

6A

上冊

第 18 - 21 章

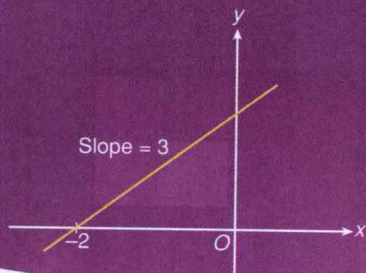
高中數學新探索

(必修部分)

顧問 張百康 孫淑南
編著 管俊傑 張美華 莊書榮 蔡銘哲

香港教育圖書公司

新高中適用



6A

上冊

第 18 - 21 章

高中數學新探索

(必修部分)

顧問 張百康 孫淑南
編著 管俊傑 張美華 莊書榮 蔡銘哲

香港教育圖書公司

新高中適用

高中數學新探索 6A 上冊

第 18 - 21 章

必修部分

本書遵照香港課程發展議會與香港考試及評核局聯合於 2007 年頒佈之《數學課程及評估指引（中四至中六）》編寫。

顧問 張百康 孫淑南
編著者 管俊傑 張美華 莊書榮 蔡銘哲
出版者 香港教育圖書公司
〔商務印書館（香港）有限公司全資附屬機構〕
香港筲箕灣耀興道 3 號東匯廣場 8 樓
電話：2565 1371
網址：<http://www.hkep.com>
印刷者 中華商務彩色印刷有限公司
新界大埔汀麗路 36 號中華商務印刷大廈 14 字樓
發行者 香港聯合書刊物流有限公司
新界大埔汀麗路 36 號中華商務印刷大廈 3 字樓
電話：2150 2100
網址：<http://www.commercialpress.com.hk>

2010 年初版
2011 年重印
© 2010 2011 香港教育圖書公司
ISBN 978-988-200-911-0

版權所有，如未經本公司書面批准，不得以任何方式，在世界任何地區，以中文或任何文字翻印、仿製或轉載本書圖版和文字之一部分或全部。

學校查詢 香港教育圖書公司市場部
電話：2887 8018
電郵：sales@hkep.com
網址：<http://www.hkep.com>

編寫說明

《高中數學新探索（必修部分）》是根據香港課程發展議會與香港考試及評核局聯合於2007年頒佈之《數學課程及評估指引（中四至中六）》編寫。全套教科書共分五冊，按六個階段供學生使用。

- 第4冊：**
- | | |
|------|--|
| 第一階段 | 實數及複數、一元二次方程、函數及其圖像 (1)、
函數及其圖像 (2)、指數及對數函數 |
| 第二階段 | 直線方程、圓的基本性質 (1)、圓的基本性質 (2)、
數學的進一步應用 (1) |
- 第5冊：**
- | | |
|------|--------------------------------------|
| 第三階段 | 續多項式、續方程 (1)、續方程 (2)、變分 |
| 第四階段 | 三角學 (1)、三角學 (2)、三角學 (3)、數學的進一步應用 (2) |
- 第6A冊：**
- | | |
|------|--------------------------------------|
| 第五階段 | 等差與等比數列、排列與組合、續概率、離差的量度、
統計的應用及誤用 |
| 第六階段 | 軌跡、不等式與線性規劃、數學的進一步應用 (3) |

第6B及6C冊：涵蓋整個初中數學科課程及高中數學科課程的必修部分的內容。提供精簡的溫習提要及解題示範，並配合不同程度的練習。

本書旨在：

- (a) 發展學生的數學知識、技能、概念及培養對學習數學的興趣；
- (b) 提升學生在生活中運用數學解決問題的能力和信心；以及
- (c) 著重學生理解及運用數學知識，以協助其日後升學及就業。

此外，透過書中多元化的內容如**數學工作坊**、**簡例示範**、**課堂練習**、**例題**及**跟進練習**等，協助學生鞏固所學及提升學習效益。

在編寫本教科書時，難免有疏漏及未盡完善之處。我們歡迎各位老師、同學及使用本教科書的人士不吝賜教，提供寶貴意見，至深銘感。

香港教育圖書公司
編輯出版部

承蒙各顧問及教師提供寶貴意見，使本系列數學教科書之內容充實及準確無誤，本社謹致以衷心謝意。

顧問

張百康先生
港島民生書院

孫淑南先生
資深數學科教師

編審

廖蔡生博士
華東師範大學數學系

審校老師

李永揚先生
順德聯誼總會鄭裕彤中學

卓永康先生
景嶺書院

林振雄先生
基督教四方福音會深培中學

陳百源先生
明愛沙田馬登基金中學

陳詠詩女士
嶺南中學

董志良先生
基督教四方福音會深培中學

潘嘉亮先生
港島民生書院

鄧俊偉先生
宣道會鄭榮之中學

本書內所引用的香港中學會考及香港高級程度會考試題，蒙香港考試及評核局准予使用，特此致謝。

本書內所引用的 GCE Ordinary Level Mathematics Examination 試題，蒙 University of Cambridge Local Examinations Syndicate 准予使用，特此致謝。（University of Cambridge Local Examinations Syndicate 對答案的準確性概不負責，有關責任由本公司承擔。）

本書照片獲以下團體允許使用，謹此致謝。
香港賽馬會

對於提供相片版權的人士，以及未能取得聯絡或無由查詢之相片版權持有者，本公司謹致以衷心謝意。若有疏漏之處，請合法之相片版權持有者與本公司聯絡。

本書特色

本章概要

扼要列出每章課題。

個案研究

提供與課題相關的現實生活個案，讓同學對相關數學概念及其應用建立初步的認識。

18 等差與等比數列

導言及個案研究	P2
18.1 數列簡介	P3
18.2 等差數列	P8
18.3 等比數列	P18
18.4 等差數列的求和法	P27
18.5 等比數列的求和法	P34
內容摘要	P48
綜合練習	P52
數學專題篇	P60
本章回顧	

引言

在本章中，我們將會討論兩種重要的數列：等差數列和等比數列。這兩種數列都出現於我們日常生活中的不同範疇。例如：戲院內座位的編排；一個城市的人口增長；以及金融投資方面等。

導言

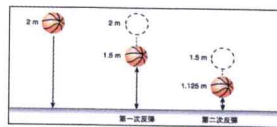
引發同學對學習數學的興趣。

個案研究



如果我們把距離 2 m 高的地方投下這籃球，它反彈的高度會是多少？

志衡和麗賢經過試驗得知這個球每一次反彈的高度相等於前一次的 75%。換言之，這個球經過第一次反彈後的高度 = $2\text{m} \times 75\% = 1.5\text{m}$ ，而經過第二次反彈後的高度 = $1.5\text{m} \times 75\% = 1.125\text{m}$ 。



這問題屬於「等比數列」的內容，我們將在第 18.3 節作詳細介紹。

想一想

1. 這個球經過多少次反彈後的高度會少於 0.5 m？
2. 求這個球在第三次反彈前共行走了多少垂直距離。

想一想

提供配合個案研究的思考題，以引起學習動機。

課程內的「非基礎部分」會以特別符號標示出來。

小回顧

讓學生重溫及鞏固在低年級，或在先前的章節所學的知識。

小回顧

1. 數據的搜集及組織

表 21.3 所示為某班中 30 位學生的體重（以 kg 為單位）。當我們搜集到所需的原始數據之後，就可以把這些數據編入不同的組別，並組織及排列成階級分布表。

體重 (kg)	例記	組界 (kg)	組中點 (kg)	頻數
45 - 49	///	44.5 - 49.5	47	3
50 - 54	////	49.5 - 54.5	52	5
55 - 59	////	54.5 - 59.5	57	8
60 - 64	////	59.5 - 64.5	62	10
65 - 69	////	64.5 - 69.5	67	4

表 21.4

簡例示範

提供清晰及簡易的範例，展示如何應用所學。

簡例示範

求圓心為 $(-2, 3)$ 及半徑為 $\sqrt{10}$ 的圓的方程。答案以一般式表示。

解：
圓的方程：
$$[x - (-2)]^2 + [y - 3]^2 = (\sqrt{10})^2$$
$$(x + 2)^2 + (y - 3)^2 = 10$$
$$x^2 + 4x + 4 + y^2 - 6y + 9 = 10$$
$$x^2 + y^2 + 4x - 6y + 3 = 0$$

課堂練習

提供基礎訓練，讓同學重溫剛學習的概念。

課堂練習

1. 把下列各圓的方程改寫成一般式的形式。

一般式

- (a) $x^2 + (y + 8)^2 = 36$
- (b) $(x - 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$
- (c) $2x^2 + 2y^2 + 8x - 10y - 10 = 0$
- (d) $3x^2 + 3y^2 + 6x - 5y + 7 = 0$

數學工作坊

透過富趣味性的活動，鼓勵同學主動探究。

數學工作坊 21.1

比較不同數據組的箱形圖

在這例數學工作坊中，我們將會根據下表中的三組數據，繪畫出對應的箱形圖。

	A 城市	B 城市	C 城市
Q_1	8	21	17
最低溫度 ($^{\circ}\text{C}$)	2	13	8
中位數	18	26	22
最高溫度 ($^{\circ}\text{C}$)	35	42	30
Q_3	24	33	26

表 21.16

1. 我們會利用計算表逐步繪畫出箱形圖。

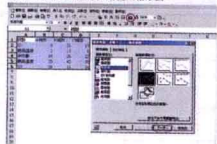


圖 21.23(a)

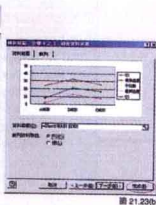


圖 21.23(b)

例題

鞏固已學的數學概念。

思路分析

提供解題的思考方法及步驟。

另一種解法

提供同一問題的多種解法，鼓勵同學作多角度思考。

例題 20.12

房間A有2名女孩及3名男孩；房間B有1名女孩及3名男孩。從房間A隨機選出一名小孩並讓該小孩進入房間B，然後從房間B中隨機選出一名小孩，求從房間B選出男孩的機率。

解：

P (從房間A選出一名女孩)

$$= \frac{2}{2+3} = \frac{2}{5}$$

P (選出一名女孩從房間A進入房間B，並從房間B選出一名男孩)

$$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{10}$$

P (從房間A選出一名男孩)

$$= \frac{3}{2+3} = \frac{3}{5}$$

P (選出一名男孩從房間A進入房間B，並從房間B選出一名男孩)

$$= \frac{3}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{20}$$

$\therefore P$ (從房間B選出一名男孩)

$= P$ (「從房間A選出一名女孩及從房間B選出一名男孩」或「從房間A選出一名男孩及從房間B選出一名男孩」)

$= P$ (從房間A選出一名女孩) $\times P$ (選出一名女孩從房間A進入房間B，並從房間B選出一名男孩) $+ P$ (從房間A選出一名男孩) $\times P$ (選出一名男孩從房間A進入房間B，並從房間B選出一名男孩)

$= \frac{2}{5} \times \frac{3}{10} + \frac{3}{5} \times \frac{9}{20} = \frac{6}{50} + \frac{27}{100} = \frac{18}{100} = \frac{9}{50}$

問題設計

A袋中有3粒紅色彈珠及2粒藍色彈珠；B袋中有2粒紅色彈珠，1粒藍色彈珠及2粒黑色彈珠。先從A袋中隨機取出一粒彈珠，把它放入B袋中，然後從B袋中隨機取出一粒彈珠。求下列各事件的機率：

(a) 取得一粒藍色彈珠

(b) 取得一粒紅色彈珠

思路分析

共有兩種可能的情況：
1. 一名女孩從房間A進入房間B，因此房間B內共有3名女孩。
2. 一名男孩從房間A進入房間B，因此房間B內共有4名男孩。

智慧提示

這兩種情況是互斥事件。

智慧提示

提供學習指引，協助同學糾正常犯錯誤。

$$\begin{aligned} 6(2)^{n-1} &= 6144 \\ 2^{n-1} &= 1024 \\ \log 2^{n-1} &= \log 1024 \\ n-1 &= \frac{\log 1024}{\log 2} \\ n-1 &= 10 \\ n &= 11 \\ \therefore \text{數列的第11項是6144。} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7(n) &= 6144 \\ 6(2)^{n-1} &= 6144 \\ 2^{n-1} &= 1024 \\ 2^{n-1} &= 2^{10} \\ n-1 &= 10 \\ n &= 11 \\ \therefore \text{數列的第11項是6144。} \end{aligned}$$

工具箱

$$\text{平均數: } \bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

工具箱

提示重要的公式、定理及法則。

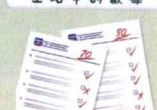
跟進練習

提供相關練習，協助同學掌握所學。

生活中的數學

介紹日常生活中相關知識的應用。

生活中的數學



我們在校裏常運用標準分作比較。老師可用標準分來評估某學生的學習能力，與同班同學相比，是高於、相等於或低於平均水平。標準分也可用來比較該學生在不同科目中的表現。

跨學科資料館

簡介相關知識在其他學科領域中的應用或資訊。

歷史資料館

$n!$ 這個記法是由法國數學家基士格 (1760–1826) 於1808年首先提出的。

傑出數學家簡介

簡介一些傑出數學家的成就及貢獻。

傑出數學家簡介



德國數學家高斯 (1777–1855) 是第一個於19世紀末研究及發明集合論的人。高斯出生於德國，即於德國居住及讀書。

練習

按程度分為初階題及進階題，方便同學進行測試及了解自己的學習進度。

內容摘要

綜合該章所學知識，並輔以例題闡明相關概念。

練習 24.4

例題

在下列 (第1–4題) 各圖中，求線性函數C在陰影區域內的極大值及極小值。

1. $C = x + 2y$

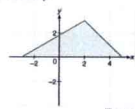


圖 24.64

2. $C = x - 2y$

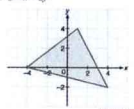


圖 24.65

3. $C = 2x + y$

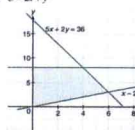


圖 24.66

4. $C = 3x - 2y$

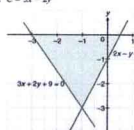


圖 24.67

求C在下列 (第5–8題) 各約束條件下的極大值及極小值。 (圖 24.68)

內容摘要

22.1 集思廣益

搜集數據的方法：

- (a) 進行訪問
- (b) 派發問卷
- (c) 進行觀察
- (d) 測試樣本
- (e) 翻閱現有的統計報告

22.1 集思廣益

統計調查的主要步驟：

- 1. 擬定整個調查的計劃
- 2. 擬定合適的搜集數據的方法
- 3. 獲取樣本
- 4. 搜集原始數據
- 5. 分析數據及解釋所得結果
- 6. 發佈調查的結果

例1

某中學的學生會進行一項有關課外活動的受歡迎程度的調查。

會方從中一至中三各級中，每級選出8人，又從中四至中六各級中，每級選出6人。

每位被選出的同學需要回答一份問卷。

- (a) 舉出一種收集數據的方法。
- (b) 學生會最宜利用哪一種抽樣法進行調查？試舉出一個原因。

解：

- (a) 學生會可以在下課後向學生進行訪問，以收集數據。
- (b) 學生會最宜利用簡單隨機抽樣法。這是因為每一級的學生可能會喜愛不同的課外活動。

綜合例題

聯繫該章內不同課節所教授的數學概念，讓同學融匯貫通，靈活運用所學知識。

內容摘要

綜合例題

例 4

- (a) P 點移動時與點 $A(-1, 2)$ 保持 5 單位的距離。
描述及繪畫 P 的軌跡。
(b) 求 P 點軌跡的方程。
(c) 證明該軌跡與點 $B(2, 6)$ 由此，求與 B 點接觸的直線的方程。答案以一般式表示。
(d) 求直線 $4x - 3y + 10 = 0$ 與該軌跡的交點的數目及坐標。

解：

- (a) P 點的軌跡為一圓，其中圓心為 $A(-1, 2)$ 及半徑為 5 單位。



圖 23.47

(b) P 點軌跡的方程：

$$\begin{aligned} [x - (-1)]^2 + (y - 2)^2 &= 5^2 \\ (x + 1)^2 + (y - 2)^2 &= 25 \\ x^2 + 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 &= 25 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 &= 0 \end{aligned}$$

(c) 把 $B(2, 6)$ 代入方程 $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 20 = 0$ 中，

$$\text{左方} = 2^2 + 6^2 + 2(2) - 4(6) - 20$$

$$= 0$$

$$= \text{右方}$$

$$\therefore (2, 6) \text{ 滿足軌跡的方程。}$$

$$\therefore (2, 6) \text{ 位於軌跡上。}$$

23.1 軌跡的概念

23.2 圓的方程

思考與分析題

以符號「」標示相關題目，訓練學生的分析與表達能力。

- (c) 慧心認為當他們都是十歲時，她獲得的利是錢會比俊杰的多。

-  (i) 慧心的想法是否正確？試解釋你的答案。
(ii) 求當他們都是十歲時兩人累積獲得利是錢的差。
(如需要時，答案須準確至最接近的整數。)

綜合練習

提供精心設計的模擬試題。「所屬章節」更標明了各題所屬章節，而較難的題目則附以「*」為記號。此外，當中更包括 1990 – 1996 年度的會考、高級補充程度及高級程度會考試題。

綜合練習

1. 鳳凰正在超級市場內購買一瓶果汁。下表所示為每款果汁的不同牌子的數量。

果汁	牌子的數量
橙汁	8
檸檬汁	2
蘋果汁	5

共 10.4



鳳凰有多少種挑選果汁的方法？

2. 一對男女正準備在九月或十月的其中一天舉行婚禮。若他們不會挑選重陽節當天的假期，問他們可挑選的日子有多少個？
3. 某飯店的晚餐包括一飯菜、一款沙律及一杯飲品。若顧客可從 3 道菜、4 款沙律及 3 款飲品中挑選，則可以有多少種不同配搭的晚餐？

延展題

提供具挑戰性或跨學科的題目，進一步訓練分析及解難技巧。

(i) 求 1997 至 2046 之間兩年的數目；

(ii) 求 1997 至 2046 之間的兩年年數差值生出的數的總數。
(香港中學會考 1994)

挑戰題

45. (a) 求下列各項之和。

(i) $1 + 3 + 5 + \dots + 19$

(ii) $x + x^2 + x^3 + \dots + x^{19}$

(b) 當 $x = 0$ 及 $x = 1$ 時，解以下方程。

$$(x-1) + (x^2-3) + (x^3-5) + \dots + (x^{19}-19) = \frac{1023x}{x^2-1} - 100$$

解題策略

將 (b) 利用 (a) 的等差化等比求和，最後再求解。

解題策略

提供分析問題的重點及解題步驟。

數學增潤篇

每章末均以趣味性及生活化的數學知識及應用作為總結，引發同學對學習數學的興趣。

增潤篇

認識運籌學的概念

運籌學是由美國數學專家霍華德·丹茲格在四十年代先創立的。當時，丹茲格在美國空軍工作，他利用線性規劃概念，協助空軍規劃出以最少資力的方式運送及分配軍事物資，以取得最佳的效果。

現今今日，這種最優化的概念已經建立為一門稱為運籌學的學問，它可幫助我們在資源有限的情況下，作出最佳分配的策略。運籌學被廣泛用於不同的範疇上，如商業、工業、軍事和運輸等。而我們在本章中所學有關線性規劃的技巧，就是運籌學中其中一個重要的方法。

現在，讓我們以線性規劃，來解一個有關公共屋邨保安工作的簡單運籌學問題。

個案研究

房屋管理部門研究怎樣調用最少保安人員，以確保大廈的治安不受影響。經過一輪調查研究後，發現保安人員在每四小時輪班時段中的需求可假設為常數，如下表所示：

班期	I	II	III
時間	00:00 – 04:00	04:00 – 08:00	08:00 – 12:00
保安人員人數	3	9	10

每位保安員的工作時間為八小時，且分為三班工作時間：

工作時間	職員人數
1. 00:00 – 08:00	9
2. 08:00 – 16:00	10
3. 16:00 – 00:00	12

因此，所需職員的總人數 = $9 + 10 + 12 = 31$

管理處發現如果每班的開始時間改變（如改為每四小時一班），則保安員的人數就可以減少。

網上遊蹤

建議相關及有用的網頁。

開放式問題

有助擴闊思考空間，以及鍛鍊表達技巧。

開放式問題

46. 寫出兩個首十項是正數並符合以下所有條件的數列的項。

- 所有項都是整數。
- 首項為 1 及第十項為 100。

47. 假設一個數列的第三項及第四項分別為 12 及 20，寫出三個符合以上條件的數列的項。

多項選擇題

1. 已知一個數列的第三項為 10，以下哪項可能是該數列的項？

- $T(n) = 4n - 2$
 - $T(n) = 10$
 - $T(n) = n^2 + 1$
- A. 只有 I 及 II
B. 只有 I 及 III
C. 只有 II 及 III
D. I、II 及 III

4. 以下的等差數列共有多少項？
12, 19, 26, ..., 677

5. 若 $\log_2 a, \log_2 8, \log_2 b$ 組成一個等差數列，則 $ab =$
A. 8

多項選擇題

提供模擬公開考試的題目。

總複習

提供精心設計的模擬試題及 1997 – 2007 年度的會考、高級補充程度及高級程度會考題目，幫助同學應付考試。

總複習五

在下列各題中，除特別指明外，數值答案須以真確值表示或準確至三位有效數字。

1. 已知某等差數列的總和為：

$$T(n) = \frac{7}{2}(n - 14)$$

(a) 求該數列的總和

(b) 求該數列中

3. 考慮等比數列：

(a) 求公比

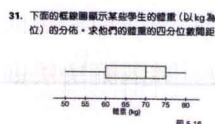


圖 5.16

- A. 5 kg
B. 10 kg
C. 15 kg
D. 30 kg

(香港中學會考 2006)

34. 五個數 $10a+1, 10a+3, 10a+5, 10a+7$ 及 $10a+9$ 的總和是
A. $8a$
B. $12a$
C. 5
D. $2\sqrt{5}$

(香港中學會考 2006)

18

等差與等比數列

本章概要

導言及個案研究

18.1 數列簡介

P.2

非基礎部分

18.2 等差數列

P.8

非基礎部分

18.3 等比數列

P.18

非基礎部分

18.4 等差數列的求和法

P.27

非基礎部分

18.5 等比數列的求和法

P.34

內容摘要

P.48

綜合練習

P.52

數學增潤篇

P.60

本章流程

18.1 → 18.2 → 18.4

18.3 → 18.5

導言

在本章中，我們將會討論兩種重要的數列：等差數列和等比數列。這兩種數列都出現於我們日常生活中的不同範疇，例如：戲院內座位的編排；一個城市的人口增長；以及金融投資方面等。





上 冊

第五階段

18 等差與等比數列

導言及個案研究	1
18.1 數列簡介	2
非基礎部分 18.2 等差數列	8
非基礎部分 18.3 等比數列	18
非基礎部分 18.4 等差數列的求和法	27
非基礎部分 18.5 等比數列的求和法	34
A. 等比級數	34
B. 無限項之和	39
內容摘要	48
綜合練習	52
數學增潤篇	60

19 排列與組合

導言及個案研究	63
19.1 計數原理	64
A. 計數原理的加法法則	64
B. 計數原理的乘法法則	65

19.2 排列	75
A. 階乘記法	75
B. 排列的概念及記法	76
C. 排列的應用	79
19.3 組合	86
A. 組合的概念及記法	86
B. 組合的應用	88
內容摘要	94
綜合練習	98
數學增潤篇	106



20 續概率

導言及個案研究	109
20.1 概率的基本概念	110
A. 集合的記法	110
B. 概率的定義	112
C. 實驗概率	114
20.2 概率的加法定律	118
A. 互斥事件	118
B. 概率的加法定律	121
C. 互補事件	123
20.3 概率的乘法定律與獨立事件	130
A. 樹形圖	130
B. 獨立事件	131
20.4 概率的乘法定律與相關事件	140
A. 相關事件	140
B. 條件概率	143
20.5 更多關於概率的例子	150

內容摘要	156
綜合練習	160
數學增潤篇	172

21 離差的量度

導言及個案研究	175
---------	-----

小回顧	176
-----	-----

21.1 分佈域及四分位數間距	178
-----------------	-----

A. 分佈域	178
--------	-----

B. 四分位數間距	180
-----------	-----

21.2 箱形圖	189
----------	-----

21.3 標準差	198
----------	-----

A. 不分組數據的標準差	198
--------------	-----

B. 分組數據的標準差	202
-------------	-----

C. 利用計算機求標準差	204
--------------	-----

非基礎部分

21.4 標準差的應用	210
-------------	-----

A. 標準分	210
--------	-----

B. 正態分佈	213
---------	-----

非基礎部分

21.5 改變數據對離差的影響	218
-----------------	-----

A. 從數據中刪除最大或最小項	218
-----------------	-----

B. 在整組數據加入一個共同常數	220
------------------	-----

C. 把整組數據乘以共同常數	222
----------------	-----

D. 在一組數據中加入零項	223
---------------	-----

內容摘要	228
------	-----

綜合練習	232
------	-----

數學增潤篇	246
-------	-----

答案	i
----	---

下冊

22 統計的應用及誤用

導言及個案研究	249
小回顧	250
22.1 統計調查	250
22.2 抽樣方法	256
A. 概率抽樣	256
B. 非概率抽樣	260
C. 概率抽樣與非概率抽樣的比較	262
22.3 統計調查報告	265
A. 統計的應用	265
B. 統計的誤用	265
C. 評估統計調查報告	268
內容摘要	274
綜合練習	278
數學增潤篇	286

第六階段

23 軌跡

導言及個案研究	289
23.1 軌跡的概念	290
A. 軌跡的描述	290
B. 以代數方程表示軌跡	295

23.2 圓的方程	300
A. 圓	300
B. 圓方程的一般式	302
C. 圓方程的特性	307
23.3 直線與圓的交點	313
內容摘要	320
綜合練習	324
數學增潤篇	332

非基礎部分

24 不等式與線性規劃

導言及個案研究	335
小回顧	336
24.1 複合一元一次不等式	337
A. 解含有「及」的複合不等式	337
B. 解含有「或」的複合不等式	341
24.2 一元二次不等式	346
A. 以圖解法求一元二次不等式的解	347
B. 以代數方法求解	349
24.3 二元一次不等式	354
A. 二元一次不等式	354
B. 解聯立二元一次不等式	358
24.4 線性規劃	367
A. 二元線性函數的極值	367
B. 求線性函數的極值的方法	368
24.5 線性規劃的應用	376
內容摘要	386
綜合練習	390
數學增潤篇	402

答案	404
-----------	-----

索引	427
-----------	-----

25 數學的進一步應用 (3)

附錄 1 – 35

導言及個案研究	1
25.1 百分數在財務上的應用	2
25.2 時間序列圖像	9
A. 簡介	9
B. 數據序列的移動平均值	12
25.3 分析及闡釋從調查中搜集回來的數據	16
25.4 判定兩個變數之間的關係	22
內容摘要	28
綜合練習	30
數學增潤篇	34

總複習五	附錄 37 – 59
------	------------

總複習六	附錄 61 – 77
------	------------

答案	附錄 78 – 82
----	------------

索引	附錄 83
----	-------

個案研究

如果我從距離地面 2 m 高的地方放下這籃球，它反彈的高度會是多少？

我們試一試吧。



志衡和國賢經過試驗得知這個球每一次反彈的高度相等於前一次的 75%。換言之，這個球經過第一次反彈後的高度 = $2\text{m} \times 75\% = 1.5\text{m}$ ，而經過第二次反彈後的高度 = $1.5\text{m} \times 75\% = 1.125\text{m}$ 。

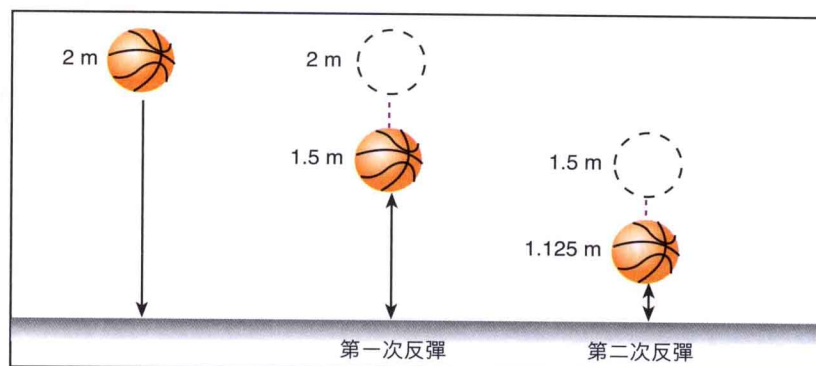


圖 18.1

這問題屬於「等比數列」的內容，我們將在第 18.3 節作詳細介紹。



想一想

1. 這個球經過多少次反彈後的反彈高度會少於 0.5 m？
2. 求這個球在第三次反彈前共行走了的垂直距離。



18.1 數列簡介

數列是指一組按次序排列的數。數列中的每一個數稱為**項**。我們常用 $T(n)$ 來表示數列的第 n 項。

例如，對於正方形數的數列：

$$1, 4, 9, 16, 25, \dots$$

可得 $T(1) = 1$ ， $T(2) = 4$ ， $T(3) = 9$ ， $T(4) = 16$ 及 $T(5) = 25$ 。

正方形數的數列可重寫為

$$1^2, 2^2, 3^2, 4^2, 5^2, \dots$$

因此， $T(1) = 1^2$ ， $T(2) = 2^2$ ， $T(3) = 3^2$ ，...

我們發現數列的每一項也可透過代入不同的 n 值於 $T(n) = n^2$ 中而找出。
 $T(n) = n^2$ 稱為數列的**通項**。



簡例示範

已知一數列的通項為 $T(n) = n^3 + 2n$ 。求這數列的首三項。

解：

分別把 $n = 1$ 、 2 及 3 代入 $T(n)$ ，可得

$$T(1) = (1)^3 + 2(1) = \underline{3}$$

$$T(2) = (2)^3 + 2(2) = \underline{12}$$

$$T(3) = (3)^3 + 2(3) = \underline{33}$$



課堂練習

求下列各數列的首三項。

(a) $T(n) = 8n$ _____ , _____ , _____

(b) $T(n) = n - 3$ _____ , _____ , _____

(c) $T(n) = 2^{n-1}$ _____ , _____ , _____

(d) $T(n) = n^2 + n + 9$ _____ , _____ , _____