



全国高等医学院校本科规划教材
供临床医学、预防医学、全科医学及相关专业使用

医用物理学

YIYONG WULIXUE

■ 主 编 / 王亚平



人民軍醫出版社
PEOPLE'S MILITARY MEDICAL PRESS



全国高等医学院校本科规划教材

供临床医学、预防医学、全科医学及相关专业使用

医用物理学

YIYONG WULIXUE

主 编 王亚平

副主编 王晓艳 赵仁宏 丘翠环

编 者 (以姓氏笔画为序)

王亚平 辽宁医学院

王昌军 辽宁医学院

王晓艳 泰山医学院

计晶晶 包头医学院

丘翠环 广东药学院

孙咏萍 内蒙古师范大学

李玉娟 沈阳药科大学

李海玲 山西医科大学汾阳学院

陈艳霞 大连医科大学

赵仁宏 潍坊医学院

高 杨 牡丹江医学院

郭嘉泰 长治医学院

鲍 艳 湖北科技学院



人民军医出版社

PEOPLE'S MILITARY MEDICAL PRESS

北京

图书在版编目(CIP)数据

医用物理学/王亚平主编. —北京:人民军医出版社,2013.1

全国高等医学院校本科规划教材

ISBN 978-7-5091-6118-0

I. ①医… II. ①王… III. ①医用物理学—医学院校—教材 IV. ①R312

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 018705 号

策划编辑:郝文娜 文字编辑:秦 珑 责任审读:刘 平

出版发行:人民军医出版社 经销:新华书店

通信地址:北京市 100036 信箱 188 分箱 邮编:100036

质量反馈电话:(010)51927290;(010)51927283

邮购电话:(010)51927252

策划编辑电话:(010)51927300—8724

网址:www.pmmmp.com.cn

印、装:北京国马印刷厂

开本:787mm×1092mm 1/16

印张:18.75 字数:450 千字

版、印次:2013 年 1 月第 1 版第 1 次印刷

印数:0001—5000

定价:38.00 元

版权所有 侵权必究

购买本社图书,凡有缺、倒、脱页者,本社负责调换

全国高等医学院校本科规划教材(临床医学专业)

编审委员会

主任委员 王庸晋 刘学政 陶仪声

副主任委员 张树峰 王学春 关利新 李朝品 李建华
周立社 姚 磊

委员 (以姓氏笔画为序)

马风杰	王 雪	王亚平	王庆宝	王振杰
王福彦	王震寰	井西学	牛春雨	龙 霖
史宏灿	冯玉芝	朱大诚	刘丕峰	刘林祥
闫新明	许礼发	孙 新	孙宏伟	严 华
杜友爱	李 龙	李 松	李 娜	李幼辉
杨金香	杨保胜	杨康娟	肖建英	沙翔垠
宋国杰	张 敏	张晓林	张晓杰	张晓薇
陈 琳	陈永平	陈志伟	陈思东	陈振文
武 英	卓 朗	金 显	金哲虎	陈振桓
赵中夫	赵玉玲	赵富玺	贵亚璐	周增桓
姜贵云	袁兆康	徐名颂	翁开源	昝加禄
黄 涛	眭 建	崔香淑	麻健丰	高允生
梁 勇	董 蒹	韩新荣	魏 武	章文春

编辑办公室 郝文娜 徐卓立 曾小珍 池 静

全国高等医学院校本科规划教材(临床医学专业)

书 目

1. 基础化学	杨金香主编	23. 医学细胞生物学	杨康娟等主编
2. 有机化学	陈琳等主编	24. 循证医学	赵中夫等主编
3. 医用物理学	王亚平主编	25. 医学导论	徐名颂主编
4. 医学心理学	孙宏伟等主编	26. 诊断学	魏武等主编
5. 医学伦理学	张树峰等主编	27. 医学影像学	刘林祥等主编
6. 卫生法学	冯玉芝主编	28. 核医学	李龙主编
7. 医学人际沟通学	翁开源主编	29. 内科学	王庸晋等主编
8. 系统解剖学	王震寰等主编	30. 外科学	王庆宝等主编
9. 局部解剖学	金昱主编	31. 妇产科学	张晓薇等主编
10. 组织学与胚胎学	陈志伟等主编	32. 儿科学	王雪等主编
11. 生理学	朱大诚等主编	33. 传染病学	陈永平主编
12. 生物化学	周立社等主编	34. 耳鼻咽喉头颈外科学	李娜等主编
13. 分子生物学	肖建英主编	35. 眼科学	沙翔垠等主编
14. 病理学	陶仪声等主编	36. 神经病学	马风杰等主编
15. 病理生理学	牛春雨等主编	37. 精神病学	李幼辉主编
16. 医学微生物学	严华等主编	38. 康复医学	姜贵云等主编
17. 人体寄生虫学	孙新等主编	39. 中医学	章文春等主编
18. 医学免疫学	赵富玺等主编	40. 急诊医学	王振杰等主编
19. 药理学	高允生等主编	41. 全科医学概论	刘学政等主编
20. 预防医学	王福彦等主编	42. 口腔科学	麻健丰主编
21. 医学统计学	袁兆康等主编	43. 皮肤性病学	金哲虎等主编
22. 医学遗传学	杨保胜主编	44. 临床技能学	眭建等主编

全国高等医学院校本科规划教材(临床医学专业)

出版说明

医学教育是医药卫生事业发展的重要组成部分,是人民群众医疗健康保障的基础。当前我国开设临床医学专业教育的高等本科院校已有 160 余所,其中培养基层医疗卫生人才的地方医学本科院校占有较高比例,所培养的大批医学人才已经成为各级基层医疗单位卫生服务及健康保障的主力。然而,我国各高校医学教育所普遍采用的专业教材,在反映不同办学层次、不同培养目标、不同人才定位等方面区分度不足,尚不能很好适应地方医学院校培养基层医疗服务人才的要求。在教育部、卫生部所大力倡导的培养具有不同内涵定位的“卓越医生”的医学教育改革背景下,紧随地方高等医药院校的医学教育改革步伐,广纳现代医学教育改革成果,建设特色鲜明、质量上乘、受众明确的医学专业教材成为当前各医学专业出版社必须完成的重要任务。

根据教育部在“十二五”期间对高校教材建设“高质量、多样化”的要求,针对地方高等医学院校临床医学专业综合改革所涉及教材建设需要,人民军医出版社组织多所本科高等医学院校,在深入调研的基础上,结合当前的教育改革形势和各院校的教学成果,启动了适用于地方医学院校的《全国高等医学院校本科规划教材(临床医学专业)》编写的工作。

本套教材由 50 余所本科医学院校领导、教授组成编审委员会,讨论确定编写宗旨和思路,逐层分阶段召开主编、副主编联席会议及各分册教材的编写、定稿会议,保证编写出版工作顺利完成。

本套教材具有以下特色。

1. 以地方高等医学院校为主体,围绕培养具有较高医学职业精神和较强的临床实践能力,具备一定公共卫生知识体系,适合基层需要的医学人才这一目标决定教材构建和内容取舍。

2. 除遵循“三基”“五性”“三特定”的编写原则外,特别突出“三个注重”:注重素质培养,强化专业素质和人文素质的融合教育;注重解决临床实际问题的能力和主动学习能力的培养;注重教材的实用性,内容与教学过程紧密结合,编写体例灵活,易用好学。

3. 针对目前医学本科教育内容多、发展快、知识交融、层次需求多样等特点,秉承人民军医出版社教材“宜教宜学、科学严谨”的特点,遵循“从实践中来”的原则,努力使教材满足教学

实际需要,真正体现各院校鲜活的教学成果,教材内容完整,涵盖执业医师考试要求。

本套教材共 44 分册,涵盖基础、医学基础、临床医学、人文学科等不同领域,包括近阶段刚建立或发展快的学科,如“循证医学”“医学导论”“医学人际沟通学”“分子生物学”“医学细胞生物学”“全科医学概论”等科目。本套教材专门设计了“学习要求”“要点提示”“问题讨论”以及“复习指导”“参考案例”等有助于教学的栏目,同时注意为师生的教与学留下发挥空间。

欢迎相关院校使用本套教材后及时反馈宝贵意见。

人民军医出版社

前 言

PREFACE

《医用物理学》为全国高等医学院校本科规划教材,适合高等医学专业本科五年制临床、口腔、麻醉、影像、药学、检验、预防、护理、法医、食品等专业使用,也可供医药院校其他专业的师生作教材或参考书。

本次教材编写前广泛征求了参编院校的意见,总结和汲取了传统教材的编写经验和成果,根据医学院校医用物理学课程学时少、教学内容多的实际情况,在遵循教材编写“三基、五性、三特定”原则的基础上,根据学科特点和教学改革的需要,对教材结构和内容进行了优化。

结构上,每章标题下设立了学习要求栏目,以教学大纲为依据,概要说明需要掌握、熟悉和了解的内容,使学生学习目的明确;正文中阐述重要理论或重点内容时,插入精炼的“要点提示”;为体现物理学在医学中的应用主题,注意物理学和医学之间的接轨,在文中适当的位置插入“问题讨论”,以医学案例为题引导学生发问,激发学生学习的积极性和主动性,培养学生解决实际问题的能力。

内容上,体现“必需、够用”,克服传统教材“高大全”的通病,使教材适合培养素质过硬、能力过硬、适合基层需要的实用型医学人才的需要;根据学科发展特点,适当增加了物理学在现代医学影像学中的应用,如超声波的医学应用、X射线的医学应用、放射性同位素的医学应用、核磁共振的医学应用等内容,同时,对物理学在医学中的其他应用也加以适当介绍,如骨与肌肉的力学特性、血流动力学基础、心电知识、直流电的医学应用、眼的屈光不正及矫正、激光的生物作用和医学应用等,充分体现了参编院校教学改革的鲜活成果。

本书共15章,每章配有一定量的例题和复习指导,供学生学习和复习作参考。书后还附有基本物理常数表、参考文献。

本教材在编写过程中得到了辽宁医学院院领导、教务处、基础医学院的大力支持和帮助,同时也得到了参编院校各级领导和同仁的大力支持和帮助,在此表示衷心的感谢。对给我们提供合作平台的人民军医出版社的领导和责任编辑表示衷心的感谢。

限于水平,对本版教材存在的问题和失当之处,敬请读者不吝指正。

编 者

2012年11月

目 录

CONTENTS

第1章 人体力学基础	(1)
第一节 刚体的定轴转动.....	(1)
一、定轴转动的运动学规律	(1)
二、定轴转动的动力学规律	(3)
三、力矩和定轴转动定律	(5)
四、角动量与角动量守恒定律	(6)
五、进动现象	(8)
第二节 物体的弹性和形变.....	(9)
一、应力	(9)
二、应变	(10)
三、物体的弹性.....	(11)
第三节 骨与肌肉的力学特性	(12)
一、骨骼的力学特性.....	(12)
二、肌肉的力学特性.....	(14)
第2章 流体的运动	(17)
第一节 理想流体与定常流动	(17)
一、理想流体.....	(17)
二、定常流动.....	(18)
三、连续性方程.....	(18)
第二节 伯努利方程	(19)
一、伯努利方程.....	(19)
二、伯努利方程的应用.....	(21)
第三节 黏性流体的流动	(24)
一、层流与湍流.....	(24)
二、雷诺数.....	(25)
三、牛顿黏度定律.....	(26)
第四节 黏性流体的运动规律	(27)
一、黏性流体的伯努利方程.....	(27)
二、泊肃叶定律.....	(28)
三、斯托克斯黏性公式	(29)
第五节 血流动力学基础	(29)
一、心脏做功	(29)
二、人体循环系统中的血压分布	(30)
三、人体循环系统中的血流速度	(32)
第3章 振动与波	(34)
第一节 简谐振动	(34)
一、简谐振动方程	(34)
二、简谐振动的矢量图示法	(38)
三、简谐振动的能量	(38)
第二节 两个同方向、同频率的简谐振动的合成	(39)
第三节 机械波	(40)
一、机械波的形成	(40)
二、横波和纵波	(40)
三、波面和波线	(41)
四、波速、波长、波的周期和频率	(41)
第四节 简谐波	(42)
一、平面简谐波的波函数	(42)
二、波动方程	(43)
第五节 波的能量与衰减	(44)
一、波的能量	(44)
二、波的强度	(45)
三、波的衰减	(45)



第六节 波的叠加原理与波的干涉	(46)
一、惠更斯原理	(46)
二、波的叠加原理	(47)
三、波的干涉现象和规律	(47)
第4章 声波和超声波	(52)
第一节 声波	(52)
一、声速	(53)
二、声压与声阻抗	(53)
三、声强、听觉区域和声强级	(54)
四、响度、响度级和等响曲线	(55)
五、声波的反射与透射	(56)
六、次声与噪声	(57)
第二节 多普勒效应	(58)
一、多普勒效应	(58)
二、冲击波	(59)
第三节 超声波	(60)
一、超声波的产生	(60)
二、超声波的特性	(60)
三、超声波的医学应用	(61)
第5章 分子动理论	(67)
第一节 物质的微观模型	(67)
第二节 理想气体分子动理论	(68)
一、理想气体的微观模型	(68)
二、理想气体的物态方程	(69)
三、理想气体的压强公式	(69)
四、理想气体的能量公式	(71)
五、理想气体的分压定律	(72)
第三节 气体分子速率分布律和能	
量分布律	(73)
一、气体分子的速率分布函数	(73)
二、麦克斯韦速率分布定律	(74)
三、玻尔兹曼能量分布定律	(76)
第四节 液体的表面现象	(77)
一、表面张力	(77)
二、表面能	(79)
三、表面活性物质和表面吸附	(80)
四、弯曲液面的附加压强	(80)
五、毛细现象	(82)
六、气体栓塞	(84)
第6章 静电场	(87)
第一节 电场及电场强度	(87)
一、库仑定律	(87)
二、电场与电场强度	(87)
三、场强叠加原理	(88)
四、电场强度的计算	(88)
第二节 静电场中的高斯定理	(90)
一、电场线和电通量	(90)
二、高斯定理	(91)
三、高斯定理的应用	(93)
第三节 静电场的环路定理	(94)
一、静电场力所做的功及环路定理	(94)
二、电势能与电势	(95)
三、电场强度与电势梯度的关系	(96)
第四节 电偶极子及电偶层	(97)
一、电偶极子的电场	(97)
二、电偶层	(98)
三、心电知识	(99)
第五节 静电场中的电介质	(101)
一、电介质的极化	(101)
二、电介质中的高斯定理及静电	
场方程	(103)
三、电容器	(104)
四、静电场的能量	(105)
第7章 直流电	(108)
第一节 电流密度和欧姆定律的微	
分形式	(108)
一、电流和电流密度	(108)
二、电流的连续性方程和恒定	
条件	(110)
三、欧姆定律的微分形式	(110)
四、金属与电解质的导电性	(111)
第二节 直流电路定律	(112)
一、电源及其电动势	(112)
二、一段含源电路的欧姆定律	(113)
三、基尔霍夫定律	(114)

第三节 电容器的充放电过程	(117)	一、电磁感应定律	(144)
一、电容器的充电过程	(117)	二、自感	(147)
二、电容器的放电过程	(118)	三、RL 电路	(147)
第四节 生物膜电位	(119)	四、磁场的能量	(149)
一、能斯特方程	(119)	第9章 波动光学	(153)
二、动作电位	(120)	第一节 光的干涉	(153)
第五节 直流电的医学应用	(121)	一、光的相干性	(153)
一、人体的导电性	(121)	二、杨氏双缝干涉实验	(154)
二、直流电对人体的作用	(121)	三、光程和光程差	(155)
三、电疗	(123)	四、薄膜干涉	(157)
第8章 磁场与电磁感应	(126)	第二节 光的衍射	(159)
第一节 磁场与磁感应强度	(126)	一、光的衍射现象	(159)
一、磁场	(126)	二、惠更斯-菲涅耳原理	(159)
二、磁感应强度	(127)	三、单缝衍射	(160)
三、磁感应线及磁通量	(128)	四、圆孔衍射	(163)
第二节 描述磁场的基本定律	(129)	五、光学仪器的分辨率	(163)
一、磁场中的高斯定理	(129)	六、光栅衍射	(165)
二、毕奥-萨伐尔定律	(129)	第三节 光的偏振	(167)
三、毕奥-萨伐尔定律的应用	(130)	一、自然光与偏振光	(167)
四、安培环路定理	(133)	二、偏振片的起偏和检偏及马吕	
第三节 磁场对运动电荷的作用		斯定律	(169)
一、洛伦兹力	(135)	三、反射和折射时光的偏振	(171)
二、带电粒子在磁场中的运动	(135)	第四节 晶体的双折射现象	(172)
三、霍尔效应	(136)	第五节 旋光现象	(173)
第四节 磁场对载流导线的作用		第六节 光的吸收	(174)
一、磁场对载流导线的作用及安培力	(137)	一、朗伯定律	(174)
二、磁场对平面载流线圈的作用		二、朗伯-比尔定律	(175)
三、磁矩	(138)	第10章 几何光学	(178)
第五节 磁介质	(139)	第一节 球面折射	(178)
一、介质中的磁场	(139)	一、单球面折射	(178)
二、磁介质的分类	(140)	二、共轴球面系统	(181)
三、超导体及其磁学特性	(141)	第二节 薄透镜	(182)
第六节 生物磁场和磁场的生物效应简介	(142)	一、薄透镜	(182)
第七节 电磁感应	(144)	二、薄透镜组合	(185)



第四节 放大镜与光学显微镜.....	(193)	一、扩散衰减	(219)
一、放大镜	(193)	二、散射衰减	(219)
二、光学显微镜	(194)	三、吸收衰减	(219)
三、特殊光学显微镜	(196)	第四节 X射线的医学应用.....	(222)
第五节 光纤内镜.....	(197)	一、X射线诊断	(222)
一、光纤内镜的工作原理	(198)	二、X射线治疗	(225)
二、光纤内镜的结构及医学应用	(199)	三、X射线防护	(226)
第 11 章 激光	(201)	第 13 章 核放射及其医学防护	(228)
第一节 激光的产生机制.....	(201)	第一节 原子核的基本性质.....	(228)
一、原子能级及粒子辐射跃迁	(201)	一、原子核的组成	(228)
二、产生激光的条件和物质基础	(203)	二、原子核的性质	(228)
三、激光器	(206)	三、放射性核素和同位素	(229)
第二节 激光的特性.....	(207)	四、原子核的结合能	(229)
一、方向性好	(207)	五、原子核的稳定性	(230)
二、亮度高、强度大	(207)	第二节 原子核的放射性衰变.....	(231)
三、单色性好	(207)	一、衰变类型	(231)
四、相干性好	(207)	二、核衰变规律	(232)
五、偏振性好	(208)	第三节 射线与物质的相互作用	(234)
第三节 激光的生物作用和医学应用	(208)	一、带电粒子与物质的相互作用	(235)
一、激光的生物作用	(208)	二、光子与物质的相互作用	(235)
二、激光在基础医学研究中的应用	(209)	三、中子与物质的相互作用	(237)
三、激光的临床应用	(210)	第四节 射线的辐射剂量与防护	(237)
第四节 激光的危害与防护.....	(211)	一、射线的辐射剂量	(238)
一、激光的伤害	(211)	二、射线的生物效应	(239)
二、激光的安全防护	(212)	三、射线的防护	(240)
第 12 章 X 射线	(214)	第五节 放射性同位素的医学应用	(242)
第一节 X 射线的产生及 X 射线谱	(214)	一、示踪原理	(242)
一、X 射线的产生	(214)	二、放射诊断	(242)
二、X 射线谱	(215)	三、放射治疗	(243)
第二节 X 射线的基本特征	(217)	第 14 章 核磁共振	(247)
一、X 射线的本质	(217)	第一节 核磁共振的基本概念	(247)
二、X 射线的性质	(218)	一、原子核的磁矩	(247)
三、X 射线的强度和硬度	(218)	二、核磁共振	(249)
第三节 X 射线的衰减规律	(219)	三、弛豫过程与弛豫时间	(250)



一、化学位移	(252)
二、核磁共振波谱	(252)
三、核磁共振波谱分析	(253)
第三节 核磁共振成像的基本原理 和方法	(253)
一、核磁共振成像的基本方法	...	(253)
二、脉冲序列与加权图像	(255)
三、人体的核磁共振成像	(258)
第四节 核磁共振在医学中的应用	(260)
一、核磁共振成像的优点	(260)
二、核磁共振成像的局限性	(260)
三、核磁共振成像的临床应用	...	(261)
第 15 章 量子力学基础	(263)
第一节 黑体辐射	(263)
一、黑体辐射	(263)
二、黑体辐射定律	(265)
三、普朗克能量量子化假设	(266)
第二节 光电效应	(267)
一、光电效应	(267)
二、爱因斯坦的量子解释	(268)
第三节 康普顿效应	(269)
一、康普顿效应	(269)
二、光子理论对康普顿效应的 说明	(270)
第四节 氢原子光谱及玻尔的氢原 子理论	(271)
一、氢原子光谱	(271)
二、玻尔的氢原子理论	(272)
第五节 物质的波动性质	(274)
一、德布罗意波	(274)
二、德布罗意波的实验验证	(274)
三、不确定关系	(275)
第六节 波函数及薛定谔方程	(277)
一、波函数及其统计解释	(277)
二、薛定谔方程	(278)
附录 A 国际单位制	(281)
附录 B 基本物理常数	(282)
参考文献	(283)

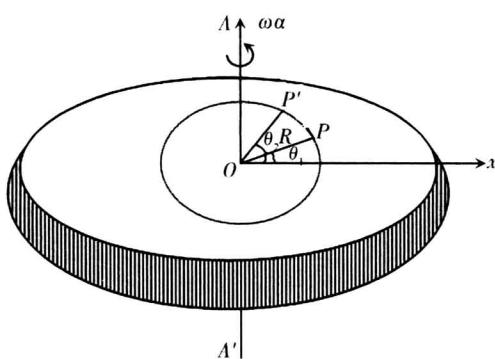


图 1-1 刚体的定轴转动

做一平面与 AA' 轴垂直,与 AA' 轴相交于 O 点, P 点在该平面内做圆周运动。过 O 点在该平面内作参考线 Ox ,半径 OP (长度为 R)与 Ox 的夹角 θ 称为刚体的角位置,选取反时针方向为转动的正方向。在任意时间间隔 Δt 内角位置的增量 $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$,称为刚体的角位移。当刚体沿反时针方向转动时, $\Delta\theta > 0$, 反之, $\Delta\theta < 0$ 。角位置与角位移的单位均为弧度(rad)。

2. 角速度 角位移 $\Delta\theta$ 与时间间隔 Δt 的比值 $\Delta\theta/\Delta t$ 为平均角速度,当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均角速度的极限称为 t 时刻的瞬时角速度,简称角速度,用 ω 表示。即

$$\omega = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{d\theta}{dt} \quad (\text{公式 1-1})$$

角速度的单位是弧度·秒⁻¹(rad·s⁻¹),角速度是矢量,其方向用右手螺旋法则判定:伸出右手,大拇指与四指垂直,四指弯曲的方向与刚体运动的方向一致,大拇指所指的方向就是角速度的方向。

3. 角加速度 角速度的增量 $\Delta\omega$ 与时间间隔 Δt 的比值 $\Delta\omega/\Delta t$ 称为平均角加速度,当 $\Delta t \rightarrow 0$ 时,平均角加速度的极限,就称为角加速度,用 α 表示。即

$$\alpha = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{d^2\theta}{dt^2} \quad (\text{公式 1-2})$$

角加速度的单位是弧度·秒⁻²(rad·s⁻²)。

(三) 定轴转动的线量描述(质点做圆周运动时的线量描述)

刚体的定轴转动,除了用角量来描述外,还可以用线量来进行描述。用来描述刚体运动的位移、速度和加速度等与角度无关的物理量统称为线量(图 1-2)。

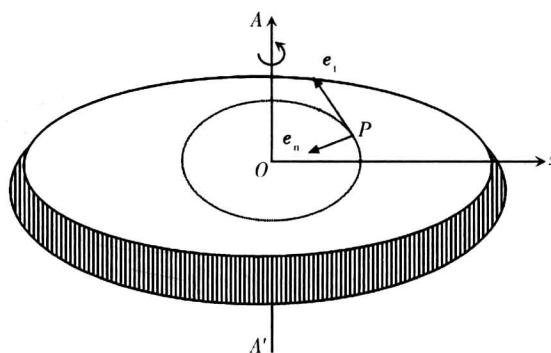


图 1-2 刚体定轴转动的线量描述

图 1-2,以 P 点为例,由于 P 点绕着中心轴在做圆周运动。在 P 点建立自然坐标系,其中一根坐标轴沿着 P 点的切线方向,该方向的单位矢量用 e_t 来表示;另一个坐标轴沿该点轨迹的法线并指向转轴,相应的单位矢量用 e_n 来表示,随着 P 点的运动,自然坐标轴的方位也在

不断变化着。P点的速度沿着轨迹的切线方向,可以将它写为

$$\mathbf{v} = v \mathbf{e}_t \quad (\text{公式 1-3})$$

加速度可以用上式对时间 t 求导得出

$$\mathbf{a} = \frac{d(v\mathbf{e}_t)}{dt} = \frac{dv}{dt}\mathbf{e}_t + v \frac{d\mathbf{e}_t}{dt} = \frac{dv}{dt}\mathbf{e}_t + \frac{v^2}{R}\mathbf{e}_n = a_t\mathbf{e}_t + a_n\mathbf{e}_n \quad (\text{公式 1-4})$$

其中 $a_t = \frac{dv}{dt}$; $a_n = \frac{v^2}{R}$

(四) 角量与线量的关系

图 1-1, 设 P 点与中心轴之间的距离用 R 表示, 在时间 Δt 内, 刚体转过的角位移为 $\Delta\theta$, 那么在这段时间内的线位移就是 $\widehat{PP'}$ 弧, 当 Δt 很小时, 弧长等于弦长即

$$\widehat{PP'} = |PP'| = R\Delta\theta \quad (\text{公式 1-5})$$

用上式两端同除以 Δt , 取极限得

$$v = R\omega \quad (\text{公式 1-6})$$

设 P 点在 Δt 时间内, 速率的增量是 Δv , 角速度的增量为 $\Delta\omega$ 则按照上式 $\Delta v = R\Delta\omega$, 两端同除以 Δt , 并取极限得切向加速度

$$a_t = R\alpha \quad (\text{公式 1-7})$$

将 $v = R\omega$ 代入 a_n 公式中, 可得法向加速度

$$a_n = R\omega^2 \quad (\text{公式 1-8})$$

二、定轴转动的动力学规律

(一) 刚体的转动动能

一个刚体可以看成由很多个质元组成, 假设这些质元的质量分别是 $\Delta m_1, \Delta m_2, \Delta m_3, \dots$, 它们做圆周运动的速度分别为 v_1, v_2, v_3, \dots , 刚体转动时, 刚体的转动动能等于组成刚体的各个质元的动能的总和。即

$$\begin{aligned} E_k &= \frac{1}{2}\Delta m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}\Delta m_2 v_2^2 + \dots + \frac{1}{2}\Delta m_n v_n^2 \\ &= \frac{1}{2}\Delta m_1 r_1^2 \omega^2 + \frac{1}{2}\Delta m_2 r_2^2 \omega^2 + \dots + \frac{1}{2}\Delta m_n r_n^2 \omega^2 \quad (\text{公式 1-9}) \\ &= \frac{1}{2} \left(\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 \right) \omega^2 \end{aligned}$$

r_i 为质元到转轴的垂直距离。

(二) 刚体的转动惯量

公式 1-9 中的 $\sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2$ 是一个只与刚体本身性质有关的量, 与刚体转动与否没有关系,

把它定义为刚体对给定转轴的转动惯量, 用 J 表示, 它的单位是 $\text{kg} \cdot \text{m}^2$ 。即

$$J = \sum_{i=1}^n \Delta m_i r_i^2 \quad (\text{公式 1-10})$$

公式 1-9 可以改写为

$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2 \quad (\text{公式 1-11})$$

这就是用转动惯量表示的转动动能。将转动动能公式与平动动能公式相比较可见：转动惯量 J 与平动中的质量 m 的地位相当，角速度 ω 与线速度 v 相当。

公式 1-10 给出了质量离散的刚体的转动惯量，对于质量连续分布的刚体，其转动惯量将由积分法求得

$$J = \int r^2 dm = \int r^2 \rho dV \quad (\text{公式 1-12})$$

式中 dV 是与 dm 相应的体积元的体积， ρ 是体积元的质量密度， r 是体积元到转轴的距离。

例 1-1 图 1-3 中，求质量为 m ，长为 L 的均匀细棒对下列转轴的转动惯量：①转轴通过棒的中心并与棒垂直；②转轴通过棒的一端并与棒垂直；③转轴在棒外，与棒一端的距离为 $L/3$ ，并与棒垂直。

解：设棒的质量线密度为 λ （图 1-3），在与转轴 OO' 距离为 x 处取一长度元 dx ，其质量为 $dm = \lambda dx$ ，根据转动惯量的积分公式分别求出三种情况的转动惯量。

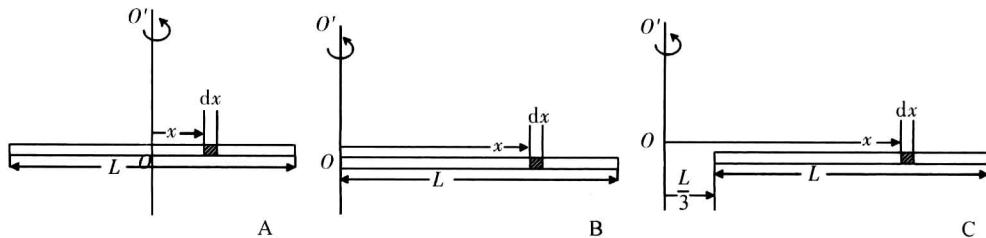


图 1-3 例 1-1 的说明

A. 转轴通过棒中心；B. 转轴通过棒的一端；C. 转轴在棒外

①当转轴通过棒的中心并与棒垂直时

$$J = \int x^2 dm = \int_{-L/2}^{L/2} x^2 \lambda dx = \frac{1}{3} x^3 \lambda \Big|_{-L/2}^{L/2} = \frac{1}{12} L^3 \lambda$$

将 $\lambda = m/L$ 代入上式得

$$J = \frac{1}{12} L^3 \frac{m}{\lambda} = \frac{1}{12} mL^2$$

②当转轴通过棒的一端并与棒垂直时

$$J = \int x^2 dm = \int_0^L x^2 \lambda dx = \frac{1}{3} \lambda L^3 = \frac{1}{3} mL^3 = \frac{1}{12} mL^2 + m \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

③当转轴在棒外，与棒中心垂直距离为 $L/3$ 且与棒垂直时

$$J = \int x^2 dm = \int_{L/3}^{4L/3} x^2 \lambda dx = \frac{1}{3} \lambda \left(\frac{64}{27} L^3 - \frac{1}{27} L^3 \right) = \frac{7}{9} mL^2$$

要点提示
转动惯量的大小决定于刚体质量的几何分布及转轴的位置。

由以上结果可以看出：对同一均匀细棒而言，转动惯量的大小与转轴有关，转轴位置不同，转动惯量也不相同。而且细棒对任意转轴的转动惯量 J 等于通过质心的平行轴的转动惯量 J_c 加上二轴垂直距离 d 的平方与刚体质量 m 的乘积，即



$$J = J_c + md^2 \quad (\text{公式 1-13})$$

这一结论称为刚体的平行轴定理。可以证明,它适用于任意形状的刚体。表 1-1 给出了常见刚体的转动惯量。

表 1-1 一些物体的转动惯量公式

物体和转轴	转动惯量
圆柱形细棒(质量 m ,长 l ,转轴通过棒中心与长轴垂直)	$J = \frac{1}{12}ml^2$
薄圆盘(质量 m ,半径 R ,转轴通过中心与盘面垂直)	$J = \frac{1}{2}mR^2$
细圆环(质量 m ,半径 R ,转轴通过圆心与环面垂直)	$J = mR^2$
球体(质量 m ,半径 R ,转轴通过球心)	$J = \frac{2}{5}mR^2$

三、力矩和定轴转动定律

(一) 力矩

刚体转动与否不仅与力有关,还与力的作用点和作用线有关,所以在此要引进力矩的概念。图 1-4 中,设转轴垂直于转动平面,外力 F 的作用线位于转动平面内,作用点为 P 点,矢径为 r ,从转轴到力的作用线的垂直距离为 l ,称为力对该轴的力臂。力 F 对转轴的力矩定义为:力 F 的大小与 O 点到 F 的作用线的垂直距离 l 的乘积。即

$$M_z = Fl = Fr \sin \varphi \quad (\text{公式 1-14})$$

力矩的单位 $\text{N} \cdot \text{m}$ 。力矩是一矢量,其方向用右手螺旋法则确定:伸出右手,大拇指与四指垂直,四指从矢径 r 开始沿着小角度(小于 180°)转向力 F ,大拇指所指的方向即为力矩 M 的方向。写成矢量形式为

$$\mathbf{M} = \mathbf{r} \times \mathbf{F} \quad (\text{公式 1-15})$$

如果 F 不在转动平面内,那么就必须把力分解为一个与转轴平行的力,一个在转动平面内的力,只有在转动平面内的分力才能使刚体转动。

(二) 定轴转动定律

图 1-5 中,一绕固定轴 OO' 转动的刚体, P 点表示刚体上的任一质点,其质量为 Δm_i , P 点离转轴的距离为 $OP = r_i$ 。设刚体定轴转动的角速度和角加速度分别为 ω 和 α ,此时质点 P 所受的外力为 \mathbf{F}_i ,内力为 \mathbf{f}_i ,内力表示刚体中其他质元对 P 质元的作用力的合力。为了简化讨论,设外力和内力都位于通过 P 点并垂直于转轴的转动平面

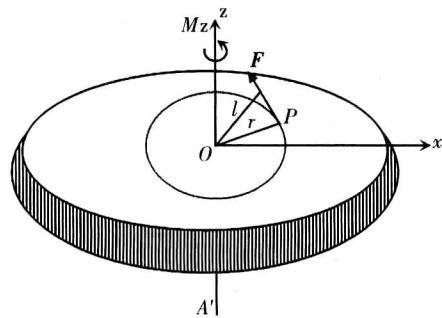


图 1-4 转动平面内的力矩

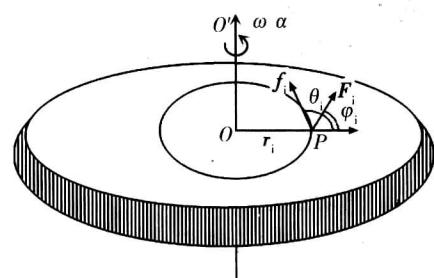


图 1-5 定轴转动定律推导