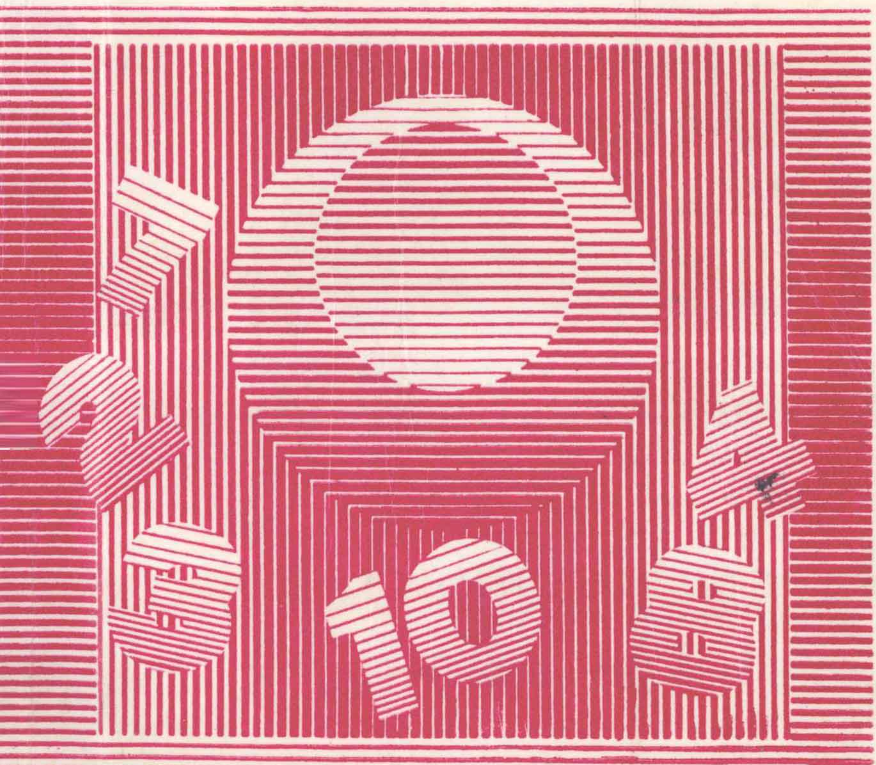
高考命题、题型分析和训练

GAOKAOMINGTITIXINGFENXIHEXUNLIAN

数学

开明出版社



数　学

高考命题、题型分析与训练

祝厚元　主编

开　明　出　版　社

(京)新登字 104号

数　　学

高考命题、题型分析与训练

祝厚元　杨兆一　殷憲中等编

*

开明出版社出版
(北京海淀区车道沟 8号)
北京外文印刷厂印刷
新华书店北京发行所发行
开本:787×1092　1/32　印张: 14　字数:296千字
1993年 4月北京第 1版　1993年 4月北京第 1次印刷
印数:00,001—10,000
ISBN 7—80077—390—6/G·280　定价:6.80元

出版说明

考试也是一门学问。在众多门类的考试中，普通高校招生考试(简称为“高考”)是最为引人瞩目的。随着教育改革的深入发展，我国的“高考”从命题思想、命题方式和试题类型，都有着明显的变化，而且越来越趋向客观化、标准化、科学化。教学第一线的老师们要研究它，从中获得新的题型和信息，以指导教学和辅导工作；应届高中毕业的同学们也需要了解它，从中进一步明确学习的目标和方向。为了帮助广大教师和同学尽快掌握近年来高考命题方式和题型特点，推动高考辅导工作的深入开展，促进教学质量的提高，我们聘请了部分大学和北京重点中学曾参加高考命题或阅卷以及对高考命题有研究的骨干教师，共同编写了这套《高考命题、题型分析与训练》丛书。

《高考命题、题型分析与训练》丛书有语文、数学、物理、化学和英语等五个分册。在编写中，为了全面、翔实地体现出近10年来高考命题思想、命题方式和题型特点，我们广泛收集了近 10年来全国高考试题和广东省、上海市以及 1991年云南、湖南、海南等省的高考试题，并根据各学科的知识体系，分若干单元对试题进行了分类、精选、汇编。在此基础上，我们又聘请名师，对各单元高考试题进行了深入的分析、研究，并就高考命题方法、题型变化和发展趋势以及知识考核的重点等多方面问题进行了评述。此外，为了强化对高考命题思想和题型特点的理解，适应新的题型，提高应试能力，我们在各单元编选了部分模拟练习题，全书最后单元为高考综合模拟试题，以便使用。

本书是该丛书的数学分册。为了压缩版面，本书以 Q、H、Y、N 等符号分别代表全国、上海、广东和南方三省的高考试题，并将年份写在符号前。如“91—Q”、“90—H”、“89—Y”，分别表示 1991 年全国试题、1990 年上海试题、1989 年广东试题，选自成人高考试题或文科试题，分别注以“成”或“文”等。

参加本书编写的有杨兆一、殷惠中、刘连续、李方烈、普诚兴、朱传渝、周沛耕、陈颖、祝厚元等老师，其中由祝厚元同志负责主审和统编。由于我们水平有限，对于不妥之处，热诚欢迎批评指正。

编　者

1991 年　9月

目　　录

第一单元　函　数

一、高考试题选编

1.(88—京一师)　若函数 $y=f(x)$ 的定义域是 $[-2,4]$，则函数 $g(x)=f(x)+f(-x)$ 的定义域是　　　(　)

(A) $[-4,4]$　　(B) $[-2,2]$

(C) $[-4,-2]$　　(D) $[2,4]$

2.(91－Q—成)　函数 $y=\sqrt{4-|x-3|}$ 的定义域是　　　(　)

$[-1,7]$

$y=\log_3 x$　$x\geq 1$

3.(91—H)　函数 $y=3^x(x\geqslant 0)$ 的反函数是　　　(　)

4.(78－Q)　求函数 $y=\sqrt{\lg(2+x)}$ 的定义域是

$x\in[-1,+\infty)$.　　　(　)

5.(82－Q)

	函　数	使函数有意义的 x 的实数范围
(1)	$y=\sqrt{-x^2}$	$x=0$
(2)	$y=\sqrt{(-x)^2}$	$x\in R$
(3)	$y=\arcsin(\sin x)$	$x\in R$
(4)	$y=\sin(\arcsin x)$	$[-1,1]$
(5)	$y=10^{\lg x}$	$x>0$
(6)	$y=\lg 10^x$	$x\in R$

6.(86－Q)　设函数 $y=\lg(x^2-x-2)$ 的定义域为

A,函数 $y=\sqrt{\dfrac{x+2}{1-x}}$ 的定义域为 B,那么 $A \cap B$ 是　　(　)

7.(85－H)　已知函数 $f(x)=\lg(x^2-3x+2)$ 的定义域为 F,函数 $g(x)=\lg(x-1)+\lg(x-2)$ 的定义域为 G,那么　　(　)

(A) $F \cap G=\varnothing$　　(B) $F=G$

(C) $F \subset G$　　(D) $G \subset F$

8.(1)(86－Y)　设有函数①$y=\cos\dfrac{x+3\pi}{2}$ 与②$y=\sin\dfrac{x+5\pi}{2}$,则

(A) ① 与 ② 都是奇函数

(B) ① 与 ② 都是偶函数

(C) ① 是奇函数而 ② 是偶函数

(D) ① 是偶函数而 ② 是奇函数

(E) ① 与 ② 中至少有一个既不是奇函数也不是偶函数

(2)(88－京－高师)　函数 $f(x)=x\cos x(x \in R)$　　(　)

(A) 是奇函数但不是偶函数

(B) 是偶函数但非奇函数

(C) 既是奇函数又是偶函数

(D) 既非奇函数又非偶函数

(3)(88－京－高师)　$f(x)=(\cos x)\operatorname{arctg} x$　　(　)

(A) 是奇函数但不是偶函数

(B) 是偶函数但非奇函数

(C) 既是奇函数又是偶函数

(D) 既不是奇函数又不是偶函数

(4)(85 − H) 函数 $y=\lg(x+\sqrt{x^2+1})(x\in R)$ ( )

(A) 是奇函数但非偶函数

(B) 是偶函数但非奇函数

(C) 既不是奇函数又不是偶函数

(D) 既是奇函数又是偶函数

9.(87—Y) 函数 $y=\sqrt{2x-x^2}$ 的定义域是 ( )

(A) $(-\infty,0)$ (B) $(0,2]$

(C) $[0,2]$ (D) $[-2,0]$

10.(84—Q) 函数 $\log_{0.5}(x^2+4x+4)$ 在什么区间上是增函数? ( )

11.(84—Q − 文) 已知函数 $\log_{0.5}(2x-3)>0$,求 x 的取值范围. ( )

12.设函数 $f(x)$ 的定义域是 $[0,1]$,求函数 $f(x^2)$ 的定义域. ( )

13.在下面给出的函数中,哪一个函数既是区间 $(0,\frac{\pi}{2})$ 上的增函数,又是以 π 为周期的偶函数?

(A) $y=x^2(x\in R)$ (B) $y=|\sin x|(x\in R)$

(C) $y=\cos x(x\in R)$ (D) $y=e^{\sin 2x}(x\in R)$

14.(85—Q) 求函数 $y=\frac{\sqrt{4-x^2}}{x-1}$ 的定义域.

15.集合 $\{1,2,3\}$ 的子集共有 ( )

(A) 7个 (B) 8个 (C) 6个 (D) 5个

16.(91—H) 若全集 $I=R$,$A=\{x|\sqrt{x+1}\leqslant 0\}$,$B=\{x|\lg(x^2-2)=\lg x\}$,则 $A\cap\overline{B}$ 是

(A) $\{2\}$ (B) $\{-1\}$ (C) $\{x|x\leqslant -1\}$ (D) $\varnothing$

17.(91—Q) 设全集为 R,$f(x)=\sin x$,$g(x)=\cos x$,

$M=\{x|f(x)\neq 0\}$,$N=\{x|g(x)\neq 0\}$，那么集合 $\{x|f(x)g(x)=0\}$ 等于 ( )

(A) $\overline{M}\cap\overline{N}$ (B) $\overline{M}\cup N$

(C) $M\cup\overline{N}$ (D) $\overline{M}\cup\overline{N}$

18.(91—N) 设全集 I 为自然数集 N,$E=\{2n|n\in N\}$,$F=\{4n|n\in N\}$,那么集合 N 可以表示成

(A) $E\cap F$ (B) $\overline{E}\cup F$ (C) $E\cup\overline{F}$ (D) $\overline{E}\cap\overline{F}$.

19.(89—Y) 设 A 是直角坐标平面上所有的点所组成的集合,如果由 A 到 A 的一一对应映射 f,使像集合的元素 $(y-1,x+2)$ 和原像集合的元素 (x,y) 对应,像点 $(3,-4)$ 的原像是点 ( )

(A) $(-5,5)$ (B) $(4,-6)$

(C) $(2,-2)$ (D) $(-6,4)$

20.(85—Q) 设 a,b 是两个实数,$A=\{(x,y)|x=n,y=na+b,n\in Z\}$,$B=\{(x,y)|x=m,y=3m^2+15,m\in Z\}$,$C=\{(x,y)|x^2+y^2\leqslant 144\}$ 是平面 xOy 内的点集合.讨论是否存在 a 和 b 使得 (1)$A\cap B\neq\varnothing$($\varnothing$ 表示空集)(2)$(a,b)\in C$ 同时成立.

21.(86—Q) 已知集合 A 和集合 B 各含有 12 个元素,$A\cap B$ 含有 4 个元素,试求同时满足下面两个条件的集合 C 的个数:(1)$C\subset A\cup B$,且 C 中含有 3 个元素,(2)$C\cap A\neq\varnothing$($\varnothing$ 表示空集).

22.(90—Y) 函数 $y=(x+4)^2$ 在某区间上是减函数,这区间可以是 ( )

(A) $(-\infty,-4]$ (B) $[-4,+\infty)$

(C) $[4,+\infty)$ (D) $(-\infty,4]$

23.(91—Q) 如果奇函数 $f(x)$ 在区间$[3,7]$上是增函

数，且最小值为5，那么 $f(x)$ 在区间 $[-7,-3]$ 上是　（　）

(A) 增函数且最小值为 -5　(B) 增函数且最大值为 -5

(C) 减函数且最小值为 -5　(D) 减函数且最大值为 -5

24.(89—Y)　如果函数 $f(x)=x^2+2(a-1)x+2$ 在区间 $(-\infty,4]$ 上是减函数，那么实数 a 的取值范围是　（　）

(A) $a\geqslant-3$　(B) $a\leqslant-3$　(C) $a\leqslant5$　(D) $a\geqslant3$

25.(82—Q)　设 $0<x<1,a>0,a\neq1$，比较 $|\log_a(1-x)|$ 与 $|\log_a(1+x)|$ 的大小(要写出比较过程).

26.(91—Q)　根据函数单调性的定义，证明函数 $f(x)=-x^3+1$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是减函数.

27.(91—N)　已知函数 $f(x)=\dfrac{2^x-1}{2^x+1}$.

(1) 证明：$f(x)$ 在 $(-\infty,+\infty)$ 上是增函数；

(2) 证明：对于任意不小于3的自然数 n，都有 $f(n)>\dfrac{n}{n+1}$.

28.(90—Q)　如果实数 x,y 满足等式 $(x-2)^2+y^2=3$ 那么 $\dfrac{y}{x}$ 的最大值是　（　）

(A) $\dfrac{1}{2}$　(B) $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$　(C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$　(D) $\sqrt{3}$

29.(89—Y)　如果 $0<a<1,0<x\leqslant y<1$，且 $\log_a x\cdot\log_a y=1$，那么，xy

(A) 无最大值也无最小值　(B) 无最大值而有最小值

(C) 有最大值而无最小值　(D) 有最大值也有最小值

30.(88—Y)　如果实数 x,y 满足 $x^2+y^2=1$，那么 $(1-xy)(1+xy)$ 有

(A) 最小值 $\dfrac{1}{2}$ 和最大值1　(B) 最大值1和最小值 $\dfrac{3}{4}$

(C) 最小值$\frac{3}{4}$而无最大值 (D) 最大值 1 而无最小值

31.(91—H) 如图 1—1,在$\triangle ABC$中,$BC=a$,$AC=b$,$AB=c$,$\angle ACB=\theta$,现将$\triangle ABC$分别以BC、AC、AB所在的直线为轴旋转一圈,设所得三个旋转体的体积依次为V_1,V_2,V_3.

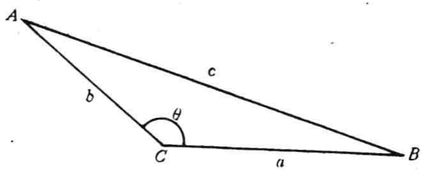


图 1—1

(1) 求$T=\frac{V_3}{V_1+V_2}$(用a,b,c,θ表示);

(2) 若θ为定值,并令$\frac{a+b}{c}=x$,将T表为x的函数,写出这函数的定义域,并求这函数的最大值u;

(3) 当θ在$[\frac{\pi}{3},\pi)$内变化时,求u的最大值.

32.(88—Y) 设$f(x)$是R上的奇函数,且当$x\in[0,+\infty)$时,$f(x)=x(1+\sqrt[3]{x})$,那么当$x\in(-\infty,0)$时,$f(x)$ ( )

(A) $-x(1+\sqrt[3]{x})$ (B) $x(1+\sqrt[3]{x})$

(C) $-x(1-\sqrt[3]{x})$ (D) $x(1-\sqrt[3]{x})$

33.(89—Y) 函数$f(x)=x^{\frac{3}{5}}$,那么$f(x)$ ( )

(A) 是奇函数而不是偶函数

(B) 是偶函数且非奇函数

(C) 既是奇函数又是偶函数

(D) 既不是奇函数又不是偶函数

34.（89—Q） 设 $f(x)$ 是定义在区间 $(-\infty, +\infty)$ 上以 2 为周期的函数，对 $k \in Z$，用 I_k 表示区间 $(2k-1, 2k+1]$，已知当 $x \in I_0$ 时 $f(x) = x^2$.

(1) 求 $f(x)$ 在 I_k 上的解析表达式；

(2) 对自然数 k，求集合 $M_k = \{a \mid$ 使方程 $f(x) = ax$ 在 I_k 上有两个不相等的实根$\}$.

35.（89—Q）与函数 $y = x$ 有相同图像的一个函数是 （ ）

(A) $y = \sqrt{x^2}$ (B) $y = \dfrac{x^2}{x}$

(C) $y = a^{\log_a x}(a > 0$，且 $a \neq 1)$

(D) $y = \log_a a^x(a > 0$，且 $a \neq 1)$

36.（88—H） 下列函数图像中正确的是

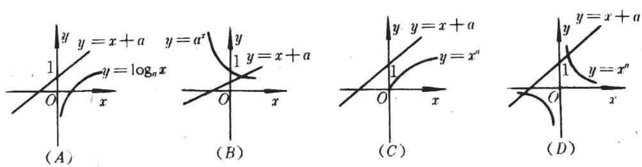


图 1—2

37.（91—H） 设函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = 1$ 对称，若当 $x \leqslant 1$ 时，$y = x^2 + 1$，则当 $x > 1$ 时，$y =$ ______.

38.（91—H） 下列各函数图像（图 1—3）中，表示函数 $y = x^{-\frac{1}{3}}$ 的是

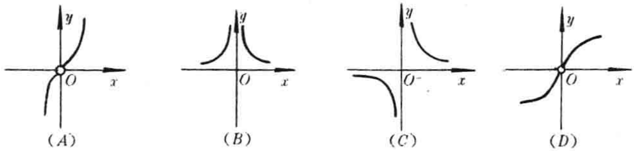


图 1—3

39.(88—Q) 给定实数 $a,a\neq 0$,且 $a\neq 1$,设函数 $y=\frac{x-1}{ax-1}(x\in R$,且 $x\neq\frac{1}{a})$,证明(1) 经过这个函数图像上任意两个不同的点的直线不平行于 x 轴;(2) 这个函数的图像关于直线 $y=x$ 成轴对称图形.

40.(84—Q) 设 $c,d,x\in R,c\neq 0,x$ 为未知数。讨论方程 $\log_{(cx+\frac{d}{x})}x=-1$ 在什么情况下有解.有解时求出它的解.

41.(89—Q) 已知 $a>0,a\neq 1$,试求使方程 $\log_a(x-ak)=\log_{a^2}(x^2-a^2)$ 有解的 k 的取值范围.

二、高考命题和题型分析

纵观历届高考试题,不难发现有关函数的试题在每份试卷中都占较大的比例,函数思想的考查渗透到三角、立体几何、解析几何等 各个学科,以 1989～1991 年来高考的几份试卷(全国、上海、广东、南方三省) 综合统计,数学试卷的加权平均总分为 133.3 分,其中有关函数的加权平均为 28 分,所占百分比为 21%,估计今后还可能维持这种比例。所以如此,是与函数在数学中的重要地位分不开的.下面是几张统计表:

全国高考题代数函数所占总分的百分比

年度	1978	1979	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
总分	100	100	100	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120	120
代数函数分数	36	26	10	21	19	16	30	33	50	21	30	49	17	28
占总分的百分比(%)	36	26	10	17.5	15.8	13.3	25	27.5	41.6	17.5	25	40.8	14.1	23.3

上海高考题代数函数所占总分的百分比

年　度	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991
总　分	120	120	120	150	150	150	150
代数函数分数	15	9	25	40	15	32	37
占总分的百分比(%)	12.5	7.5	20.8	26	10	21.3	24.6

广东高考题代数函数所占总分的百分比

年　度	1985	1986	1987	1988	1989	1990
总　分	120	120	120	120	120	120
代数函数分数	29	24	20	21	20	30
占总分的百分比(%)	24.1	20	16.6	17.5	16.6	25

南方三省1991年高考题总分为150分，代数函数为24分，占总分的16%.

（注：这里“代数函数”指三角函数外的其它函数.）

历年来的高考试题考查了函数的各种性质.单调性考查得最多，其次为奇偶性以及求函数的极值（或最值），前几年的

全国高考还经常单独考查函数定义域(这几年只有师范院校或成人高考试题才出)这样的较单一的试题．但1989年以后考查日趋综合，小题小综合，大题大综合，已没有考查单一知识点的“容易题”(其它学科也是如此)，充分体现出1984年以来“出活题，考能力”的命题宗旨(从1984年到1990年，经过6年的反复完善，这既定宗旨写进了考试说明).

1．在中学数学的很多知识领域都涉及函数的定义域，在高等数学中更是如此，忽视定义域的学习，将会给今后掌握高等数学带来极大困难，因此在高考试题中，充分体现了这一点，如1～14题，或者是直接考查定义域，或者是隐含地考查定义域．注意到近年来全国高考的几份试卷，很少单独考查定义域，而是更多地结合其它概念综合地考查函数定义域，(如结合解方程、解不等式、绘制图像等知识)这表明试题的综合性越来越强，对考生的要求越来越高．

2．集合论是高等数学的重要分支，试题中也充分反映了它的重要地位．要求考生不仅要会用集合的形式表示一些数的范围，还要对集合运算(交、并、补)有清晰的印象．利用集合出综合题也是一种命题趋势，如在19、20及91－H(25)等题中就清楚地反映出来．

3．研究函数的单调性并借助单调性解决许多有关问题也是数学研究的重要课题，高考试题里面考查单调性的题目很多，如第21～26题．其中11题是教委严格按照“考试说明”出的试题，难度属中等题，满分10分．从试题及评分标准都可看出要求考生熟练掌握函数单调性的概念及用定义判断单调性的基本方法，尽管试题与课本习题相仿，但若思维不严谨，双基掌握不好就会出现许多不该出现的错误．例如：

(1)不明确定义法证单调性的核心是“任取、作差、比较