



S. P. Timoshenko  
J. N. Goodier

**THEORY OF ELASTICITY  
(THIRD EDITION)**

铁摩辛柯

**弹性理论 (第三版)**

S. P. 铁摩辛柯 J. N. 古地尔 著  
徐芝纶 译



高等教育出版社  
HIGHER EDUCATION PRESS





**S. P. Timoshenko  
J. N. Goodier**

**THEORY OF ELASTICITY  
(THIRD EDITION)**

TANXING LILUN

**弹性理论 (第三版)**

S. P. 铁摩辛柯 J. N. 古地尔 著  
徐芝纶 译



高等教育出版社·北京  
HIGHER EDUCATION PRESS BEIJING

## 图书在版编目(CIP)数据

弹性理论：第3版 / (美) 铁摩辛柯  
(Timoshenko, S. P.), (美) 古地尔 (Goodier, J. N.) 著；  
徐芝纶译。 — 北京：高等教育出版社，2013.5

书名原文：Theory of elasticity : third edition

ISBN 978-7-04-037077-5

I. ①弹… II. ①铁… ②古… ③徐… III. ①弹性理  
论 IV. ①O343

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2013) 第 055925 号

策划编辑 王超 责任编辑 王超 封面设计 王洋 版式设计 余杨  
插图绘制 尹莉 责任校对 刘莉 责任印制 韩刚

---

出版发行 高等教育出版社 咨询电话 400-810-0598  
社址 北京市西城区德外大街 4 号 网址 <http://www.hep.edu.cn>  
邮政编码 100120 <http://www.hep.com.cn>  
印 刷 涿州市星河印刷有限公司 网上订购 <http://www.landraco.com>  
开 本 787mm×1092mm 1/16 版 次 2013 年 5 月第 1 版  
印 张 34.25 印 次 2013 年 5 月第 1 次印刷  
字 数 630 千字 定 价 99.00 元

---

本书如有缺页、倒页、脱页等质量问题，请到所购图书销售部门联系调换

版权所有 侵权必究

物 料 号 37077-00

图字:01-2013-0445号

Stephen P. Timoshenko J. N. Goodier

Theory of Elasticity, 3e

ISBN: 0-07-064720-8

Copyright © 1970 by the McGraw-Hill Education

All Rights reserved. No part of this publication may be reproduced or transmitted in any form or by any means, electronic or mechanical, including without limitation photocopying, recording, taping, or any database, information or retrieval system, without the prior written permission of the publisher.

This authorized Chinese translation edition is jointly published by McGraw-Hill Education (Asia) and Higher Education Press Limited Company. This edition is authorized for sale in the People's Republic of China only, excluding Hong Kong, Macao SAR and Taiwan.

Copyright © 2013 by The McGraw-Hill Asia Holding (Singapore) PTE. LTD and Higher Education Press Limited Company.

版权所有。未经出版人事先书面许可,对本出版物的任何部分不得以任何方式或途径复制或传播,包括但不限于复印、录制、录音,或通过任何数据库、信息或可检索的系统。

本授权中文简体字翻译版由麦格劳 - 希尔(亚洲)教育出版公司和高等教育出版社有限公司合作出版。此版本经授权权限在中华人民共和国境内(但不允许在中国香港特别行政区、中国澳门特别行政区和中国台湾地区)销售。

版权© 2013 由麦格劳 - 希尔(亚洲)教育出版公司与高等教育出版社有限公司所有。

本书封面贴有 McGraw-Hill Education 公司防伪标签,无标签者不得销售。

## 再版说明

---

本书为 1990 年版的重排版。利用重排机会，对全书进行了几点修改、补充和订正：根据有关规定修改了外国人名的中译名；根据国家有关标准规范使用了一些外文符号；补充了英文人名索引和英文主题索引；订正了 1990 年版中存在的一些疏漏。

# 第三版前言

---

为第三版修订本书时,保留了第一版原来的意图和办法——以议题所容许的最简单形式,给工程师们提供弹性理论的重要基本知识,以及工程实践与设计中的一些重要专题的解答汇编。大量的注释资料,显示出若干专题可以如何进一步研讨。鉴于这些资料现在很容易由 Applied Mechanics Reviews 得到补充,增补的新注很少。第一次阅读时可以省略的部分,仍然用小字排印\*。

对全书进行了再审查;通过删简、增补和重新安排,作了许多小的改进。

主要的增补,反映了 1951 年第二版问世之后出现的、重要而又有实际应用的发展和扩张。在第三章和第四章中,论述了与圣维南原理有联系的端效应和本征解。鉴于位错弹性解在材料科学上的应用迅速增多,对这些非连续性的位移解给予更详尽的论述,如第四章、第八章、第十章及第十二章中的边缘位错和螺型位错。在第五章中增加了云纹法的简介及其实例说明。对应变能及变分原理的论述,已改写成三维的形式而归入第八章,为第十三章中热弹性理论的更新部分提供基础。关于对二维问题应用复势的讨论,根据现已周知的穆斯赫利什维利方法,扩展了几节新的内容。此外,研究的方法也有所不同:为了只处理解析函数,利用了早先已发展的解法。详细论述了对当代断裂力学起重要作用的、关于椭圆孔的进一步解答。简化了第十二章中对轴对称应力的讨论;增加了新的几段,以较精确的分析代替近似分析,以螺圈弹簧的一圈代替圆环段。鉴于热应力在例如核装置等方面的应用大大增多,扩大了第十三章热应力,其中包括热弹性互等定理和一些由此得来的有用成果,还介绍了由于热流受孔洞及包体干扰而引起的热应力集中。此外,还对二维问题的论述补充了最后两节,其中最后一节把二维热弹性问题和第六章中的复势及穆斯赫利什维利方法联系起来。重新安排了第十四章波的传播,突出了三维基本理论,增加了球形洞中爆炸压力的解答。在关于数值差分法的附录中,包含了一个用数字计算机处理大量未知数的实例。

在这些改动中间,有一些提供了分析的简化,是从过去二十年间在斯坦福大学授课的经验得来的。有很多宝贵的建议和勘误,以至安排完整并带有解答的问题,来自众多的学员和通信者,为此谨致衷心的感谢。

---

\*译注:为了便于读者阅读,中译本中未用小字。

几乎全部习题都是来自斯坦福大学安排举行的考试。读者可以由此约略看出，本书的哪些部分是相应于一学年的、每周略少于三小时的课程安排。

J. N. 古地尔

## 第二版前言

---

在第一版之后出现的弹性理论的许多发展和澄清及其应用，在这一版大量增加和修订的内容中已有所反映。本书的安排绝大部分保持与第一版相同。

光弹性法、曲线坐标中的二维问题及热应力都已重新编写，并分别扩大成章，其中介绍了第一版中所未给出的许多方法和解答。增加了一篇关于差分法及其应用（包括松弛法）的附录。在其他各章中还加入了一些新的节和段，讨论了应变从理论、重力、应力、圣维南原理、转动分量、互等定理、一般解答、平面应力解答的近似性、扭转中心和剪切中心、内圆角处扭应力的集中、受扭及受弯的纤细截面（如实心机翼）的近似处理，以及圆轴受压力带等。

本书中还增加了为学生准备的习题，直到扭转一章为止。

对本书读者提出的许多有益的建议谨致谢意。

S. P. 铁摩辛柯

J. N. 古地尔

# 第一版前言

---

近年来，弹性理论已被广泛地用来解决工程问题。在许多情况下，材料力学的初等方法不能提供关于工程结构中应力分布的令人满意的资料，于是必须借重更强有力的弹性理论方法。关于梁的载荷附近及支点附近的局部应力，初等理论就不能给出足够的资料；用来考察各向同阶大小的物体中的应力分布，它也是无效的。圆滚和轴承珠中的应力，只有用弹性理论的方法才能求得。梁或轴的截面如有剧烈的变化，变化处的应力也无法用初等理论来研究。大家知道，在内凹角处有高度的应力集中，因而裂痕就会从这种凹角处开始；结构受有反复应力时更是如此。机件在使用时的断裂，大都起因于这种裂痕。

近年来，对于解决这种实用上极为重要的问题，已经大有进展。对于某些不能得出严格解答的情况，已经发展了一些近似方法。在另一些情况下，解答可用实验方法得到。作为这方面的例子，可以提一提解决弹性理论二维问题的光弹性法。在一些大学里和许多工业研究实验室里，现在都已经有了光弹性实验设备。已经证明，对于截面尺寸的剧烈变化处以及凹角的尖锐内圆角处，用光弹性实验的结果来研究应力集中，是特别有效的。毫无疑问，这些结果已经大大地影响了近代的机件设计，并在许多情况下帮助改进了制造方法，以消除可能发生裂痕的弱点。

用实验方法解决弹性理论问题而得到成功的另一个例子，是用皂膜法确定柱形杆在扭转或弯曲时的应力。这样，在指定边界条件下求解偏微分方程的难题，就成为量测一个适当受拉并受载荷的皂膜的挠度及斜率。实验证明，这样不但可以得到应力分布的可见的形象，而且可以得到关于应力数值的必需资料，并且这些资料对于实际应用也足够精确。

此外，电比拟可以用来研究变直径圆轴中靠近内圆角或直槽处的扭应力。板的弯曲问题与弹性理论二维问题之间的相互比拟，也被成功地用来解答一些重要工程问题。

编著本书的目的，在于把弹性理论中的必需的基本知识以简单的形式提供给工程师们，还在于汇集一些实用上很重要的特殊问题的解答，并叙述一些求解弹性理论问题的近似方法和实验方法。

为了注意弹性理论的实际应用，有些理论价值较大而目前工程上尚无直

接应用的材料都被略去，以便多讨论一些特殊问题。只有仔细地研究这些问题，并把精确的结果与材料力学初等教程中通常给出的近似解答对比，设计者才能对工程结构中的应力分布有透彻的了解，并学会应用这些严格的应力分析方法。

在讨论特殊问题时，大都采用直接确定应力的方法而应用那些表以应力分量的相容方程。这一方法，对于通常对应力数值感兴趣的工程师们说来，是比较熟悉的。如果适当地引用应力函数，这一方法也常比应用那些表以位移的平衡方程来得简单。

在许多情况下，也采用了解答弹性理论问题的能量法。这样，研究某些积分的极小条件，就代替了求解微分方程。应用瑞次法，这一变分问题又简化为求某一函数的极小值的简单问题。这样就可以得到许多重要实用问题的有用的近似解答。

为了便于陈述，本书从二维问题的讨论开始，在读者对于求解弹性理论问题的各种方法已经熟悉之后，再讨论二维问题。书中某些部分，虽然在实用上具有重要性，但在第一次阅读时可以省略的，都用小字排印。读者可在读完本书中最重要部分以后再研究这类问题。

数学推导都用了浅近的形式，一般并不需要比工业学校中所讲授的数学知识更多。对于某些比较复杂的问题，还给出了所有必要的解释和中间演算，以使读者易于领会全部推导。只有在极少数的情况下只给出最后结果而没有全部推导，但也指出了可以找到这些推导的必需参考文献。

关于弹性理论的参考论文和书籍，凡是可能在实用上具有重要性的，都在注释中给出。这些参考资料，对于打算更仔细地研究某些特殊问题的工程师们，可能是有用的。同时，这些参考资料也给出了弹性理论的近代发展的轮廓，对于打算在这方面工作的研究生们也可能有些用处。

编著本书时，曾由同一学科的一本早期书籍 (С. П. Тимошенко, Курс теории упругости, Пгр. ч. I, 1914) 引用了大量的内容，这本书是俄国某些工业学校中的弹性理论教材。

S. P. 铁摩辛柯

# 记 号

---

- $x, y, z$  直角坐标。  
 $r, \theta$  极坐标。  
 $\xi, \eta$  正交曲线坐标; 有时是直角坐标。  
 $R, \psi, \theta$  球面坐标。  
 $N$  物体边界的向外法线。  
 $l, m, n$  向外法线的方向余弦。  
 $A$  截面积。  
 $I_x, I_y$  截面对于  $x$  轴及  $y$  轴的惯矩。  
 $I_p$  截面的极惯矩。  
 $g$  重力加速度。  
 $\rho$  密度。  
 $q$  连续分布载荷的集度。  
 $p$  压力。  
 $X, Y, Z$  每单位体积的体力分量。  
 $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  每单位面积的面力分量。  
 $M$  弯矩。  
 $M_t$  扭矩。  
 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$  平行于  $x, y, z$  轴的正应力分量。  
 $\sigma_n$  平行于  $n$  的正应力分量。  
 $\sigma_r, \sigma_\theta$  极坐标中的径向及切向正应力。  
 $\sigma_\xi, \sigma_\eta$  曲线坐标中的正应力分量。  
 $\sigma_r, \sigma_\theta, \sigma_z$  柱面坐标中的正应力分量。  
 $\Theta = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z$ 。  
 $\tau$  剪应力。  
 $\tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$  直角坐标中的剪应力分量。  
 $\tau_{r\theta}$  极坐标中的剪应力。  
 $\tau_{\xi\eta}$  曲线坐标中的剪应力。  
 $\tau_{r\theta}, \tau_{\theta z}, \tau_{rz}$  柱面坐标中的剪应力分量。

---

$S$	平面上的总应力; 表面张力。
$u, v, w$	位移分量。
$\epsilon$	单位伸长。
$\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$	$x, y, z$ 方向的单位伸长。
$\epsilon_r, \epsilon_\theta$	极坐标中的径向及切向单位伸长。
$e = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$	体积膨胀。
$\gamma$	单位剪切。
$\gamma_{xy}, \gamma_{xz}, \gamma_{yz}$	直角坐标中的剪应变分量。
$\gamma_{r\theta}, \gamma_{\theta z}, \gamma_{rz}$	柱面坐标中的剪应变分量。
$E$	抗拉及抗压的弹性模量。
$G$	抗剪弹性模量, 刚性模量。
$\nu$	泊松比。
$\mu = G, \lambda = \frac{\nu E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)}$	拉梅常数。
$\phi$	应力函数。
$\phi(z), \psi(z), X(z)$	复势; 复变数 $z = x + iy$ 的函数。
$\bar{z}$	共轭复变数 $x - iy$ 。
$C$	扭转刚度。
$\theta$	每单位长度的扭角。
$F = 2G\theta$	用于扭转问题。
$V$	应变能。
$V_0$	每单位体积的应变能。
$t$	时间。
$T$	一段时间。温度。
$\alpha$	热胀系数; 角度。
$c_1, c_2$	波速。

## **郑重声明**

高等教育出版社依法对本书享有专有出版权。任何未经许可的复制、销售行为均违反《中华人民共和国著作权法》，其行为人将承担相应的民事责任和行政责任；构成犯罪的，将被依法追究刑事责任。为了维护市场秩序，保护读者的合法权益，避免读者误用盗版书造成不良后果，我社将配合行政执法部门和司法机关对违法犯罪的单位和个人进行严厉打击。社会各界人士如发现上述侵权行为，希望及时举报，本社将奖励举报有功人员。

**反盗版举报电话** (010)58581897 58582371 58581879

**反盗版举报传真** (010)82086060

**反盗版举报邮箱** dd@ hep. com. cn

**通信地址** 北京市西城区德外大街4号 高等教育出版社法务部

**邮政编码** 100120

# 目 录

---

第三版前言 ······	i
第二版前言 ······	iii
第一版前言 ······	iv
记号 ······	vii
<b>第一章 絮论 ······</b>	<b>1</b>
§1 弹性 ······	1
§2 应力 ······	2
§3 力和应力的记号 ······	2
§4 应力分量 ······	3
§5 应变分量 ······	4
§6 胡克定律 ······	5
§7 下标记号法 ······	9
习题 ······	11
<b>第二章 平面应力和平面应变 ······</b>	<b>13</b>
§8 平面应力 ······	13
§9 平面应变 ······	13
§10 在一点的应力 ······	15
§11 在一点的应变 ······	19
§12 表面应变的量测 ······	21
§13 应变丛的莫尔应变圆的作法 ······	23
§14 平衡微分方程 ······	23
§15 边界条件 ······	24
§16 相容方程 ······	25

---

§17 应力函数 . . . . .	27
习题. . . . .	28
<b>第三章 用直角坐标解二维问题 . . . . .</b>	<b>30</b>
§18 用多项式求解 . . . . .	30
§19 端效应. 圣维南原理 . . . . .	34
§20 位移的确定 . . . . .	34
§21 端点受载荷的悬臂梁的弯曲 . . . . .	35
§22 受均匀载荷的梁的弯曲 . . . . .	40
§23 受连续载荷的梁的其他情形 . . . . .	43
§24 傅里叶级数形式的二维问题解答 . . . . .	45
§25 傅里叶级数的另一些应用. 重力载荷 . . . . .	53
§26 端效应. 本征解 . . . . .	54
习题. . . . .	56
<b>第四章 用极坐标解二维问题 . . . . .</b>	<b>58</b>
§27 极坐标中的一般方程 . . . . .	58
§28 轴对称应力分布 . . . . .	61
§29 曲杆的纯弯曲 . . . . .	64
§30 极坐标中的应变分量 . . . . .	68
§31 应力轴对称分布时的位移 . . . . .	69
§32 转动的圆盘 . . . . .	71
§33 曲杆在一端受力时的弯曲 . . . . .	74
§34 边缘位错 . . . . .	78
§35 圆孔对板中应力分布的影响 . . . . .	80
§36 集中力在直边界上的一点 . . . . .	86
§37 直边界上的任意铅直载荷 . . . . .	92
§38 作用于楔端的力 . . . . .	97
§39 作用于楔端的弯矩 . . . . .	99
§40 作用在梁上的集中力 . . . . .	100
§41 圆盘中的应力 . . . . .	108
§42 作用在无限大板内的一点的力 . . . . .	113
§43 二维问题的极坐标通解 . . . . .	117
§44 极坐标通解的应用 . . . . .	121
§45 表面受载荷的楔 . . . . .	124
§46 用于楔和凹角的本征解 . . . . .	126

---

习题	129
<b>第五章 光弹性实验法和云纹实验法</b>	<b>134</b>
§47 实验方法和实验检验	134
§48 光弹性应力量测	134
§49 圆偏振仪	138
§50 光弹性应力量测举例	140
§51 主应力的确定	144
§52 三维光弹性理论	145
§53 云纹法	147
<b>第六章 用曲线坐标解二维问题</b>	<b>150</b>
§54 复变函数	150
§55 解析函数与拉普拉斯方程	152
习题	154
§56 用调和函数和复变函数表示的应力函数	155
§57 对应于已知应力函数的位移	157
§58 用复势表示应力和位移	159
§59 曲线上应力的合成, 边界条件	161
§60 曲线坐标	164
§61 曲线坐标中的应力分量	167
习题	169
§62 用椭圆坐标求解, 受均匀应力的板内的椭圆孔	170
§63 受简单拉伸的板内的椭圆孔	173
§64 双曲线边界, 凹口	177
§65 双极坐标	179
§66 双极坐标解答	180
§67 由已知边界条件决定复势, 穆斯赫利什维利方法	185
§68 复势的公式	188
§69 在物体的孔的周围区域内相应于解析复势的应力和位移的性质	188
§70 关于边界积分的定理	190
§71 椭圆孔的映射函数 $\omega(\zeta)$ , 第二个边界积分	193
§72 椭圆孔, $\psi(\zeta)$ 的公式	194
§73 椭圆孔, 具体问题	195
习题	198

---

<b>第七章 三维应力和应变的分析</b>	<b>199</b>
§74 引言	199
§75 主应力	200
§76 应力椭球面和应力准面	201
§77 主应力的确定	203
§78 应力不变量	203
§79 极大剪应力的确定	204
§80 均匀形变	206
§81 在一点的应变	207
§82 应变主轴	210
§83 转动	210
习题	213
<b>第八章 一般定理</b>	<b>214</b>
§84 平衡微分方程	214
§85 相容条件	215
§86 位移的确定	218
§87 用位移表示的平衡方程	219
§88 位移的通解	220
§89 叠加原理	221
§90 应变能	222
§91 边缘位错的应变能	227
§92 虚功原理	228
§93 卡斯提安诺定理	232
§94 最小功原理的应用 —— 矩形板	235
§95 宽梁翼的有效宽度	239
习题	245
§96 解答的唯一性	247
§97 互等定理	248
§98 平面应力解答的近似性	251
习题	254
<b>第九章 简单的三维问题</b>	<b>256</b>
§99 均匀应力	256
§100 柱形杆受自重拉伸	257
§101 等截面圆轴的扭转	259