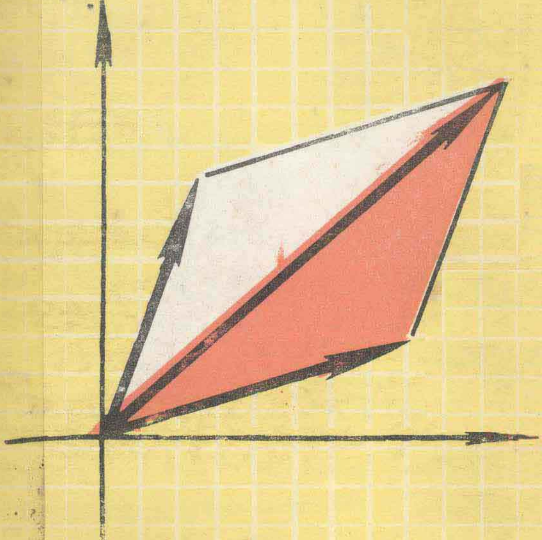


中等师范学校
数学课本

# 代数与初等函数

第二册
(供三年制学校用)

人民教育出版社

# 目　录

# 第六章　线性方程组

一次方程又叫做**线性方程**，一次方程组又叫做**线性方程组**.

我们在初中阶段已经学过用加减消元法和代入消元法解线性方程组．在本章，我们再引进一种新的工具——行列式，学习用行列式解线性方程组的方法.

## 一　二元线性方程组

### 6.1　二阶行列式

二元线性方程组的一般形式是

$$\text{(I)}\begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, & (1)\\ a_2x+b_2y=c_2. & (2)\end{cases}$$

其中 $x,y$ 是未知数，$a_1,a_2,b_1,b_2$ 是未知数的系数，$c_1$，$c_2$ 是常数项.

如果当 $x=x_1,y=y_1$ 时，方程组(I)中的每个方程左右两边的值相等，也就是说 $x=x_1,y=y_1$ 适合方程组(I)，那么 $x_1$，$y_1$ 叫做**方程组(I)的一个解**，记为

$$\begin{cases} x=x_1,\\ y=y_1.\end{cases}$$

例如

$$\begin{cases}x=0,\\y=-2\end{cases}$$

是方程组

$$\begin{cases}2x-y=2,\\x+3y=-6\end{cases}$$

的一个解

我们用加减消元法解方程组(Ⅰ):

(1)$\times b_2-$(2)$\times b_1$,得

$$(a_1b_2-a_2b_1)x=c_1b_2-c_2b_1; \tag{3}$$

(2)$\times a_1-$(1)$\times a_2$,得

$$(a_1b_2-a_2b_1)y=a_1c_2-a_2c_1. \tag{4}$$

方程组(Ⅰ)的解一定适合方程(3)和方程(4).

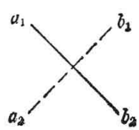
当 $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$ 时,可以得出方程组(Ⅰ)有唯一解,即

$$\begin{cases}x=\dfrac{c_1b_2-c_2b_1}{a_1b_2-a_2b_1},\\[2ex]y=\dfrac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}.\end{cases} \tag{5}$$

可以验证(5)式确是方程组(Ⅰ)的解.

为了便于记忆这一结果，我们先来对公式(5)进行分析.

在公式(5)中,两个分母都是 $a_1b_2-a_2b_1$,并且只含有未知数的系数. 把未知数的系数按照它们在方程组中原来的位置排列成正方形,即



可以看出 $a_1b_2-a_2b_1$ 是这样两项的和：一项是正方形中实线表示的对角线上两数的积，再添上正号；一项是虚线表示的对角线上两数的积，再添上负号．我们在这四个数的两旁各加一条竖线，引进符号

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, \tag{6}$$

并且规定它就表示

$$a_1b_2-a_2b_1. \tag{7}$$

这时，(6)叫做**二阶行列式**，(7)叫做**二阶行列式的展开式**，$a_1$，$a_2$，$b_1$，$b_2$ 叫做行列式(6)的**元素**．这四个元素排成二行二列(横排叫行，竖排叫列)．例如 $a_2$ 是位于第二行第一列上的元素，$b_1$ 是位于第一行第二列上的元素．利用对角线把二阶行列式(6)展开成(7)式，这种方法叫做二阶行列式展开的**对角线法则**．

**例 1** 计算：

(1) $\begin{vmatrix} 10 & -9 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}$；  (2) $\begin{vmatrix} m+1 & m+2 \\ m & m+1 \end{vmatrix}$；

(3) $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & -\sin x \end{vmatrix}$.

**解：**

(1) $\begin{vmatrix} 10 & -9 \\ -3 & 7 \end{vmatrix}=10\times7-(-3)\times(-9)=43$;

(2) $\begin{vmatrix} m+1 & m+2 \\ m & m+1 \end{vmatrix}=(m+1)^2-m(m+2)=1$;

(3) $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ \cos x & -\sin x \end{vmatrix}=-\sin^2x-\cos^2x=-1$.



此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

**例 2** 求证：

(1) $\begin{vmatrix} a_1 & kb_1 \\ a_2 & kb_2 \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} a_1+b_1 & c_1 \\ a_2+b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

证明：

(1) $\because \quad \begin{vmatrix} a_1 & kb_1 \\ a_2 & kb_2 \end{vmatrix} = a_1kb_2 - a_2kb_1 = k(a_1b_2 - a_2b_1)$,

$$k\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = k(a_1b_2 - a_2b_1),$$

$\therefore \quad \begin{vmatrix} a_1 & kb_1 \\ a_2 & kb_2 \end{vmatrix} = k\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$.

(2) $\because \quad \begin{vmatrix} a_1+b_1 & c_1 \\ a_2+b_2 & c_2 \end{vmatrix} = (a_1+b_1)c_2 - (a_2+b_2)c_1$

$$= (a_1c_2 - a_2c_1) + (b_1c_2 - b_2c_1),$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix} = (a_1c_2 - a_2c_1) + (b_1c_2 - b_2c_1),$$

$\therefore \quad \begin{vmatrix} a_1+b_1 & c_1 \\ a_2+b_2 & c_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$.

## 练　习

1. 写出二阶行列式，使它的第一列各元素都是 1，第二列各元素分别是同行元素的相反数。

2. 计算：

(1) $\begin{vmatrix} -3 & 3 \\ -2 & 14 \end{vmatrix}$;　　(2) $\begin{vmatrix} \frac{2}{3} & \frac{1}{4} \\ -\frac{3}{2} & \frac{3}{4} \end{vmatrix}$;

(3) $\begin{vmatrix} 6a-b & 2b \\ 3a & b \end{vmatrix}$;　　(4) $\begin{vmatrix} a+b & a^2+ab+b^2 \\ a-b & a^2-ab+b^2 \end{vmatrix}$;

(5) $\begin{vmatrix} \sin\alpha & \cos\alpha \\ \sin 2\alpha & \cos 2\alpha \end{vmatrix}$;　　(6) $\begin{vmatrix} \log_a x & \log_a y \\ m & n \end{vmatrix}$.

3. 求证：

(1) $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = -\begin{vmatrix} b_1 & a_1 \\ b_2 & a_2 \end{vmatrix}$;

(2) $\begin{vmatrix} ka & kb \\ a & b \end{vmatrix} = 0$;

(3) $\begin{vmatrix} a_1+kb_1 & b_1 \\ a_2+kb_2 & b_2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$.

## 6.2　二元线性方程组的解的行列式表示法

利用二阶行列式，我们可以把第 6.1 节公式(5)中的两个分子写成行列式的形式，即

$$c_1b_2-c_2b_1=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix},\quad a_1c_2-a_2c_1=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.$$

这样，当 $a_1b_2-a_2b_1\neq 0$ 即 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\neq 0$ 时，二元线性方程组

$$(\mathrm{I})\quad \begin{cases} a_1x+b_1y=c_1, & (1) \\ a_2x+b_2y=c_2 & (2) \end{cases}$$

的解可以写成

$$
\begin{cases}
x=\dfrac{\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \\[2ex]
y=\dfrac{\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}}.
\end{cases}
\tag{3}
$$

为了简便起见，通常用 $D$, $D_x$, $D_y$ 分别表示(3)式中作为分母与分子的行列式：

$$
D=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad D_x=\begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}, \quad D_y=\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}.
$$

行列式 $D$ 是由方程组(Ⅰ)中未知数 $x, y$ 的系数组成的，叫做这个方程组的**系数行列式**. $D$ 中第一列的元素 $a_1, a_2$(即 $x$ 的系数)分别换成方程组(Ⅰ)的常数项 $c_1, c_2$, 就得到行列式 $D_x$; $D$ 中第二列的元素 $b_1, b_2$(即 $y$ 的系数)分别换成常数项 $c_1$, $c_2$, 就得到行列式 $D_y$.

综上所述，我们得到以下结论：

**二元线性方程组(Ⅰ) 当它的系数行列式 $D$ 不等于零时，有唯一解**

$$
\begin{cases}
x=\dfrac{D_x}{D}, \\[2ex]
y=\dfrac{D_y}{D}.
\end{cases}
\tag{4}
$$

**其中 $D_x, D_y$ 是把系数行列式 $D$ 中第一、二列分别换成方程**

组(I)的常数项列而得出的两个二阶行列式.

**例 1** 用行列式解方程组

$$\begin{cases}2x+3y-8=0,\\ x-2y+3=0.\end{cases}$$

**解:** 先把方程组化为

$$\begin{cases}2x+3y=8,\\ x-2y=-3.\end{cases}$$

$$D=\begin{vmatrix}2 & 3\\ 1 & -2\end{vmatrix}=2\times(-2)-1\times3=-7\neq0,$$

$$D_x=\begin{vmatrix}8 & 3\\ -3 & -2\end{vmatrix}=8\times(-2)-(-3)\times3=-7,$$

$$D_y=\begin{vmatrix}2 & 8\\ 1 & -3\end{vmatrix}=2\times(-3)-1\times8=-14.$$

$$\frac{D_x}{D}=\frac{-7}{-7}=1,\qquad \frac{D_y}{D}=\frac{-14}{-7}=2.$$

所以方程组的解是

$$\begin{cases}x=1,\\ y=2.\end{cases}$$

**例 2** 当 $m$ 为何值时，关于 $x,y$ 的方程组

$$\begin{cases}mx+y=m+1,\\ x+my=2m\end{cases}$$

有唯一解？并在此条件下求出它的解.

**解:**

$$D=\begin{vmatrix}m & 1\\ 1 & m\end{vmatrix}=m^2-1=(m+1)(m-1),$$

$$D_x=\begin{vmatrix} m+1 & 1 \\ 2m & m \end{vmatrix}=m(m+1)-2m=m^2-m$$

$$=m(m-1),$$

$$D_y=\begin{vmatrix} m & m+1 \\ 1 & 2m \end{vmatrix}=2m^2-(m+1)=2m^2-m-1$$

$$=(2m+1)(m-1).$$

当$(m+1)(m-1)\neq 0$，即 $m\neq -1$，且 $m\neq 1$ 时，方程组有唯一解.

$$\frac{D_x}{D}=\frac{m(m-1)}{(m+1)(m-1)}=\frac{m}{m+1},$$

$$\frac{D_y}{D}=\frac{(2m+1)(m-1)}{(m+1)(m-1)}=\frac{2m+1}{m+1}.$$

所以方程组的解是

$$\begin{cases} x=\dfrac{m}{m+1}, \\ y=\dfrac{2m+1}{m+1}. \end{cases}$$

当二元线性方程组(Ⅰ)的系数行列式 $D=0$ 时，方程组或者无解，或者有无穷多解.（证明从略.）

例如，在例 2 中当 $m=-1$ 时，方程组化为

$$\begin{cases} -x+y=0, \\ x-y=-2. \end{cases}$$

显然这个方程组无解.

又如，在例 2 中当 $m=1$ 时，方程组化为

$$\begin{cases} x+y=2, \\ x+y=2. \end{cases}$$

显然这个方程组有无穷多解.

实际上，我们可以说：

**$D\neq 0$ 是二元线性方程组(I)有唯一解的充要条件.**

### 练　习

1. 用行列式解下列关于 $x,y$ 的方程组：

(1) $\begin{cases}7x-8y=10,\\6x-7y=11;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}11x-2y+5=0,\\3x+7y+24=0;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}ax-by=a^2+b^2,\\x-y=2a.\end{cases}$　　$(a\neq b)$

2. 不解方程组，判定下列各个关于 $x,y$ 的方程组是否有唯一解.

(1) $\begin{cases}6x+9y=7,\\4x+6y=-1;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}5x-15y=5,\\3x-9y=3;\end{cases}$

(3) $\begin{cases}x\cos A-y\sin A=\cos A,\\x\sin A+y\cos A=\sin A.\end{cases}$

## 习　题　一

1. 下列方程组中哪些是线性方程组?

(1) $\begin{cases}x+y=-3,\\xy=2;\end{cases}$　　(2) $\begin{cases}x+2y=5,\\y-2z=6;\end{cases}$

(3) $x+2y=12y-x=5$;

(4) $\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}=\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{y+3}=\dfrac{5}{6}$.



此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

2. 求下列行列式的值：

(1) $\begin{vmatrix} \frac{7}{12} & \frac{5}{18} \\ -\frac{3}{5} & \frac{9}{14} \end{vmatrix}$； (2) $\begin{vmatrix} 1-\sqrt{2} & 2-\sqrt{3} \\ 2+\sqrt{3} & 1+\sqrt{2} \end{vmatrix}$.

3. 写出下列行列式的展开式，并化简：

(1) $\begin{vmatrix} \sin\alpha-\sin\beta & \cos\alpha+\cos\beta \\ \cos\alpha-\cos\beta & \sin\alpha+\sin\beta \end{vmatrix}$；

(2) $\begin{vmatrix} x-1 & x^3 \\ 1 & x^2+x+1 \end{vmatrix}$； (3) $\begin{vmatrix} \log_a b & 1 \\ 2 & \log_b a \end{vmatrix}$.

4. 用行列式解方程组：

(1) $\begin{cases} 13x-7y-10=0, \\ 19x+15y-2=0; \end{cases}$ (2) $\begin{cases} \dfrac{7}{s}+\dfrac{9}{t}=3, \\ \dfrac{17}{s}+\dfrac{7}{t}=5. \end{cases}$

5. 用行列式解关于 $x,y$ 的方程组：

(1) $\begin{cases} ax-3y=1, \\ ax-2y=2; \end{cases}(a\neq 0)$ (2) $\begin{cases} mx+y-2m=0, \\ x-my-2=0; \end{cases}$

(3) $\begin{cases} x\cos A+y\sin A=\sin A, \\ x\sin A+y\cos A=-\cos A. \end{cases}\left(A\neq\dfrac{2k+1}{4}\pi, k\in Z\right)$

6. 当 $m$ 取何值时，下列关于 $x,y$ 的方程组有唯一解：

(1) $\begin{cases} (m^2+2)x+(m+4)y=m, \\ m^2x+(m+2)y=m-1; \end{cases}$

(2) $\begin{cases} x-(m^2-5)y=-1, \\ (m+1)x-(m+1)^2y=1. \end{cases}$

列方程组用行列式解下列应用题(第 7—8 题)：

7. 有一块菜地和一块麦地，菜地的一半和麦地的三分之一

放在一起是13亩。麦地的一半和菜地的三分之一放在一起是12亩，那么菜地和麦地各是几亩？

8. 有一个矩形，当它的长增加$\frac{3}{4}$厘米宽减少$1\frac{1}{3}$厘米时面积不变；当它的长减少$\frac{1}{4}$厘米宽增加$\frac{2}{3}$厘米时面积也不变。求这个矩形的面积。

## 二　三元线性方程组

### 6.3　三阶行列式

把九个数排成三行三列，在它的两旁各加一条竖线，如

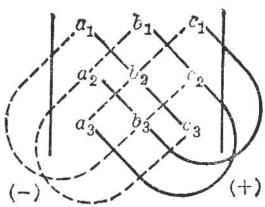
$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \tag{1}$$

并且规定它表示

$$a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2-a_3b_2c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2. \tag{2}$$

这时，(1) 叫做**三阶行列式**，(2) 叫做**三阶行列式的展开式**。$a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3$ 叫做行列式(1)的**元素**．这九个元素排成三行三列(横排叫行，竖排叫列)。

三阶行列式的展开式(2)可按下图得出：



图中实线上三个元素的积，添上正号；虚线上三个元素的积，添上负号. 容易看出，三阶行列式的展开式就是这六项的和. 这种展开三阶行列式的方法叫做**对角线法则**.

**例 1** 用对角线法则计算

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}.$$

**解:**

$$\begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix}$$

$$\begin{aligned} &= 3\times 1\times(-2)+(-2)\times 0\times 1+2\times(-2)\times 3 \\ &\quad -2\times 1\times 1-(-2)\times(-2)\times(-2)-3\times 0\times 3 \\ &= -6+0-12-2+8-0=-12. \end{aligned}$$

**例 2** 求证

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix}=0.$$

**证明:**

$$\begin{aligned} \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ a & b & c \\ d & e & f \end{vmatrix} &= 0\cdot bf+ae\cdot 0+dc\cdot 0 \\ &\quad -db\cdot 0-af\cdot 0-ce\cdot 0 \\ &= 0. \end{aligned}$$

## 练 习

1. 用对角线法则计算:

(1) $\begin{vmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 0 & -4 \\ -3 & 1 & 6 \end{vmatrix}$;　　(2) $\begin{vmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -1 & 7 \\ -1 & 5 & 2 \end{vmatrix}$.

2. 用对角线法则展开下列行列式,并化简:

(1) $\begin{vmatrix} 0 & a & b \\ a & 0 & c \\ b & c & 0 \end{vmatrix}$;　　(2) $\begin{vmatrix} a & b & c \\ 2a & 2b & 2c \\ m & n & l \end{vmatrix}$;

(3) $\begin{vmatrix} 1 & -a & -b \\ a & 1 & -c \\ b & c & 1 \end{vmatrix}$.

## 6.4 三阶行列式的性质

为了更好地掌握和运用行列式这一工具，简化行列式的计算过程,我们来介绍三阶行列式的主要性质.

**定理 1 把行列式的各行变为相应的列** (就是第 $i$ 行变为第 $i$ 列, $i=1,2,3$),**所得行列式与原行列式相等.** 即

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

**证明:** 按对角线法则分别把上式两边的行列式展开.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2$$
$$-a_3b_2c_1 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2,$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix} = a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2$$

$$- a_3b_2c_1 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2.$$

$$\therefore \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}.$$

由定理 1 可知，对于行列式的行成立的命题对于列也一定成立；反过来也对.

**定理 2　把行列式的两行(或两列)对调，所得行列式与原行列式绝对值相等，符号相反.**

**证明：** 我们先证明把行列式的第二行与第三行对调时，结论成立，即

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

用对角线法则展开上式两边的行列式：

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = a_1b_2c_3 + a_2b_3c_1 + a_3b_1c_2$$

$$- a_3b_2c_1 - a_2b_1c_3 - a_1b_3c_2,$$

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1b_3c_2 + a_3b_2c_1 + a_2b_1c_3$$

$$- a_2b_3c_1 - a_3b_1c_2 - a_1b_2c_3$$

$$=-(a_1b_2c_3+a_2b_3c_1+a_3b_1c_2$$

$$-a_3b_2c_1-a_2b_1c_3-a_1b_3c_2).]$$

$$\therefore \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_3 & b_3 & c_3 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

其他情况可类似地证明.

**推论　如果行列式某两行(或两列)的对应元素相同，那么行列式等于零.**

**证明：** 假设行列式$D$有两行(或两列)的对应元素相同，把这两行(或两列)对调，得出的仍是原行列式$D$. 但根据定理 2，对调后的行列式应等于$-D$. 所以有

$$D=-D.$$

由此得出

$$D=0.$$

**定理 3　把行列式的某一行(或一列)的所有元素同乘以某个数 $k$，等于用数 $k$ 乘原行列式.**

**证明：** 我们先证明把行列式第二行的元素乘以$k$时，结论成立，即

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = k \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}.$$

用对角线法则展开上式左边的行列式，得

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ ka_2 & kb_2 & kc_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = ka_1b_2c_3+ka_2b_3c_1+ka_3b_1c_2$$

$$-ka_3b_2c_1-ka_2b_1c_3-ka_1b_3c_2$$



此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com