



普通高等教育农业部“十二五”规划教材
全国高等农林院校“十二五”规划教材

*S*huxue Jianmo

数学建模

连 坡◎主编

普通高等教育农业部“十二五”规划教材
全国高等农林院校“十二五”规划教材

数学建模

连 坡 主编

中 国 农 业 出 版 社

图书在版编目 (CIP) 数据

数学建模 / 连坡主编. —北京: 中国农业出版社,
2011. 11

普通高等教育农业部“十二五”规划教材 全国高等
农林院校“十二五”规划教材

ISBN 978-7-109-16167-2

I. ①数… II. ①连… III. ①数学模型-高等学校-
教材 IV. ①O141.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2011) 第 209646 号

中国农业出版社出版

(北京市朝阳区农展馆北路 2 号)

(邮政编码 100125)

策划编辑 朱 雷 魏明龙

文字编辑 魏明龙

北京中兴印刷有限公司印刷 新华书店北京发行所发行
2011 年 12 月第 1 版 2011 年 12 月北京第 1 次印刷

开本: 720mm×960mm 1/16 印张: 11.25

字数: 198 千字

定价: 18.00 元

(凡本版图书出现印刷、装订错误, 请向出版社发行部调换)

内 容 简 介

本教材是普通高等教育农业部“十二五”规划教材和全国高等农林院校“十二五”规划教材。内容包括数学模型与数学建模、MATLAB基础与仿真建模、日常生活中的数学模型等基础知识的介绍,以及微分方程模型、概率模型、统计回归模型、离散模型等在实际中的应用实例。书中内容紧密联系实际,从数学建模的基本方法入手,通过对典型实际问题解决案例的剖析,归纳了数学建模的基本步骤,展示了借助计算机和相应的数学软件,对模型进行求解与分析的过程。

本教材可以作为高等院校数学建模和数学模型课程教材,亦可作为广大数学建模爱好者的自学参考书。

编写人员名单

主 编 连 坡

副 主 编 王 洁 郑立飞 宋 菲 高 雯

参 编 陈小蕾 薛海莲 罗虎明 王 燕

解小莉 刘欠宁

审 稿 郭满才

前 言

随着现代科学技术的飞速发展，数学的应用不但在工程技术、自然科学等领域发挥着越来越重要的作用，而且以空前的广度和深度向经济、金融、生物、医学、环境、地质、人口、交通等新的领域渗透，日益彰显出蓬勃的生机和活力。

数学建模 (Mathematical Modeling) 是运用数学的思考方法和语言，通过抽象、简化建立能近似刻画并解决实际问题的一种强有力的数学手段。它是联系数学与实际问题的桥梁，是数学在各个领域广泛应用的媒介，是数学科学技术转化的主要途径，在各种应用学科中数学建模可以说是无处不在。建立教学模型的过程，就是把错综复杂的实际问题简化、抽象为合理的数学结构的过程，需要我们通过调查、收集数据资料，观察和研究实际对象的固有特征和内在规律，抓住问题的主要矛盾，建立起反映实际问题的数量关系，然后利用数学的理论和方法去分析和解决问题。实践证明，数学建模课程的开设能够很好地培养学生主动查阅文献资料和学习新知识的能力，引导学生团结协作，主动探索运用所学知识解决实际问题的方法，这对增强学生的数学素养和创新能力具有极大的好处。

西北农林科技大学教师们多年来将数学建模与教学改革相结合，努力探索有效的数学建模教学法和培养面向 21 世纪人才的新思路。在教育部最新颁布的高等学校非数学专业类数学课程教学的基本要求的基础上，广泛汲取国内外高等学校数学建模的教学成果，结合多年来教师们的教学实践经验，编写而成这本数学建模教材，作为高等农林院校非数学专业的理工类及管理科学类数学建模课程教学教材和大学生建模竞赛的入门指导书。

针对农林院校学生及专业的特点，本书在内容安排上主要有以

下特点:

1. 教材内容起点低。凡是掌握微积分、线性代数、概率统计及常微分方程等高等数学基本知识的读者都能通读本书。因此,本书是培养数学建模兴趣的入门教材。

2. 内容选材具有很强的代表性并且通俗易懂。本书中的例题一部分选自国内外优秀的数学建模教材,还有一部分是作者在建模教学实践中发掘的典型案例。这些例题是经过反复改进的经典之作,充分体现了数学学科与其他学科之间的紧密联系和数学学科广泛的应用价值。

3. 教材的习题配置是教材的重要部分,是数学建模课程教学中实现教学要求、提高教学质量的重要环节。为此,在编写习题时努力吸收数学建模教学研究的最新成果,力求提高习题的实用性和趣味性,便于学生课后进行练习和巩固所学知识。

4. 学时安排合理,易于教学,并且能够充分调动学生的学习主动性和积极性。本书按照40个教学学时编排,其中某些数学模型涉及数学上机实习,所以结合计算机教学效果更佳。

全书共分为七章。由连坡主编,具体章节的编写人员是:第一章由连坡编写,第二章由高雯编写,第三章由王洁编写,第四章由宋菲编写,第五章由郑立飞编写,第六章由陈小蕾编写,第七章由薛海莲编写。罗虎明,王燕,解小莉,刘欠宁等参加了编写大纲的讨论和本书的编写工作,全书由连坡统稿。

西北农林科技大学郭满才教授审阅了书稿,提出了许多中肯的修改建议,在此表示衷心的感谢。

本书被列入普通高等教育农业部“十二五”规划教材和全国高等农林院校“十二五”规划教材。在本书的编写过程中,得到了西北农林科技大学教务处和理学院领导的大力支持。在此表示衷心的感谢。

限于编者的水平,书中错误和不妥之处在所难免,恳请各位读者批评指正。

编 者

2011年3月

目 录

前言

第一章 数学模型与数学建模	1
第一节 数学模型的有关概念	1
第二节 数学建模的一般方法和步骤	7
第三节 数学建模实例	11
习题一	24
第二章 MATLAB 基础与仿真建模	26
第一节 MATLAB 的交互式运算	26
第二节 MATLAB 程序设计基础	40
第三节 MATLAB 中的仿真建模基础	46
习题二	52
第三章 日常生活中的数学模型	54
第一节 动物身材大小模型	54
第二节 减肥模型	56
第三节 席位的公平分配模型	59
第四节 外语单词的妙记模型	62
第五节 安全跳伞模型	66
第六节 台球的技术模型	70
第七节 铅球投掷模型	74
习题三	80
第四章 微分方程模型	84
第一节 湖水污染模型	84
第二节 传染病模型	88
第三节 种群的相互竞争模型	94

第四节 放射性衰变与考古计年模型	101
习题四	105
第五章 概率模型	107
第一节 报纸零售模型	107
第二节 随机服务模型	109
第三节 蠼虫的分类模型	111
习题五	119
第六章 统计回归模型	122
第一节 森林管理模型	122
第二节 牙膏的销售模型	128
第三节 教学评估模型	136
习题六	140
第七章 离散模型	144
第一节 线性规划模型	144
第二节 层次分析法模型	150
第三节 密码和解密模型	160
习题七	169
主要参考文献	171

第一章 数学模型与数学建模

数学是自然科学的基本语言，是应用模型探索现实世界物质运动机理的主要手段。人类生活的现实世界中，从经济、社会学到核物理、天文学，乃至航天、军事等领域，无一不与数学息息相关，就连最普通的日常生活，也是与数学分不开的。精确制导、卫星上天、气象中长期预报等现代顶尖技术问题，都是数学与其他相关学科相结合的产物。计算机技术的飞速发展，深刻地改变了人们的生活方式，使得数学方法的应用已逐步深入到各个领域，数学的重要性已为越来越多的人所认识。应用数学知识和计算机技术，通过抽象和简化，用数学语言对实际问题进行近似刻画，勾勒出有别于原型的数量规律模型，实现从定性研究到定量研究的飞跃，可以更加深刻地揭示客观现象的本质，精确地反映事物之间的相互联系和作用，对于实际问题的解决，具有重要的指导意义。

第一节 数学模型的有关概念

一、数学模型与数学建模简介

1. 数学模型(Mathematical Model)

数学模型是对于现实世界的一个特定对象、一个特定目的，根据特有的内在规律，做出一些必要的假设，运用适当的数学工具，得到的一个数学结构。它是用数学语言描述了的实际事物或现象，一般是实际事物的一种数学简化。它常常是以某种意义上接近实际事物的抽象形式存在的，但它和真实的事物有着本质的区别。要描述一个实际现象可以有很多种方式，如录音、录像、比喻、传言等。为了使描述更具科学性、逻辑性、客观性和可重复性，人们采用一种普遍认为比较严格的语言来描述各种现象，这种语言就是数学。使用数学语言描述的事物就称为数学模型。有时候我们需要做一些实验，但这些实验往往用抽象出来的数学模型作为实际物体的代替而进行相应的实验，实验本身也是实际操作的一种理论替代。

简单地说：数学模型就是系统的某种特征的本质的数学表达式(或是用数学术语对部分现实世界的描述)，即用数学式子(如函数、图形、代数方程、微

分方程、积分方程、差分方程等)来描述(表述、模拟)所研究的客观对象或系统在某一方面的存在规律。

2. 数学建模(Mathematical Modeling)

数学建模是利用数学方法解决实际问题的一种实践,即通过抽象、简化、假设、引进变量等处理过程后,将实际问题用数学方式表达,建立起数学模型,然后运用数学方法及计算机技术进行求解,再结合实际情况对模型进行检验的全过程。数学建模是用数学语言描述实际现象的过程。这里的实际现象既包含具体的自然现象,如自由落体现象,也包含抽象的现象,如顾客对某种商品的价值倾向;这里的描述不但包括外在形态、内在机制的描述,也包括预测、试验和解释实际现象等内容。我们也可以这样直观地理解这个概念:数学建模是一个让纯粹数学家(指只懂数学不懂数学在实际中的应用的数学家)变成物理学家、生物学家、经济学家、心理学家等的过程。数学建模其实并不是什么新东西,可以说有了数学并需要用数学去解决实际问题,就一定要用数学的语言、方法去近似地刻画该实际问题,这种刻画的数学表述就是一个数学模型,其过程就是数学建模的过程。数学模型一经提出,就要用一定的技术手段(计算、证明等)来求解并验证,其中大量的计算往往是必不可少的,高性能的计算机的出现使数学建模这一方法如虎添翼,得到了飞速的发展。

在科学领域中,数学因为其众所周知的准确性而成为研究者们最广泛用于交流的语言——因为他们普遍相信,自然是严格地演化着的,尽管控制演化的规律可以很复杂甚至是混沌的。因此,人们常对实际事物建立种种数学模型以期通过对该模型的考察来描述、解释、预计或分析出与实际事物相关的规律。随着电子计算机的出现和飞速发展,数学以空前的广度和深度向一切领域渗透,数学建模作为用数学方法解决实际问题的第一步,越来越受到人们的重视。在一般工程技术领域,数学建模仍然大有用武之地;在高新技术领域数学建模几乎是必不可少的工具;数学进入一些新领域,为数学建模开辟了许多处女地。数学建模将各种知识综合应用于解决实际问题中,是培养和提高同学们应用所学知识分析问题、解决问题的能力必备的必备手段之一。

3. 数学建模竞赛(Mathematical Contest in Modeling)

数学建模是根据客观的实际问题抽象出它的数学形式,用以分析、研究和解决实际问题的一种科学方法,它强调的是以解决实际问题为背景的数学方法和计算手段。

计算机技术的普及和发展,使得数学得以进入了科研工作的各个领域,人们逐渐认识到,在诸如化学、生物、医药、地质、管理、社会科学等传统领域中,不是没有数学的用武之地,而是由于计算手段的不足而影响到数学在这些

领域中的应用. 计算机技术的不断发展, 为数学进入这些领域提供了强有力的计算手段, 这不仅为数学的应用提供了广阔的发展空间, 也为数学本身提出了众多新的课题.

“高技术本质上是一种数学技术”, 这一点很早就在美国的科技界得到了共识. 传统的数学教育已经不能适应对未来科技人才的需求. 基于这种前瞻性考虑, 1985 年美国数学教育界出现了一个名为 Mathematical Competition in Modeling(数学建模竞赛)的一种通讯竞赛活动. 其目的就是以赛促教, 随着网络技术的发展, 这项活动很快发展为一项国际性的竞赛.

我国部分高校于 1989 年参加了国际大学生数学建模竞赛活动, 1992 年举行了首届全国联赛. 1994 年教育部高教司正式发文, 要求在全国普通高校陆续开展数学建模、机械设计、电子设计等三大竞赛. 自此, 在一些社会单位的资助下, 大学生数学建模活动在全国迅猛发展起来, 大多数的本科高等院校相继开设了这门课程. 据统计, 全国大学生数学建模竞赛的参赛队由 1993 年的 420 个发展到 2008 年的 12 836 个, 遍及全国 31 个省/市/自治区 1 022 所院校. 数学建模竞赛的题目都来自各个领域的实际问题, 都是各行各业的实际问题经过适当简化, 提炼出来的极富挑战性的问题, 如: “钻井布局”、“节水洗衣机”、“出版社的资源配置”、“长江水质的评价和预测”、“乘公交, 看奥运”、“高等教育学费标准探讨”; 有些还是来自当今前沿领域中的问题, 如: “投资的收益和风险”、“DNA 序列分类”、“艾滋病疗法的评价及疗效预测”、“中国人口增长预测”、“数码相机的定位”. 与一般的竞赛活动不同, 竞赛题目本身有些没有固定的答案. 评价建模工作看重的是建模的合理性、创造性和使用的数学方法、算法等.

全国大学生数学建模竞赛(China Undergraduate Mathematical Contest in Modeling, 英文简称: CUMCM)是全国高校规模最大的课外科技活动之一, 由教育部高等教育司、中国工业与应用数学学会(CSIAM)主办. 竞赛面向全国大专院校的学生, 不分专业(分甲、乙两组, 甲组竞赛所有大学生均可参加, 乙组竞赛只有大专生可以参加), 该竞赛在每年 9 月的第三个星期五开始, 历时 3 天. 参赛者每三人组成一队, 每个队须配有一名指导教师. 甲组的每个参赛队可在给出的 A、B 两道试题中选择一题, 乙组的每个参赛队可在给出的 C、D 两道试题中选择一题, 在 72 h 内合作完成所选的题目并提交一篇论文. 竞赛期间可以查阅各种资料, 组内的队员可以互相讨论. 通过竞赛可培养学生们实事求是、刻苦拼搏、团结协作、创新意识、论文写作等科研素质和品质, 这种新颖的开放式竞赛模式很受学生们的欢迎.

数学建模竞赛活动培养了学生的创造力、应变能力、团队精神和拼搏精

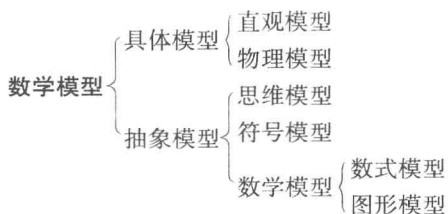
神，适应了 21 世纪经济发展和人才培养的挑战。不少参加过全国大学生数学建模竞赛的同学都深有感触，他们说：“参加这次活动是我们大学四年中最值得庆幸的一件事，我们真正体会这几年来学到了什么，自己能干什么。”“那不寻常的三天在我们记忆中留下了永恒的一瞬，真是一次参赛，终身受益。”团队精神贯穿在数学建模竞赛的全过程，它往往是成败的关键。有些参赛队员说：“竞赛使我们三个人认识到协作的重要性，也学会了如何协作，在建模的三天中，我们真正做到了心往一处想，劲往一处使，每个人心中想的就是如何充分发挥自己的才华，在短暂的时间内做出一份尽量完善的答卷。三天中计算机没停过，我们轮流睡觉、轮流工作、轮流吃饭，可以说是抓住了每一滴可以抓住的时间。”“在这不眠的三天中，我们真正明白了团结就是力量这个人生真谛，而这些收获，将会伴随我们一生，对我们今后的学习和工作产生巨大的影响。”

中科院院士李大潜认为，长期以来我们没有找到一种方法来把数学的丰富知识与应用结合起来，现在我们找到了，数学建模就是这样一种方法。它使学生了解数学的创造过程，并亲身介入到创造和发展的过程中去。有创造就有失败，而创造和失败的过程在课堂教学中是不讲授的。他还认为数学教育本身就是素质教育，数学建模是素质教育的有效载体。

二、数学模型的分类

数学模型可以按照不同的方式进行分类。

按照模型的特征分类如下：



按研究方法和对象的数学特征分：初等模型、几何模型、优化模型、微分方程模型、图论模型、逻辑模型、稳定性模型、扩散模型等。

按研究对象的实际领域(或所属学科)分：人口模型、交通模型、环境模型、生态模型、生理模型、城镇规划模型、水资源模型、污染模型、经济模型、社会模型等。

数学建模的初衷是洞察源于数学之外的事物或系统。通过选择数学系统，建立原系统的各部分与描述其行为的数学部分之间的对应，达到发现事物运行

的基本过程的目的. 因此, 人们通常也按如下的方法分类.

1. 观察模型和决策模型

基于对问题状态的观察、研究和分析, 所提出的数学模型可能有几种不同的数学结构. 例如, 决策模型是针对一些特定目标而设计的. 典型的情况是, 某个实际问题需要做出某种决策或采取某种行动以达到某种目的. 决策模型常常是为了使技术的发展达到顶峰而设计, 它包括算法和由计算机完成的为特定问题提供解的模拟. 一般的马尔科夫链模型是观察模型, 而动态规划模型是决策模型.

2. 确定性模型和随机模型

确定性模型是建立在如下假设的基础上的, 即如果在时间的某个瞬间或过程的某个阶段有充分足够的信息, 则系统的特征就能准确地预测. 确定性模型常常用于解决物理问题和工程问题. 常见的确定性模型是微分方程模型. 随机模型是在概率意义上描述系统的行为, 主要广泛应用于解决社会科学和生命科学中出现的问题.

3. 连续模型和离散模型

实践中有些问题可以用连续变量描述, 比如空中飞行安全设计; 有些问题适合离散变量描述, 比如篮球比赛的赛程方案设计. 有些问题用连续变量描述更为切合实际, 但也允许作离散化处理. 例如, 最优捕鱼策略问题中, 鱼群是随时间变化而变化的, 可视连续模型, 但如果观察时间段较长, 则用离散模型描述更为恰当.

4. 解析模型和仿真模型

模型可直接用解析式表示, 结果可能是特定问题的解析解, 或得到的算法是解析形式的, 通常可认为是解析模型. 而实际问题的复杂性经常使目前的解析法满足不了实际问题的要求或无法求解. 因此, 很多实际问题需要进行仿真, 仿真模型可以对原问题直接或间接地仿真.

三、数学模型的特点

数学模型是对实际问题的简化, 反过来又为实际问题服务. 数学模型有许多特点, 在建模过程中要有相当丰富的背景知识、实践经验以及各方面的综合能力, 当然更离不开建模者的睿智和勤勉. 丰富的想象力、敏锐的洞察力、果断的判断力是建模所必需的, 直觉与灵感也往往起着不可忽视的作用. 但这一切并不是孤立的, 它们都是与练习和实践密不可分的, 因此要达到一定的境界, 就必须经常性地多做一些建模练习, 通过大量建模实例来训练和培养形象思维和逻辑思维的能力.

在建立数学模型的过程中，应当注意数学模型的以下特点：

1. 模型的逼真性和可行性

一般来说人们总希望所建立的模型尽可能地逼近研究对象，但又不能把对象全部囊括进模型，否则就难于分析、预报、决策和控制。这就是模型逼真性与可行性的矛盾，必须按照实际问题做出适当的抉择。

2. 模型的渐近性与简洁性

对于稍微复杂一点的模型一般不可能一次建模成功，往往需反复迭代，不断完善，以获得越来越满意的模型。通过对模型进行反复的修正，使得到的最终模型既具有高度的简洁性，但又不失模型的真实代表能力。当然，随着人们认知能力和实践能力的提高，还可以对模型不断修补和完善。

3. 模型的稳健性

模型的结构与参数常常是由对象的信息来决定的，当对象的信息只有微小改变时，模型的参数与结构不应有太大的变化。也只有这样才能说这个模型是稳健的。

4. 模型的普适性

模型不为对象所属领域所独有，它应当可以被其他领域所借鉴和应用。模型的这种可嫁接性使其具有广泛的应用性。

5. 模型的创新性

由于实际问题的千变万化，不可能要求把各种模型模式化。一般在建立新模型的过程中，很可能伴随着新的数学方法或新数学概念的产生。数学理论的发展常常就是借助于建模产生的灵感而发展的。

6. 模型的条理性

为使人们能更深入、更全面地了解和分析模型，模型应具有很强的条理性，这对实际问题研究是非常有利的。

7. 模型的技术性和艺术性

一般我们无法用几条普遍适用的建模准则构建模型，也无法归纳出若干条技巧来研究所有模型。因而在建模的过程中，经验、灵感、直觉与想象力就起了主导作用。可见数学建模不仅是一项技术性很强的思维方法，而且要有很强的艺术创造力。这一点往往比一些具体的数学知识更重要。

8. 模型的局限性

首先，由于模型是现实对象的简化和理想化的产物，因而一旦要将模型的结论回归到实际问题中去，就必然要考虑那些被忽略、被简化的因素，于是其结论的通用性和精确性就只能是相对的和近似的。其次，由于科技发展水平的限制，对一些内部机理较为复杂，有众多影响因素的对象，要建立比较满意的

模型实属不易，因而只能着手于某些方面，通过某些技术手段进行模拟，对实际现象做出一些定性分析并作出判断。最后，某些实际问题很难从量化的角度来思考分析，这类问题暂且不能用建模的方法解决，但并不排除随着科技的发展，会得到数量规律的可能。

第二节 数学建模的一般方法和步骤

一般来说，数学模型是对所研究的实际问题的有关属性或运行机理的模拟，它应当具有实际问题中我们关心和需要的主要特征。数学模型是运用数学语言和工具，对部分现实世界的信息加以翻译、归纳的产物。数学模型经过演绎、求解、推断、分析给出数学上的预报、决策或控制，再经过翻译和解释，回到现实世界中。最后，这些推论或解释必须接受实际问题的检验，完成实践—理论—实践的循环。因此，建立数学模型的方法和步骤并没有一定的模式，但一个理想的模型应能反映系统的全部重要特征：模型的可靠性和模型的适用性。建模的一般方法大致分为机理分析方法和测试分析方法两大类。

一、建模方法

1. 机理分析法

机理分析法是立足于事物内在规律，通过对现实对象的特性的了解与认识，分析其因果关系，找出反映其内部机理的规律性而建立模型的一种建模方法。对现实对象特性的认识主要来源于以下两个方面：一是与问题相关的物理的、经济的、社会与生态等方面的知识的了解；二是通过对数据与现象的分析对事物内在规律作出的猜想。常用的具体方法有：

(1) 比例分析法：建立变量之间函数关系的最基本、最常用的方法。

(2) 代数方法：求解离散问题(离散的数据、符号、图形)的主要方法。

(3) 逻辑方法：是数学理论研究的重要方法，对社会学和经济学等领域的决策、对策等学科中得到广泛应用。

(4) 微分方程方法：解决变量之间的变化规律，关键是建立“瞬时变化率”的表达式。

(5) 平衡原理：自然界中的任何物质在其变化的过程中，都一定会受到某种平衡关系的支配，注意发掘实际问题中的这种平衡原理，是从物质运动机理的角度组建数学模型的一个关键。

(6) 图示方法：不少实际问题的解决只要从几何上给予解释和说明就可以了，这时只需建立其图示模型即可。这种方法既简单又直观，应用面很宽。

机理分析法建模的具体步骤大致如图 1-1 所示.

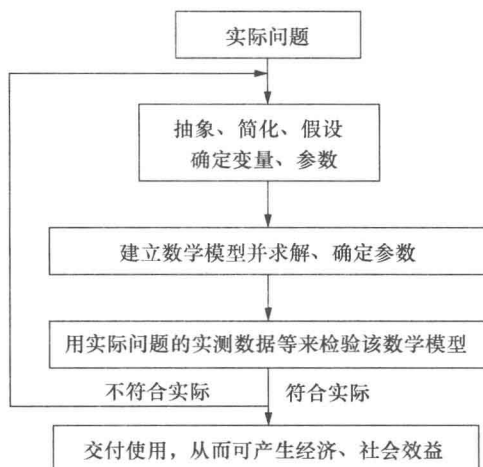


图 1-1

2. 测试分析方法

将研究对象视为一个“黑箱”系统, 内部机理无法直接寻求, 通过测量系统的输入输出数据, 并以此为基础运用统计分析方法, 按照事先确定的准则在某一类模型中选出一个数据拟合得最好的模型. 测试分析方法也叫做系统辨识.

测试分析法的基本流程如下:

(1) 给出实际调查数据, 调查的数据一定要具有充分的代表性, 可以通过系统抽样、分层抽样等抽样方法获得样本数据, 而且样本容量也不能太小, 否则所得结果不具有代表性.

(2) 绘制样本数据的散布图(或分布图).

(3) 对散布图进行分析, 以获得对所表达变量关系的一定认识, 并形成初步看法. 例如, 可分析其变量关系是否具有线性性质、有无周期性、变化率如何、有无最值、有无异常数据等, 从而确定整体数据结构是否脱离实际.

(4) 根据散布图分析结果选择类似的经验函数关系, 采用适当方法建立经验公式. 在满足问题精度要求的前提下, 应尽量选择形式简单的函数关系式. 确定经验公式中待定常数的方法很多, 一般可通过数学软件求解或编程求解.

(5) 对模型进行分析、检验和修改. 与前面建模方法相比, 这一步工作显得更为重要, 这是因为经验模型本身往往具有不确定性, 并且这类模型的作用也常常是为了对所关心系统做出某种预测、控制. 因此检验其结果的合理性,