

幾何原本

四



幾何原本

(四)

利瑪竇口譯
徐光啓筆受

中華民國二十八年十二月初版

口譯者 利瑪竇

筆受者 徐光啓

發行人 王雲五
長沙南正路

印刷所 商務印書館

發行所 商務印書館
各埠

王雲五主編

叢書集成初編

幾何原冊

(本書校對者潘同曾)

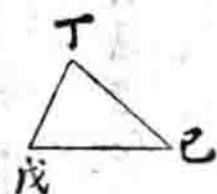
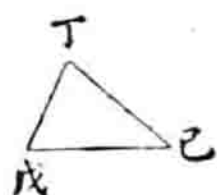
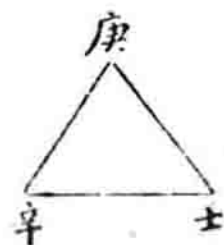
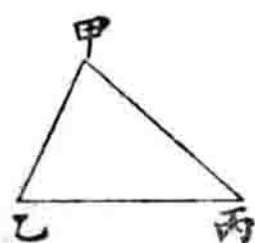
幾何原本第六卷之首

界說六則

第一界

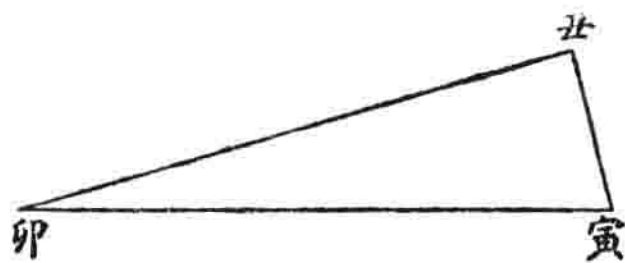
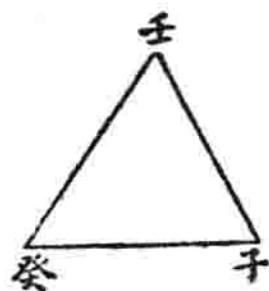
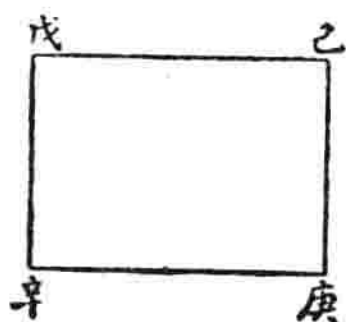
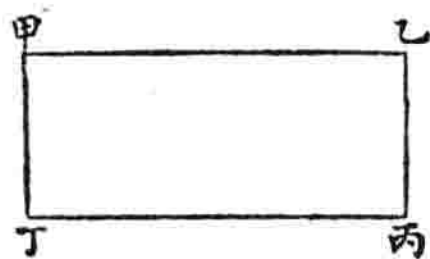
凡形相當之各角等。而各等角旁兩線之比例俱等。爲相似之形。

甲乙丙、丁戊己、兩三角形之甲角、與丁角等。乙與戊、丙與己、各等。其甲角旁之甲乙、與甲丙、兩線之比例。若丁角旁之丁戊與丁己兩線。而甲乙與乙丙。若丁戊與戊己。甲丙與丙乙。若丁己與己戊。則此兩角形、爲相似之形。依顯凡平邊形、皆相似之形。如庚辛壬、癸子丑、俱平邊角形。其各角俱等。而各邊之比例亦等者、是也。四邊、五邊、以上諸形、俱倣此。



第二界

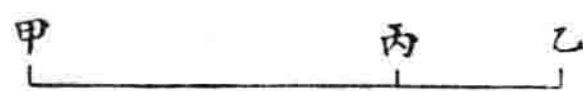
兩形之各兩邊線互爲前後率。相與爲比例而等。爲互相視之形。
甲乙丙丁、戊己庚辛兩方形。其甲乙、乙丙、邊與戊己、己庚、邊相與爲比例等。而彼此互爲前後。如甲乙與戊己。若己庚與乙丙也。則此兩形爲互相視之形。依顯壬癸子、丑寅卯兩角形之壬子與丑寅。若丑卯與壬癸。或壬癸與丑寅。若丑卯與壬子。亦互相視之形也。



第三界

理分中末線者。一線兩分之。其全與大分之比例。若大分與小分之比例。

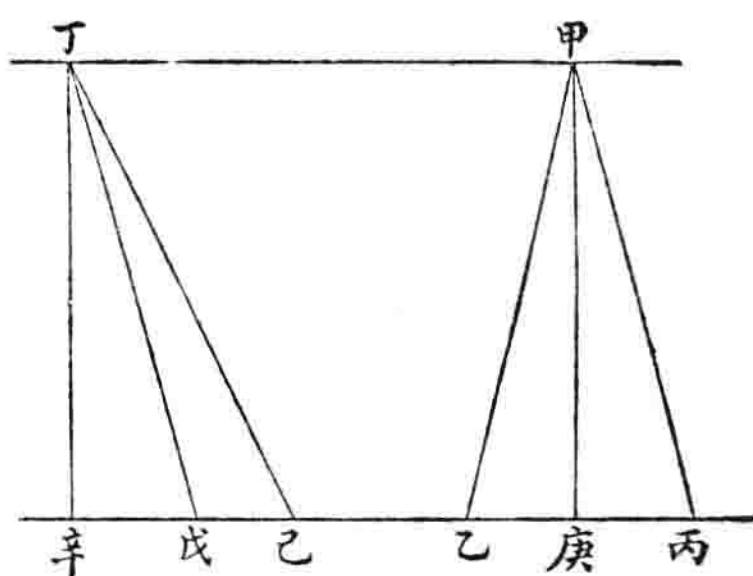
甲乙線兩分之于丙。而甲乙與大分甲丙之比例。若大分甲丙與小分丙乙。此爲理分中末線。其分法。見本卷三十題。而與二卷十一題理同名異。此線爲用甚廣。至量體尤所必須。十三卷諸題多賴之。古人目爲神分線也。



第四界

度各形之高。皆以垂線之亘爲度。

甲乙丙角形。從甲頂向乙丙底。作甲庚垂線。卽甲庚爲甲乙丙之高。又丁戊己角形。作丁辛垂線。卽丁辛爲丁戊己之高。若兩形相視。兩垂線等。卽兩形之高必等。如上兩形在兩平行線之內者是也。若以丙己爲頂。以甲乙丁戊爲底。則不等。自餘諸形之度高。俱倣此。

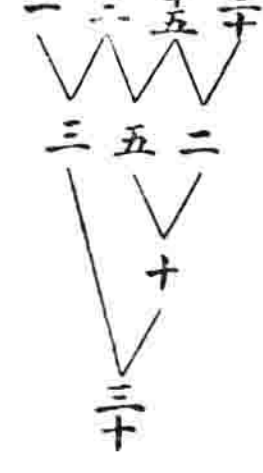
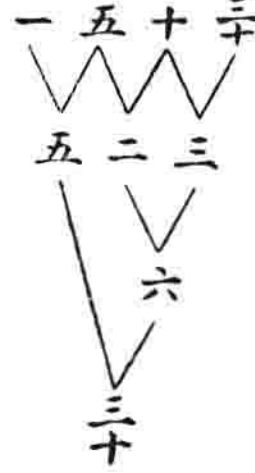
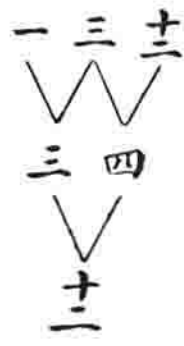
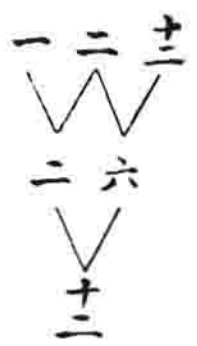
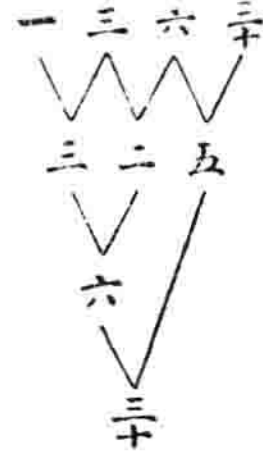
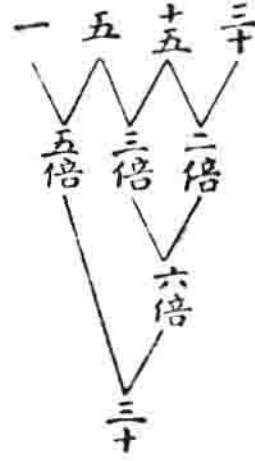


也。凡度物高。以頂底爲界。以垂線爲度。蓋物之定度。止有一。不得有二。自頂至底。垂線一而已。偏線無數。

第五界

比例以比例相結者。以多比例之命數。相乘。除。而結爲一比例之命數。

此各比例。不同理。而相聚爲一比例者。則用相結之法。合各比例之命數。求首尾一比例之命數也。曷爲比例之命數。謂大幾何。所倍於小幾何若干。或小幾何。在大幾何內若干也。如大幾何。四倍於小。或

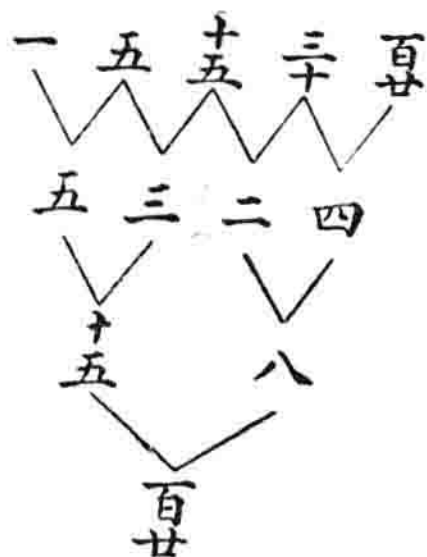
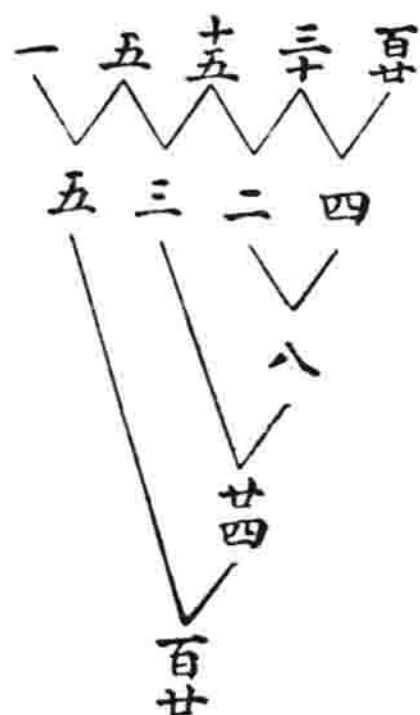
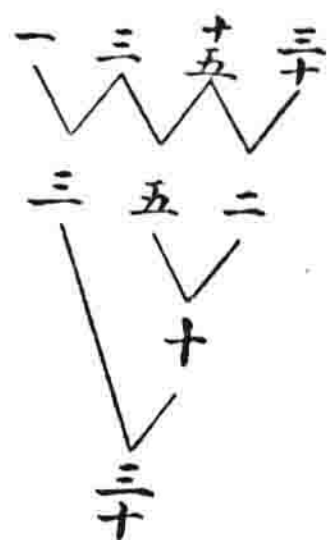
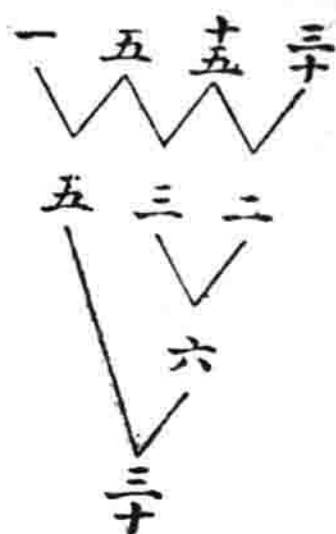


之膠。如兩襟合。此爲之紐矣。第五卷第十界。言數幾何爲同理之比例。則第一與第三。爲再加之比例。再加者。以前中二率之命數。再加爲前後二率之命數。亦以中率爲紐也。但彼所言者。多比例同理。故止以第一比例之命數累加之。此題所言。則不同理之多比例。不得以第一比例之命數累加之。故用此乘除相結之理。于不同理之中。求其同理。別爲累加之法。其紐結之義。頗相類焉。下文仍發明借象

小幾何。爲大四分之一。即各以四爲命比例之數也。說三卷界今言以彼多比例之命數。相乘除。而結爲此一比例之命數者。如十二倍之此比例。則以彼二倍、六倍、兩比例相結也。二六相乘爲十二。故也。或以彼三倍、四倍、兩比例相結也。三四相乘亦十二。故也。又如三十倍之此比例。則以彼二倍、三倍、五倍、三比例相結也。二乘三爲六、六乘五爲三十。故也。其曰相結者。相結之理。蓋在中率。凡中率爲前比例之後。後比例之前。故以二比例合爲一比例。則中率爲轅合之因。如兩并合。此爲

之術、以需後用也。

五卷言多比例同理者。第一、與第三爲再加、與第四爲三加、與第五爲四加、以至無窮。今此相結之理、



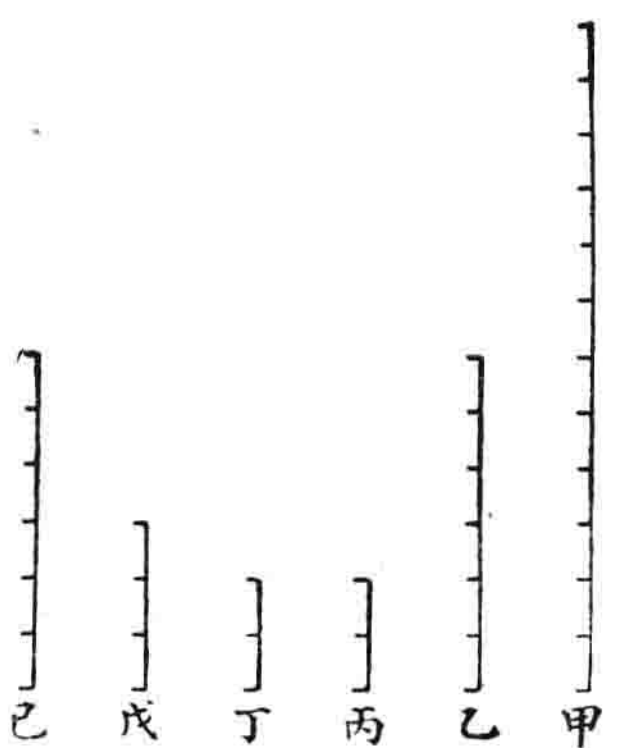
亦以三率爲始、三率、則兩比例相乘除、而中率爲紐也。若四率、則先以前三率之兩比例、相乘除、而結爲一比例、復以此初結之比例、與第三比例乘除、相結爲一比例也。若五率、則先以前三率之兩比例、相乘除、相結、復以此再結之比例、與第三比例、乘除相結、又以三結之比例、與第四比例、乘除相結、爲一比例也。或以第一第二第三率之

兩比例、乘除相結、以第三第四第五之兩比例、乘除相結、又以此二所結比例、乘除相結、而爲一比例也。自六以上、倣此以至無窮。設三幾何、爲二比例、不同理、而合爲一比例、則以第一與二、第二與三、兩比例相結也。如上圖、三幾何、

一、甲乙爲第三、三比二、爲等帶半也。



設四幾何、爲三比例、不同理、而合爲一比例、則以第一與二、第二與三、第三與四、三比例相結也。如上圖、甲、乙、丙、丁、四幾何、三比例、先依上論、以甲與乙、乙與丙、二比例相結、爲甲與丙之比例、次以甲與丙、丙與丁、相結、即得甲與丁之比例也。如是遞結、可至無窮也。



或用此圖、申明本題之旨曰、甲與乙之命數爲丁、乙與丙之命數爲戊、即甲與丙之命數爲己、何者、三命數、以一丁、二戊、相乘得三己、即三比例、以一甲與乙、二乙與丙、相乘得三甲與丙、

後增、若多幾何、各帶分、而多寡不等者、當用通分法、如設前比例、爲反五倍帶三之二、後比例、爲二倍大帶八之一、即以前命數三、通其五倍、爲十五、得分數從之、爲十七、是前比例爲三與十七也、以後命數八、從之、爲十七、是後比例爲十七與八也、即首尾二幾何之比例、爲三與八、得

二倍大帶三之二也。

曷謂借象之術。如上所說、三幾何、二比例者。皆以中率爲前比例之後。後比例之前。乘除相結。略如連比例之同用一中率也。而不同理。別有二比例異中率者。是不同理之斷比例也。無法可以相結。當于其所設幾何之外。別立三幾何、二比例。而同中率者。乘除相結。作爲儀式。以彼異中率之四幾何、二比例。依倣求之。卽得。故謂之借象術也。假如所設幾何。十六爲首。十二爲尾。却云十六與十二之比例。若

十六 八 廿四 十六 六 廿四 十六 六 廿四 八與三、及二與四之比例。八爲前比例之前。四爲後比例

三 九 九 三六 二 八 之後。三與二、爲前之後。後之前。此所謂異中率也。欲以此

二 九 四 三六 四 八 二比例。乘除相結。無法可通矣。用是別立三幾何、二比例。

十二 四 十八 十二 二 十八 十二 九 十八 如其八與三、二與四、之比例。而務令同中率。如三其八。得

十六 四 廿四 十六 四 廿四 十六 四 廿四 二十四。爲前比例之前。三其三。得九。爲前比例之後。卽以

九 五四 二 十二 六 三六 九爲後比例之前。又求九與何數爲比例。若二與四。得十

六 五四 六 十二 二 三六 八爲後比例之後。其二十四與九。若八與三也。九與十八。

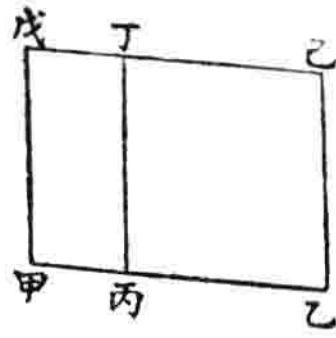
十二 二 十八 十二 九 十八 十二 一 十八 若二與四也。則十六與十二。若二十四與十八。俱爲等帶

半之比例矣。是用借象之術。變異中率爲同中率。乘除相結。而合二比例爲一比例也。其三比例以上。亦如上方所說。展轉借象。遞結之。詳見本卷二十三題。算家所用借象金法、雙金法。俱本此。

第六界

平行方形不滿一線。爲形小于線。若形有餘。線不足。爲形大于線。

甲乙線。其上作甲戊丁丙平行方形。不滿甲乙線。而丙乙上無形。卽作己乙線。與丁丙平行。次引戊丁



線。遇己乙於己。是爲甲戊己乙滿甲乙線平行方形。則甲丁爲依甲乙線之有闕平行方形。而丙己平行方形爲甲丁之闕形。又甲丙線上。作甲戊己乙平行方形。其甲乙邊。大于元設甲丙線之較。爲丙乙。而甲己形。大于甲丙線上之甲丁形。則甲己爲依甲丙線之帶餘平行方形。而丙己平行方形。爲甲己之餘形。

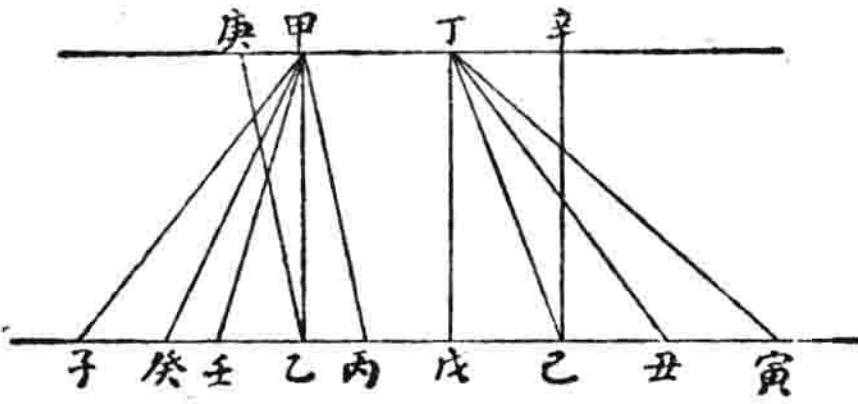
幾何原本第六卷

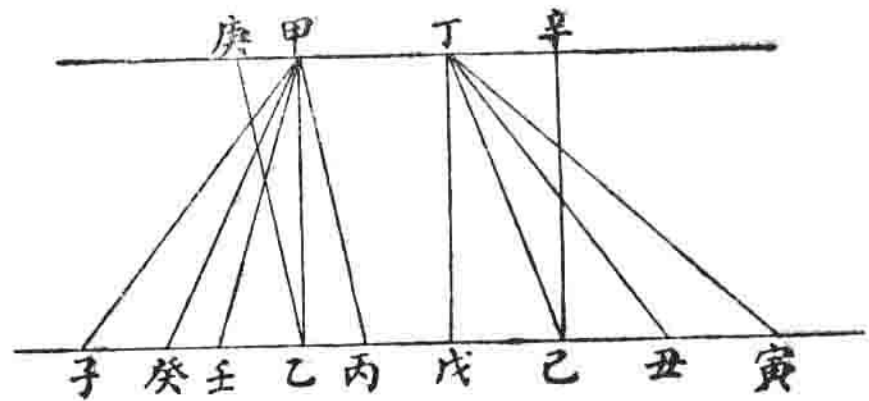
本篇論線面之比例 計三十三題

第一題

等高之三角形、方形、自相與爲比例、與其底之比例等。

解曰、甲乙丙、丁戊己、兩角形等高、其底乙丙、戊己、丙庚、戊辛、兩方形等高、其底乙丙、戊己、題言甲乙丙與丁戊己之比例、丙庚與戊辛之比例、皆若乙丙與戊己。





論曰。試置四形于庚辛、子寅兩平行線內。凡形自頂至底作垂線。即本形內。見本卷於乙子線內作數底線。各與乙丙等。為乙壬、壬癸、癸子、于

己寅線內作數底線。各與戊己等。為己丑、丑寅。次從甲、從丁、作甲壬、甲癸、甲子、丁丑、丁寅諸線。其甲乙丙、甲乙壬、甲壬癸、甲癸子、四三角

形既等底。而在平行線內。即等。三卷依顯丁戊己、丁己丑、丁丑寅、三

三角形亦等。則子丙底線大于乙丙。若干倍。而甲子丙角形大于甲

乙丙。亦若干倍。依顯戊寅之倍戊己。亦若丁戊寅之倍丁戊己。底線分數

與形之分數。故。即用三試法。若子丙底大于戊寅底。則甲子丙形亦大于

丁戊寅形也。若等。亦等。若小。亦小也。三卷則一乙丙所倍之子丙。三

甲乙丙所倍之甲子丙。與二戊己所倍之戊寅。四丁戊己所倍之丁

戊寅。等。大小皆同類也。而一乙丙底與二戊己底之比例。若三甲乙丙與四丁戊己矣。五卷又丙庚、戊

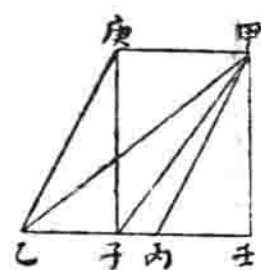
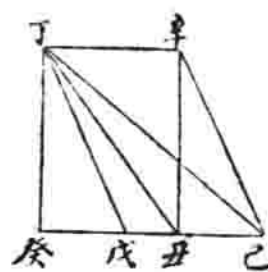
辛兩方形。各倍大于甲乙丙。丁戊己兩角形。三卷而甲乙丙與丁戊己之比例。既若乙丙與戊己。即丙

庚與戊辛兩方形之比例。亦若乙丙與戊己兩底矣。五卷或從壬、癸、子及丑、寅各作直線。與庚乙、辛己

平行。即依上論推顯。
增題。凡兩角形。兩方形。各等底。其自相與為比例。若兩形之高之比例。

兩角形之比例。既以倍大故。若甲庚乙丙。與丁戊己辛。兩方形之比例。五卷壬與丁癸兩底也。十一卷

若作庚子、辛丑兩線。亦依前論推顯。



解曰。甲乙丙。與丁戊己。兩角形。甲庚乙丙。與丁戊己辛。兩方形。其底乙丙。與戊己。等。題言甲乙丙。與丁戊己。兩角形之比例。甲庚乙丙。與丁戊己辛。兩方形之比例。皆若甲壬。與丁癸。高兩

論曰。試作子壬底線。與乙丙等。作丑癸底線。與戊己等。次作甲子、丁丑兩線。

其甲壬子。與甲乙丙。兩角形等底。又等高。即等。依顯丁癸丑。與丁戊己。兩角

形亦等。三卷即甲乙丙。與丁戊己之比例。若甲壬子。與丁癸丑也。五卷今以

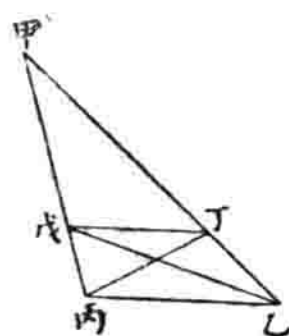
甲壬、丁癸。為底。即甲壬子。與丁癸丑。兩角形之比例。若甲壬與丁癸兩底也。

本篇而甲乙丙。與丁戊己之比例。亦若甲壬與丁癸矣。又甲乙丙。與丁戊己。

兩角形之比例。既以倍大故。若甲庚乙丙。與丁戊己辛。兩方形之比例。五卷即兩方形之比例。亦若甲

壬與丁癸兩底也。十一卷

第二題 二支



三角形。任依一邊作平行線。即此線分兩餘邊。以為比例。必等。三角形內。

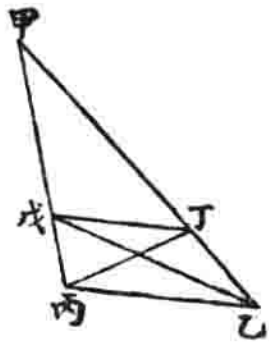
有一線分兩邊。以為比例。而等。即此線與餘邊為平行。

先解曰。甲乙丙角形內。如作丁戊線。與乙丙平行。題言丁戊分甲乙、甲

丙、于丁、于戊。以為比例。必等者。甲丁與丁乙。若甲戊與戊丙也。

論曰。試作丁丙、戊乙兩線。其丁戊乙、丁戊丙兩角形。同以丁戊爲底。同在兩平行線內。即等。三卷而甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例。若甲戊丁與丁戊丙矣。五卷夫甲戊丁與丁戊乙兩角形。亦在平行線內。若于戊點上作一線。與甲乙平行。即兩形在其內。則甲戊丁與丁戊乙兩角形之比例。若甲丁與丁乙兩底也。本篇依顯甲戊與戊丙兩底之比例。亦若甲戊丁與丁戊丙兩角形也。兩形亦在兩平行線內。故是甲丁與丁乙兩線之比例。甲戊與戊丙兩線之比例。皆若甲戊丁與丁戊乙也。或與丁戊丙也。丁戊乙與丁戊丙等。則甲丁與丁乙。亦若甲戊與戊丙也。五卷

後解曰。甲乙丙角形內。有丁戊線。分甲乙、甲丙。于丁、于戊。以爲比例。而等。題言丁戊與乙丙爲平行線。論曰。試作丁丙、戊乙兩線。其甲丁與丁乙兩底之比例。若甲戊丁與丁戊乙兩角形也。在兩平行線內。故。見本篇一。



而甲丁與丁乙之比例。若甲戊與戊丙。即甲戊丁與丁戊乙之比例。亦若甲戊與戊丙也。五卷又甲戊與戊丙兩底之比例。既若甲戊丁與丁戊乙。故。見本篇一。則甲戊丁與丁戊乙之比例。亦若甲戊丁與丁戊丙也。五卷而丁戊乙與丁戊丙兩角形等矣。五卷兩角形。同以丁戊爲

底。而等。則在兩平行線內。卅九卷

第三題 二支

三角形。任以直線。分一角爲兩平分。而分對角邊爲兩分。則兩分之比例。若餘兩邊之比例。三角形分角