巧·策略

1. 奇偶性的灵活运用(336)/2. 周期性的运用(337)/3. 有关二次函数、指数函数、对数函数的问题(338)/4. 互为反函数的问题(338)/5. 与函数有关的恒成立问题(339)/6. 导数的应用(340)

专题三 不等式及其应用 ..... (342)

综合知识:1. 换元法在解不等式中的应用(342)/2. 不等式与集合的交汇(342)/3. 不等式与函数的交汇(342)/4. 不等式与方程的交汇(343)/5. 不等式与数列问题的交汇(343)/6. 不等式与三角函数的交汇(343)/7. 不等式与解析几何的交汇(343)/8. 有关绝对值不等式的综合问题(343)

► 规律·技巧·策略

1. 有关解不等式的综合问题(346)/2. 利用不等式性质比较大小问题(346)/3. 有关基本不等式的综合问题(346)/4. 有关线性规划的综合问题(347)/5. 有关含有绝对值的不等式问题(347)/6. 指数、对数不等式问题(347)/7. 函数与不等式的综合问题(347)/8. 数列、不等式的综合问题(348)

专题四 三角函数 ..... (350)

综合知识:1. 三角函数基本公式的综合应用(350)/2. 关于  $y=Asin(\omega x+\varphi)$  ( $A>0, \omega>0$ ) 的图象(351)/3. 三角函数的性质(351)/4. 判断三角形的构成(352)/5. 解三角形(352)/6. 三角函数与不等式的交汇(353)/7. 三角函数与函数知识的交汇(353)/8. 三角函数与向量知识的综合应用(353)/9. 三角函数与解析几何的交汇(354)

► 规律·技巧·策略

1. 三角恒等变换(355)/2. 三角函数图象及其变换(356)/3. 三角函数图象与解析式(357)/4. 三角函数图象的对称性(357)/5. 三角函数与解三角形(358)/6. 向量与解三角形(359)/7. 由图象确定“ $\varphi$ ”值的方法探究(360)

**专题五 数列** ..... (362)

综合知识:1. 数列各知识点间的交汇(362)/2. 数列与函数的交汇(363)/3. 数列与二项式定理的交汇(364)/4. 数列与解析几何的交汇(364)/5. 数列与不等式的交汇(364)/6. 数列与数学归纳法的交汇(364)/7. 数列在实际问题中的应用(365)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 等差、等比数列的综合问题(368)/2. 数列与函数、方程的综合应用(370)/3. 数列与不等式的综合应用(371)/4. 数列与解析几何的综合应用(372)/5. 数列的实际应用(373)/6. 求数表所具有的规律(即通项公式)(373)/7. 求数表中指定的某些项(374)/8. 构造数表探求通项(374)

**专题六 平面向量** ..... (375)

综合知识:1. 平面向量的基本概念和运算(375)/2. 向量的坐标运算(375)/3. 向量运算的几何意义(376)/4. 向量与三角函数的结合(376)/5. 向量与解三角形的结合(376)/6. 向量与解三角不等式的结合(376)/7. 平面向量与解析几何的结合(377)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 平面向量的线性运算(378)/2. 平面向量的数量积(378)/3. 平面向量的坐标运算(379)/4. 平面向量的数量积的坐标表示(379)/5. 平面向量与解析几何的综合(379)/6. 平面向量与三角函数的综合(380)/7. 三角形四“心”的向量表示(380)

**专题七 立体几何** ..... (382)

综合知识:1. 三视图(382)/2. 面积与体积(382)/3. 点、线、面的位置关系(383)/4. 空间角和距离的传统求法(383)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 几何体的表面积和体积(386)/2. 三视图(387)/3. 球(387)/4. 利用空间向量证明空间位置关系(390)/5. 利用空间向量求空间角(390)/6. 空间轨迹问题的求解策略(392)

**专题八 直线与圆** ..... (394)

综合知识:1. 直线与三角函数的交汇(394)/2. 圆与向量的交汇(394)/3. 圆与数列的交汇(394)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 直线与坐标轴所成三角形问题(396)/2. 存在性问题(398)/3. 轨迹问题(398)/4. 对称问题(399)/5. 直线过定点问题(400)/6. 圆的综合应用(401)

**专题九 圆锥曲线** ..... (402)

综合知识:1. 圆锥曲线与函数的交汇(402)/2. 圆锥曲线与向量的交汇(402)/3. 圆锥曲线与三角函数的交汇(403)/4. 圆锥曲线与不等式的交汇(403)/5. 圆锥曲线内部知识的交汇(404)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 曲线两种定义的灵活运用(409)/2. 设而不求的整体化处理(409)/3. 代点相消法(409)/4. 巧用根与系数的关系(409)/5. 运用平面几何性质(409)/6. 运用曲线方程(410)/7. 巧用对称,化繁为简(410)/8. 建立适当的坐标系(410)/9. 常数代换,化成齐次方程(410)

**专题十 排列、组合、二项式定理** ..... (411)

综合知识:1. 组合数与函数交汇(411)/2. 计数原理与数列交汇(411)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 合理分类 准确分步(412)/2. 特殊优先 一般在后(412)/3. 直接排除 灵活选择(412)/4. 集团捆绑 间隔插空(412)/5. 复杂问题 构造模型(412)/6. 与组合有关的证明(414)

**专题十一 概率、分布列、统计** ..... (415)

综合知识:1. 概率与线性规划的交汇(415)/2. 本专题内部知识的交汇(415)

⑤ 规律·技巧·策略

1. 求随机变量的分布列与数学期望(418)/2. 抽样方法(419)/3. 条件概率(419)/4. 线性回归问题(419)/5. 统计中的题型与求解策略(420)

**第三编 数学思想方法篇**

第1节 函数与方程思想 ..... (422)	第4节 转化与化归思想 ..... (433)
第2节 数形结合思想 ..... (427)	第5节 数学基本方法 ..... (438)
第3节 分类讨论思想 ..... (430)	

**第四编 数学能力全解篇**

第1节 运算求解能力 ..... (441)	第3节 空间想象能力 ..... (450)
第2节 推理论证能力 ..... (445)	第4节 应用意识 ..... (452)

**第五编 考纲内容解读篇**

一、考试要求 ..... (455)	二、能力体现 ..... (455)
--------------------	--------------------

**第六编 命题趋势透析篇**

一、新课程高考数学卷的整体印象 ..... (456)	三、新课程高考数学复习建议 ..... (457)
二、新课程高考数学卷折射出的新课标的变化 ..... (456)	

**第七编 复习策略指导篇**

一、复习备考方案 ..... (460)	二、复习备考策略 ..... (460)
----------------------	----------------------

**第八编 应试方法技巧篇**

一、知识、方法方面的应试技巧 ..... (462)	二、生活、心理方面的应试技巧 ..... (467)
----------------------------	----------------------------

# 第一编 高考命题点全解篇

## 第一单元 常用逻辑用语

### 第1讲 集合与集合的运算

#### 考纲权威解读

KAOGANGQUANWEIJIEDU

考 纲 解 读	<p>1. 集合的概念与表示</p> <p>(1)了解集合的含义、元素与集合的“属于”关系.</p> <p>(2)能用自然语言、图形语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题.</p> <p>2. 集合间的基本关系</p> <p>(1)理解集合之间包含与相等的含义,能识别给定集合的子集、真子集.</p> <p>(2)了解全集与空集的含义.</p> <p>3. 集合的基本运算</p> <p>(1)理解两个集合的并集与交集的含义,会求两个集合的并集与交集.</p> <p>(2)理解在给定集合中一个子集的补集的含义,会求给定子集的补集.</p> <p>(3)能使用 Venn 图表示集合与集合间的关系及运算</p>
	<p>考 向 指 南</p> <p>1. 本讲以集合及其运算为载体考查函数、不等式、三角函数、方程、数列、曲线及轨迹等有关知识.</p> <p>2. 重点考查集合的交、并、补等运算,同时也考查集合的特性及集合与元素之间的关系. 特别要注意 Venn 图、数轴在求交、并、补集中的直观作用.</p> <p>3. 本讲在高考中常以选择题、填空题的形式出现,有时也会出现与其他章节知识综合的解答题</p>

#### 知识网络清单

ZHISHIWANGLUOQINGDAN

集 合	集合的概念	<p>元素的性质:确定性,互异性,无序性</p> <p>集合的表示方法:列举法,描述法,图示法</p> <p>空集的性质:空集是任何集合的子集 空集是任何非空集合的真子集</p> <p>集合的分类:无限集,有限集</p> <p>特殊集合的表示:           <ul style="list-style-type: none"> <li>复数集 <math>\mathbb{C}</math></li> <li>实数集 <math>\mathbb{R}</math></li> <li>整数集 <math>\mathbb{Z}</math></li> <li>有理数集 <math>\mathbb{Q}</math></li> <li>自然数集 <math>\mathbb{N}</math></li> <li>正整数集 <math>\mathbb{N}^*</math> 或 <math>\mathbb{N}_+</math></li> </ul> </p>
	集合与元素、集合的关系	<p>集合与元素的关系:如果 <math>a</math> 是集合 <math>A</math> 的元素,可表示为 <math>a \in A</math> 如果 <math>a</math> 不是集合 <math>A</math> 的元素,可表示为 <math>a \notin A</math></p> <p>集合与集合的关系:若集合 <math>A</math> 是集合 <math>B</math> 的子集,则可表示为 <math>A \subseteq B</math> 若集合 <math>A</math> 是集合 <math>B</math> 的真子集,则可表示为 <math>A \subsetneq B</math></p> <p>集合相等:定义:如果两个集合中的元素完全相同,则这两个集合相等 表示方法:集合 <math>A</math> 与集合 <math>B</math> 相等,可表示为 <math>A = B</math> 如果集合 <math>A</math> 与集合 <math>B</math> 满足 <math>A \subseteq B</math> 且 <math>B \subseteq A</math>,则 <math>A</math> 与 <math>B</math> 相等</p> <p>运算关系:集合 <math>A</math> 和集合 <math>B</math> 的交集可表示为 <math>A \cap B</math> 集合 <math>A</math> 和集合 <math>B</math> 的并集可表示为 <math>A \cup B</math> 若 <math>U</math> 为全集,集合 <math>A</math> 的补集可表示为 <math>\complement_U A</math></p>

#### 重、难考点突破

ZHONG、NANKAODIANTUPO

##### 要点知识解读

##### 一、集合的有关概念及表示方法

##### 1. 集合的概念

把一些能够确定的不同的对象看成一个整体,就说这个整体是由这些对象的全体构成的集合.

构成集合的元素除了常见的数、式、点等数学对象之外,还可以是其他对象.

##### 2. 集合中元素的性质

集合中的元素具有确定性、互异性和无序性.

(1)任何一个对象都能确定它是或不是某一集合的元素,而且必居其一,这是集合的最基本特征.

(2)集合中的任何两个元素都是不同的对象,即在同一集合里不能重复出现相同元素.

(3)在同一集合里,通常不考虑元素之间的顺序.

表示元素和集合之间的关系,有属于“ $\in$ ”和不属于“ $\notin$ ”两种情形.

##### 3. 集合的表示

表示集合有三种方法,分别是列举法、描述法和图示法. 一般地,表示有限集合常用列举法;表示无限集合常用描述法;描述抽象集合常用 Venn 图法. 正确认识一个集合的关键是理解集合中的元素特征.

##### 二、集合与集合之间的关系

##### 1. 表示集合与集合之间的关系

##### (1)包含关系:

子集:如果集合  $A$  中的任意一个元素都是集合  $B$  中的元素,那么集合  $A$  叫做集合  $B$  的子集,记作  $A \subseteq B$  或  $B \supseteq A$ ,显然  $A \subseteq A, \emptyset \subseteq A$ .

(2)相等关系:如果集合  $A$  中的每一个元素都是集合  $B$  中的元素,反过来,集合  $B$  中的每一个元素也都是集合  $A$  中的元素,那么就称集合  $A$  等于集合  $B$ ,记作  $A = B$ .

对于两个集合  $A$  与  $B$ ,如果  $A \subseteq B$ ,同时  $B \subseteq A$ ,那么集合  $A$  与集合  $B$  相等,记作  $A = B$ .

(3)真子集关系:如果集合  $A$  是集合  $B$  的子集,并且  $B$  中至少有一个元素不属于  $A$ ,那么集合  $A$  叫做集合  $B$  的真子集,记作  $A \subsetneq B$  或  $B \supsetneq A$ . 显然有下面的结论:①对于集合  $A, B, C$ ,如果  $A \subseteq B, B \subseteq C$ ,则  $A \subseteq C$ ;②对于集合  $A, B, C$ ,如果  $A \subsetneq B, B \subsetneq C$ ,则  $A \subsetneq C$ .

(4)不包含关系:用“ $\not\subseteq$ ”表示.

##### 2. 空集

不含任何元素的集合叫做空集,记作  $\emptyset$ .

空集是任何集合的子集,是任何一个非空集合的真子集.

##### 3. 有限集的子集、真子集的个数

关于有限集的子集个数有下列结论:若有限集  $A$  中有  $n$  个元素,则  $A$  的子集个数为  $2^n$ ,即  $C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$ ;非空子集的个数为  $(2^n - 1)$ ;真子集的个数为  $(2^n - 1)$ ;非空真子集的个数为  $(2^n - 2)$ .

### 三、集合的交、并、补集的运算

#### 1. 交集

(1) 定义: 由属于集合  $A$  且属于集合  $B$  的所有元素组成的集合, 叫做  $A$  与  $B$  的交集, 记作  $A \cap B, A \cap B = \{x | x \in A \text{ 且 } x \in B\}$ .

(2) 性质:  $A \cap A = A; A \cap B = B \cap A$  (交换律);

$A \cap \emptyset = \emptyset; A \cap B \subseteq A; A \cap B \subseteq B;$

若  $A \subseteq B$ , 则  $A \cap B = A$ .

#### 2. 并集

(1) 定义: 由属于集合  $A$  或属于集合  $B$  的所有元素组成的集合, 叫做  $A$  与  $B$  的并集, 记作  $A \cup B, A \cup B = \{x | x \in A \text{ 或 } x \in B\}$ .

(2) 性质:  $A \cup A = A; A \cup B = B \cup A$  (交换律);

$A \cup \emptyset = A; A \subseteq (A \cup B); B \subseteq (A \cup B);$

若  $A \subseteq B$ , 则  $A \cup B = B$ .

#### 3. 补集

(1) 定义: 在研究某一集合问题的过程中, 所有集合都是一个给定集合的子集, 这个给定的集合就称为全集, 记作  $U$ . 设  $A \subseteq U$ , 由  $U$  中所有不属于  $A$  的元素组成的集合, 叫做集合  $A$  在集合  $U$  中的补集, 记作  $\complement_U A$ , 即  $\complement_U A = \{x | x \in U \text{ 且 } x \notin A\}$  (如图 1-1-1-1).

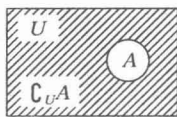


图 1-1-1-1

(2) 性质:  $A \cup (\complement_U A) = U; A \cap (\complement_U A) = \emptyset; \complement_U (\complement_U A) = A;$

$\complement_U \emptyset = U; \complement_U U = \emptyset.$

#### 4. 集合运算中常用的结论

(1)  $\complement_U (A \cap B) = (\complement_U A) \cup (\complement_U B),$

$\complement_U (A \cup B) = (\complement_U A) \cap (\complement_U B).$

(2)  $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap B = A, A \subseteq B \Leftrightarrow A \cup B = B.$

### 学法策略指导

1. 在处理有关集合的问题时, 应先看集合中代表元素的特性. 首先确定集合中的元素是点集还是数集, 然后明确集合中的元素所满足的条件, 理解并正确掌握集合的相关术语及符号表示是解决集合问题的关键.

2. 在集合的运算中, 一般应把参与运算的各个集合先化为最简形式, 然后再进行运算.

3. 应当考虑空集的几种情况, 在  $A \subseteq B, A \subsetneq B, A \cap B = A$  中, 都应当考虑到  $A = \emptyset$  时的情况.

4. 对一些较为抽象的集合问题可利用 Venn 图求解.

5. 要注意表示集合的语言、文字、符号、图形的沟通与转化, 对于某些问题, 文字描述较为抽象, 可借助于 Venn 图及坐标轴, 利用几何图形的直观性, 以“形”助“数”. 同时加强与其他章节的渗透, 在复习中要控制难度.

### 题型分类精讲

#### 题型一 元素与集合的关系

集合中的元素具有确定性、互异性和无序性. 特别是用互异性剔除不具备条件的解是解题过程中不可缺少的步骤.

**例 1** 设全集为  $\mathbf{R}, A = \{x | x^2 - 5x - 6 > 0\}, B = \{x | |x - 5| < a\}$  ( $a$  是常数), 且  $11 \in B$ , 则 ( )

A.  $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup B = \mathbf{R}$       B.  $A \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$

C.  $(\complement_{\mathbf{R}} A) \cup (\complement_{\mathbf{R}} B) = \mathbf{R}$       D.  $A \cup B = \mathbf{R}$

**解析**  $A = \{x | x < -1 \text{ 或 } x > 6\}$ .  $\because 11 \in B, \therefore$  可知  $B$  不是空集.  $\therefore a > 0, B = \{x | 5 - a < x < 5 + a\}$ . 由  $|11 - 5| < a$  知  $a >$

6. 因此, 有  $5 - a < -1, 5 + a > 6$ . 于是  $A \cup B = \mathbf{R}$ .

**答案:** D

**点拨** 对于含有字母的不等式问题, 首先应确定字母的范围, 若不能确定其范围的, 应根据情况对字母进行分类讨论.

**例 2** (2010·江苏) 设集合  $A = \{-1, 1, 3\}, B = \{a + 2, a^2 + 4\}, A \cap B = \{3\}$ , 则实数  $a$  的值为 \_\_\_\_\_.

**解析** 因为  $A \cap B = \{3\}$ , 所以  $a^2 + 4 = 3$  或  $a + 2 = 3$ .

当  $a^2 + 4 = 3$  时,  $a^2 = -1$  无意义.

当  $a + 2 = 3$ , 即  $a = 1$  时,  $B = \{3, 5\}$ , 此时  $A \cap B = \{3\}$ . 故  $a =$

1. **答案:** 1

**点拨** 本题综合考查了集合元素的性质以及集合的交集运算, 并用观察法得到相对应的元素, 从而求得答案.

#### 题型二 集合与集合之间的关系

关键在于化简给定的集合, 确定集合中的元素, 正确认识集合中元素的属性.

**例 3** 设集合  $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}, N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$ , 则 ( )

A.  $M = N$

B.  $M \subsetneq N$

C.  $M \supsetneq N$

D.  $M \cap N = \emptyset$

**解析**  $M = \left\{x \mid x = \frac{k}{2} + \frac{1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}$

$= \left\{x \mid x = \frac{2k+1}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\},$

$N = \left\{x \mid x = \frac{k}{4} + \frac{1}{2}, k \in \mathbf{Z}\right\}$

$= \left\{x \mid x = \frac{k+2}{4}, k \in \mathbf{Z}\right\}.$

$\because 2k+1$  为奇数, 而  $k+2$  为整数,  $\therefore M \subsetneq N$ , 故选 B.

**答案:** B

**点拨** 本题解法从分式的结构出发, 运用整数的性质方便地求解, 注意  $k$  是任意整数, 则  $k+m$  ( $m \in \mathbf{Z}$ ) 也是任意整数.

**例 4** 设  $A = \{x | 2 \leq x \leq 6\}, B = \{x | 2a \leq x \leq a + 3\}$ , 若  $B \subseteq A$ , 则实数  $a$  的取值范围是 ( )

A.  $[1, 3]$

B.  $(3, +\infty)$

C.  $[1, +\infty)$

D.  $(1, 3)$

**解析** (1) 当  $B \neq \emptyset$  时, 有  $\begin{cases} 2a \geq 2, \\ a + 3 \leq 6, \\ 2a \leq a + 3, \end{cases}$

$\therefore 1 \leq a \leq 3.$

(2) 当  $B = \emptyset$  时, 有  $2a > a + 3, \therefore a > 3.$

综合(1)(2)得  $a \geq 1$ . **答案:** C

**点拨** 空集是一个特殊的集合, 是任何集合的子集, 是任何非空集合的真子集, 当题设中隐含有空集参与的集合关系时, 其特殊性不能忽视.

#### 题型三 集合间的运算

**例 5** 设集合  $A = \{x | x^2 - 3x + 2 = 0\}, B = \{x | x^2 + 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0\}$ .

(1) 若  $A \cap B = \{2\}$ , 求实数  $a$  的值;

(2) 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $a$  的取值范围;

(3)若  $U=\mathbf{R}, A \cap (\complement_U B) = A$ , 求实数  $a$  的取值范围.

**分析** 对于含参数的集合的运算, 首先解出不含参数的集合, 而后根据已知条件求参数.

**解**: 由  $x^2 - 3x + 2 = 0$  得  $x = 1$  或  $x = 2$ , 故  $A = \{1, 2\}$ .

(1)  $\because A \cap B = \{2\}, \therefore 2 \in B$ , 代入方程  $x^2 + 2(a+1)x + (a^2 - 5) = 0$  得  $a^2 + 4a + 3 = 0, \therefore a = -1$  或  $a = -3$ .

当  $a = -1$  时,  $B = \{x | x^2 - 4 = 0\} = \{-2, 2\}$ , 满足条件;

当  $a = -3$  时,  $B = \{x | x^2 - 4x + 4 = 0\} = \{2\}$ , 满足条件.

综上,  $a$  的值为  $-1$  或  $-3$ .

(2) 对于集合  $B, \Delta = 4(a+1)^2 - 4(a^2 - 5) = 8(a+3)$ .

$\because A \cup B = A, \therefore B \subseteq A$ .

① 当  $\Delta < 0$ , 即  $a < -3$  时,  $B = \emptyset$ , 满足条件;

② 当  $\Delta = 0$ , 即  $a = -3$  时,  $B = \{2\}$ , 满足条件;

③ 当  $\Delta > 0$ , 即  $a > -3$  时,  $B = A = \{1, 2\}$  才能满足条件, 由根与系数的关系得

$$\begin{cases} 1+2 = -2(a+1), \\ 1 \times 2 = a^2 - 5, \end{cases} \therefore \begin{cases} a = -\frac{5}{2}, \\ a^2 = 7, \end{cases} \text{矛盾.}$$

综上,  $a$  的取值范围是  $a \leq -3$ .

(3)  $\because A \cap (\complement_U B) = A, \therefore A \subseteq \complement_U B$ ,

$\therefore A \cap B = \emptyset$ .

① 若  $B = \emptyset$ , 则  $\Delta < 0 \Rightarrow a < -3$  适合.

② 若  $B \neq \emptyset$ , 则当  $a = -3$  时,  $B = \{2\}$ , 这时  $A \cap B = \{2\}$ , 不合题意.

当  $a > -3$  时, 此时需  $1 \notin B$  且  $2 \notin B$ ,

将 2 代入  $B$  的方程得  $a = -1$  或  $a = -3$ ;

将 1 代入  $B$  的方程得  $a^2 + 2a - 2 = 0 \Rightarrow a = -1 \pm \sqrt{3}$ .

$\therefore a \neq -1$  且  $a \neq -1 \pm \sqrt{3}$ .

综上,  $a$  的取值范围是  $a < -3$  或  $-3 < a < -1 - \sqrt{3}$  或  $-1 - \sqrt{3} < a < -1$  或  $-1 < a < -1 + \sqrt{3}$  或  $a > -1 + \sqrt{3}$ .

#### 题型四 抽象集合问题

**例 6** (2010 · 四川) 设  $S$  为实数集  $\mathbf{R}$  的非空子集, 若对任意  $x, y \in S$ , 都有  $x+y, x-y, xy \in S$ , 则称  $S$  为封闭集. 下列命题:

① 集合  $S = \{a + b\sqrt{3} | a, b \text{ 为整数}\}$  为封闭集;

② 若  $S$  为封闭集, 则一定有  $0 \in S$ ;

③ 封闭集一定是无限集;

④ 若  $S$  为封闭集, 则满足  $S \subseteq T \subseteq \mathbf{R}$  的任意集合  $T$  也是封闭集.

其中的真命题是 \_\_\_\_\_. (写出所有真命题的序号)

**解析** 对于整数  $a_1, b_1, a_2, b_2$ , 有  $a_1 + b_1\sqrt{3} + a_2 + b_2\sqrt{3} = (a_1 + a_2) + (b_1 + b_2)\sqrt{3} \in S, a_1 + b_1\sqrt{3} - (a_2 + b_2\sqrt{3}) = (a_1 - a_2) + (b_1 - b_2)\sqrt{3} \in S, (a_1 + b_1\sqrt{3})(a_2 + b_2\sqrt{3}) = (a_1a_2 + 3b_1b_2) + (a_1b_2 + a_2b_1)\sqrt{3} \in S$ , 所以①正确.

若  $S$  为封闭集, 且存在元素  $x \in S$ , 那么必有  $x - x = 0 \in S$ , 即一定有  $0 \in S$ , 故②正确.

当  $S = \{0\}$  时,  $S$  为封闭集, 所以③错误.

取  $S = \{0\}, T = \{0, 1, 2, 3\}$  时, 显然  $2 \times 3 = 6 \notin T$ , 所以④错误.

**答案**: ①②

**点拨** 本题是解决新定义问题的创新题, 解题时要准确理解封闭集合的属性.

#### 题型五 集合与不等式的联系

此类问题主要分两类: 一是不含参数问题, 一般可直接求解; 二是含参数问题, 往往进行等价转换, 然后根据数形结合进行分类讨论.

**例 7** 已知集合  $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\}, B = \{x | m + 1 \leq x \leq 2m - 1\}$ , 若  $A \cup B = A$ , 求实数  $m$  的取值范围.

**分析** 因为  $A \cup B = A$ , 即  $B \subseteq A$ , 又  $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\} = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ , 考虑到“空集是任何集合的子集”这一性质, 因此需对  $B = \emptyset$  与  $B \neq \emptyset$  两种情况分别讨论确定  $m$  的取值范围.

**解**:  $\because A \cup B = A, \therefore B \subseteq A$ .

又  $A = \{x | x^2 - 3x - 10 \leq 0\} = \{x | -2 \leq x \leq 5\}$ ,

(1) 若  $B = \emptyset$ , 则  $m + 1 > 2m - 1$ , 即  $m < 2$ , 此时总有  $A \cup B = A$ , 故  $m < 2$ .

(2) 若  $B \neq \emptyset$ , 则  $m + 1 \leq 2m - 1$ , 即  $m \geq 2$ .

由  $B \subseteq A$ , 得  $\begin{cases} -2 \leq m + 1, \\ 2m - 1 \leq 5, \end{cases}$  解得  $-3 \leq m \leq 3$ .

$\therefore 2 \leq m \leq 3$ .

综合(1)(2)可知,  $m$  的取值范围是  $(-\infty, 3]$ .

**点拨** 注意条件的等价转化, 如  $A \cap B = A \Leftrightarrow A \subseteq B, A \cup B = B \Leftrightarrow A \subseteq B$ .

#### 题型六 集合与方程的联系

此类问题主要有两类: 一是不含参数的方程直接求解集; 二是含参数的方程分类讨论求解.

**例 8** 已知三个集合:  $A = \{x | x^2 - ax + a^2 - 19 = 0\}, B = \{x | \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\}, C = \{x | 2^{x^2 + 2x - 8} = 1\}$ . 若  $A \cap B \neq \emptyset, A \cap C = \emptyset$ , 求实数  $a$  的值的集合.

**分析** 三个集合都表示方程的解集, 由于集合  $B, C$  中的两个方程都不含参数, 所以可以从化简集合  $B, C$  入手, 再应用条件  $A \cap B \neq \emptyset$  和  $A \cap C = \emptyset$ , 确定集合  $A$  中方程的性质.

**解**:  $B = \{x | \log_2(x^2 - 5x + 8) = 1\} = \{2, 3\}$ ,

$C = \{x | 2^{x^2 + 2x - 8} = 1\} = \{-4, 2\}$ .

$\because A \cap B \neq \emptyset, A \cap C = \emptyset, \therefore 3 \in A, 2 \notin A$ , 即 3 是方程  $x^2 - ax + a^2 - 19 = 0$  的解, 2 不是该方程的解, 从而有  $\begin{cases} 3^2 - 3a + a^2 - 19 = 0, \\ 2^2 - 2a + a^2 - 19 \neq 0, \end{cases}$  解得  $a = -2$ , 此时  $A = \{3, -5\}$ .

故实数  $a$  的值的集合为  $\{-2\}$ .

**点评** 将元素属于集合的集合语言转化为实数为方程的根是解题的关键.

## 附录 1

### 处理集合问题的常用方法

集合是高中数学的重要基础知识, 它贯穿于整个中学数学教学之中, 并且作为一种数学语言和工具在其他数学问题中有广泛的运用. 在高考中, 它也是年年必考的内容之一. 集合问题一般有两种类型, 一是涉及集合本身的问题; 二是以集合为载体, 综合其他数学知识构成的综合题. 下面探讨集合问题的一般性解法, 以供同学们参考.

#### 一、利用集合概念

**例 1** 设  $A = \{(x, y) | |x+1| + (y-2)^2 = 0\}, B = \{-1, 2\}$ , 则必有( )

A.  $A \supseteq B$

B.  $A \subseteq B$



C.  $A=B$                       D.  $A \cap B = \emptyset$

**解析** 学生易错选 C. 错因是未正确理解集合概念, 误以为  $A = \{-1, 2\}$ , 其实  $A = \{(-1, 2)\}$ ,  $A$  是点集, 而  $B$  是数集, 故正确答案应选 D.    **答案:** D

**例 2** 已知集合  $A = \{x | y = -\sqrt{2x-x^2}\}$ ,  $B = \{y | y = 2^x, x > 0\}$ ,  $\mathbf{R}$  是实数集, 则  $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cap A$  等于 (    )

A.  $\mathbf{R}$                               B.  $\{1, 2\}$   
C.  $[0, 1]$                           D.  $\emptyset$

**解析** 集合  $A$  表示函数的定义域, 可得  $A = [0, 2]$ . 而集合  $B$  表示的是函数的值域, 显然  $B = (1, +\infty)$ . 所以  $(\complement_{\mathbf{R}} B) \cap A = (-\infty, 1] \cap [0, 2] = [0, 1]$ .    **答案:** C

二、利用集合性质

**例 3** 已知集合  $M = \{a, a+d, a+2d\}$ ,  $N = \{a, aq, aq^2\}$ , 其中  $a \neq 0$ , 若  $M = N$ , 求  $q$  的值.

**解:**  $\because M = N$ ,

$\therefore$  对应元素相等, 且有两种情形:

$$\begin{cases} a+d=aq, & \text{①} \\ a+2d=aq^2 & \text{②} \end{cases} \quad \text{或} \quad \begin{cases} a+d=aq^2, & \text{③} \\ a+2d=aq. & \text{④} \end{cases}$$

由①②解得  $q=1$ , 则  $a=aq=aq^2$ , 与集合中元素的互异性矛盾, 故舍去.

由③④解得  $q = -\frac{1}{2}$  或  $q=1$  (舍去).

$\therefore q = -\frac{1}{2}$ .

**点评** 利用集合元素的无序性得到两个方程组, 求出  $q$  的值后要检验, 排除与集合元素的互异性或题设条件相矛盾的情况.

三、利用集合运算的概念

集合的交、并、补运算是高考对集合内容考查的重点. 利用集合交、并、补的定义解题, 关键是对交、并、补集概念的正确理解.

**例 4** 设  $A = \{x | |x| \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 + 4x + 3 < 0\}$ , 求集合  $C$ , 使其同时满足下列三个条件: ①  $C \subseteq [(A \cup B) \cap \mathbf{Z}]$  ( $\mathbf{Z}$  是整数集); ②  $C$  有两个元素; ③  $C \cap B \neq \emptyset$ .

**解:** 由条件①②知集合  $C$  中有且仅有两个元素, 且为整数, 由条件③知  $-2 \in C$ . 因为  $A = \{x | -1 \leq x \leq 1\}$ ,  $B = \{x | x^2 + 4x + 3 < 0\} = \{x | -3 < x < -1\}$ , 所以  $A \cup B = \{x | -1 \leq x \leq 1\} \cup \{x | -3 < x < -1\} = \{x | -3 < x \leq 1\}$ , 从而可知  $C = \{-2, -1\}$  或  $\{-2, 0\}$  或  $\{-2, 1\}$ .

四、利用空集的特性

空集是一个特殊的集合, 它是任何集合的子集, 利用空集的这一特性, 可使一些题设中隐含有空集条件的问题得以解决.

**例 5** 已知  $A = \{x | x^2 + (p+2)x + 1 = 0, x \in \mathbf{R}\}$ , 若  $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$ , 求  $p$  的取值范围.

**分析** 正确理解条件  $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$  是解题的关键,  $A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$  包含两层意思: 其一,  $A$  中元素不是正数; 其二,  $A$  是空集.

**解:**  $\because A \cap \mathbf{R}^+ = \emptyset$ ,

$\therefore$  集合  $A$  有以下两种情况:

(1)  $A \neq \emptyset$ , 即方程  $x^2 + (p+2)x + 1 = 0$  有两个非正数解, 其

充要条件是  $\begin{cases} p+2 > 0, \\ (p+2)^2 - 4 \geq 0. \end{cases}$

解得  $p \geq 0$ .

(2)  $A = \emptyset$ , 即方程  $x^2 + (p+2)x + 1 = 0$  无实数解, 所以判别式  $\Delta = (p+2)^2 - 4 < 0$ , 解得  $-4 < p < 0$ .

综上, 可得实数  $p$  的取值范围是  $p > -4$ .

五、数形结合

当集合中的元素具有明显的几何意义时, 则可充分利用“形”的直观性, 通过数与形的相互转化使问题获解.

**例 6** (2010·浙江) 设函数的集合  $P = \left\{ f(x) = \log_2(x+a) + b \mid a = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1; b = -1, 0, 1 \right\}$ , 平面上点的集合  $Q = \left\{ (x, y) \mid x = -\frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 1; y = -1, 0, 1 \right\}$ , 则在同一直角坐标系中,  $P$  中函数  $f(x)$  的图象恰好经过  $Q$  中两个点的函数的个数是 (    )

A. 4                      B. 6                      C. 8                      D. 10

**分析** 此题若用代数方法求解, 则较为繁琐且不易求出; 若数形结合, 则可使问题获得简捷解法.

**解:** 如图 1-1-2 所示, 在平面直角坐标系中描出集合  $Q$  中所包含的 12 个点. 集合  $P$  中共有 12 个函数, 函数  $y = \log_2 x$  是其中之一, 则其经过  $(1, 0)$ ,  $(\frac{1}{2}, -1)$  两点, 其他函数可以经过图象的平移得到, 可以验证, 函数  $y = \log_2 x + 1$ ,  $y = \log_2(x + \frac{1}{2})$ ,  $y = \log_2(x + \frac{1}{2}) + 1$ ,  $y = \log_2(x+1) - 1$ ,  $y = \log_2(x+1) + 1$  都符合题意, 而其他的函数经过 12 个点中的 0 个、1 个或者 3 个 ( $y = \log_2(x+1)$ ), 故答案为 B.

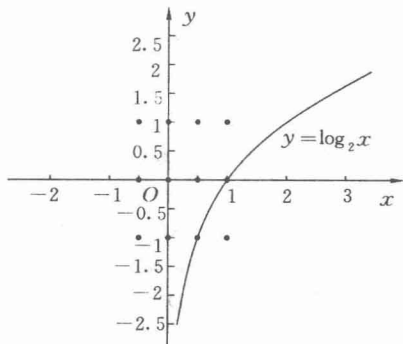


图 1-1-2

**答案:** B

六、合理转化

集合问题一般都是用符号语言表述的, 因而较抽象, 解题过程中常需把集合语言转化成熟悉的非集合表述的问题, 这样有利于运用熟知的方法解决问题.

**例 7** 设全集  $I = \{(x, y) | x \in \mathbf{R}, y \in \mathbf{R}\}$ ,  $A = \{(x, y) | \frac{y-3}{x-2} = 1\}$ ,  $B = \{(x, y) | y = x+1\}$ . 求  $(\complement_I A) \cap B$ .

**解:** 将集合  $A$  转化为直线  $y = x+1$  上去掉点  $(2, 3)$  的全体点集, 集合  $B$  转化为直线  $y = x+1$  上的全体点集, 于是  $(\complement_I A) \cap B = \{(2, 3)\}$ .

七、分类讨论

对一些含参数的集合问题, 常需要进行分类讨论求解.

**例 8** 设  $A = \{x | -2 \leq x \leq a\}$ ,  $B = \{y | y = 2x+3, x \in A\}$ ,  $C = \{z | z = x^2, x \in A\}$ , 且  $C \subseteq B$ , 求实数  $a$  的取值范围.

**分析** 当  $-2 \leq x \leq a$  时,  $z = x^2$  的范围与实数  $a$  取值的正