碧海书道 BOOK HOUSE

高等学校数学学习辅导丛书

概率论与数理统计
习题全解

配人大修订版

编著 王丽燕 柳 扬

INSTRUCTION TEXTBOOK SERIES FOR MATHEMATICS

INSTRUCTION TEXTBOOK SERIES FOR MATHEMATICS

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

概率论与数理统计习题全解

配人大修订版

编著 王丽燕 柳 扬

大连理工大学出版社
DALIAN UNIVERSITY OF TECHNOLOGY PRESS

图书在版编目(CIP)数据

概率论与数理统计习题全解(配人大修订版)/王丽燕,柳扬编著
3版.—大连:大连理工大学出版社,2008.8
高等学校数学学习辅导丛书
ISBN 978-7-5611-2375-1

Ⅰ.概… Ⅱ.①王…②柳… Ⅲ.①概率论—高等学校—解题②数理统计—高等学校—解题 Ⅳ.O21-44

中国版本图书馆CIP数据核字(2006)第075391号

大连理工大学出版社出版

地址:大连市软件园路80号 邮政编码:116023

发行:0411-84708842 邮购:0411-84703636 传真:0411-84701466

E-mail:dutp@dutp.cn URL:http://www.dutp.cn

大连理工印刷有限公司印刷 大连理工大学出版社发行

幅面尺寸:147mm×210mm 印张:6.625 字数:198千字

2008年8月第3版 2008年8月第6次印刷

责任编辑:梁 锋 于建辉 责任校对:碧 海

封面设计:季 强

ISBN 978-7-5611-2375-1 定 价:10.00元

编者的话

近年来，大学数学方面的学习辅导书种类逐渐增多，学生们每人手中持有一种乃至数种。这其中不乏精品之作，但多数又不尽如人意。作为从教多年的教师，看到学生们渴望知识的热情，以及应试的压力，强烈的责任感驱使我们有一种将多年教学经验述于纸面的冲动，同样的责任感又使得我们迟迟没有动笔，生怕在已有的热闹非凡的出版市场上平添平庸之作，浪费时间，浪费纸张，浪费资源。

大连理工大学出版社提出要组织编写一套《习题全解(全析)》系列图书，编辑们对该系列图书清晰的思路与准确的定位，与我们的想法一拍即合，立即触发了我们的编写欲望。我们多次征求本科生、专科生，乃至研究生的意见，更加坚定了我们写好本书的信心，进一步明确了本书的定位，这就是--像习题课一样，与学生们一起通过对习题的分析、讨论、求解、总结，扎实掌握大学数学的基础，领悟大学数学的真谛。这就是我们写作本书的初衷。

本书按照被全国许多院校经济、管理等专业采用的袁荫棠主编的《概率论与数理统计》(修订版)(中国人民大学出版社)的章节顺序编写，可以与该教材配套使用。

本书详细给出全部习题的解答。真正从学习者的角度，给出解题的每一个过程与步骤，以免略掉一些看似简单但对有些同学理解解题思路很关键的细节。

学习是一个过程,而过程由环节组成。只有注重环节,控制过程,才能得到良好的学习效果。对学习大学数学来讲,课堂听讲和课后复习是两个重要环节。

本书一经推出,立即受到读者的厚爱,作为编者,深感欣慰。借此修订之际,我们根据读者反馈及编委会的意见,对原书进行了重新编排,并将解题方法及步骤进行优化。我们热切期望更多读者从中获益,并希望更多读者提出宝贵意见及建议。

编 者

2006 年 6 月

目录

第一章 随机事件及其概率

1. 互不相容事件与对立事件的区别何在?说出下列各对事件的关系。

(1) $|x-a|<\delta$ 与 $x-a\geqslant\delta$； (2) $x>20$ 与 $x\leqslant 20$；

(3) $x>20$ 与 $x<18$； (4) $x>20$ 与 $x\leqslant 22$；

(5) 20 个产品全是合格品与 20 个产品中只有一个废品；

(6) 20 个产品全是合格品与 20 个产品中至少有一个废品。

解 对立事件一定是互不相容事件,但互不相容事件不一定是对立事件。对立事件和互不相容事件的共同特点是事件间没有公共的样本点,但两个对立事件的并(和)等于样本空间,即若 A 与 $\overline{A}$ 是两个对立事件,则 $A\overline{A}=\varnothing$,$A+\overline{A}=\Omega$;而两个互不相容事件的并(和)被样本空间所包含,即若 A 与 B 是两个互不相容事件,则 $AB=\varnothing$,且 $A+B\subset\Omega$。

(1) 因为 $\{x\mid |x-a|<\delta\}\cap\{x\mid x-a\geqslant\delta\}=\varnothing$,且 $\{x\mid |x-a|<\delta\}\cup\{x\mid x-a\geqslant\delta\}\neq\mathbf{R}$,所以事件 $|x-a|<\delta$ 与 $x-a\geqslant\delta$ 是互不相容事件(如图 1-1(a) 所示)。

(2) 因为 $\{x\mid x>20\}\cap\{x\mid x\leqslant 20\}=\varnothing$,且 $\{x\mid x>20\}\cup\{x\mid x\leqslant 20\}=\mathbf{R}$,所以事件 $x>20$ 与 $x\leqslant 20$ 是对立事件(如图 1-1(b) 所示)。

(3) 因为 $\{x\mid x>20\}\cap\{x\mid x<18\}=\varnothing$,且 $\{x\mid x>20\}\cup\{x\mid x<18\}\neq\mathbf{R}$,所以事件 $x>20$ 与 $x<18$ 是互不相容事件(如图 1-1(c) 所示)。

(4) 因为 $\{x\mid x>20\}\cap\{x\mid x\leqslant 22\}\neq\varnothing$,所以事件 $x>20$ 与 $x\leqslant 22$ 是相容事件(如图 1-1(d) 所示)。

(5) 记事件 $A=\{20$ 个产品全是合格品$\}$,事件 $B=\{20$ 个产品只有一个废品$\}$,显然 $AB=\varnothing$,$A+B\neq\Omega=\{20$ 个产品$\}$,所以 A 与 B 是互不相容事件。

(6) 记事件 $A=\{20$ 个产品全是合格品$\}$,事件 $B=\{20$ 个产品中至少有一个废品$\}$,显然 $AB=\varnothing$,$A+B=\Omega=\{20$ 个产品$\}$,所以 A 与 B 是对

立事件。

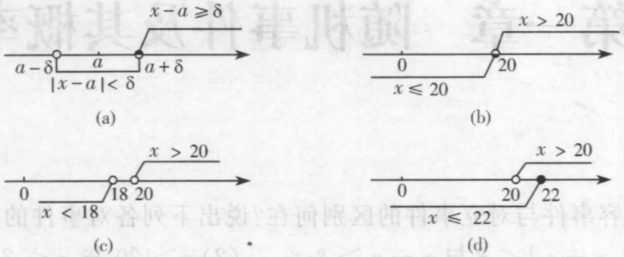

图 1-1

2. 同时掷两颗骰子，x、y 分别表示第一、二两颗骰子出现的点数，设事件 A 表示“两颗骰子出现点数之和为奇数”，B 表示“点数之差为零”，C 为“点数之积不超过 20”，用样本点的集合表示事件$B-A$；BC；$B+\overline{C}$。

解　试验的样本空间 $\Omega=\{(x,y)\mid x=1,2,\cdots,6;y=1,2,\cdots,6\}=\{(1,1),(1,2),\cdots,(1,6),(2,1),(2,2),\cdots,(2,6),(3,1),(3,2),\cdots,(3,6),(4,1),(4,2),\cdots,(4,6),(5,1),(5,2),\cdots,(5,6),(6,1),(6,2),\cdots,(6,6)\}$。事件$A=\{(1,2),(1,4),(1,6),(2,1),(2,3),(2,5),(3,2),(3,4),(3,6),(4,1),(4,3),(4,5),(5,2),(5,4),(5,6),(6,1),(6,3),(6,5)\}$；事件 $B=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}$；事件 $C=\{(1,1),(1,2),\cdots,(1,6),(2,1),(2,2),\cdots,(2,6),(3,1),(3,2),\cdots,(3,6),(4,1),(4,2),\cdots,(4,5),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(6,1),(6,2),(6,3)\}$。从而

$$B-A=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}=B$$

$$BC=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4)\}$$

$$B+\overline{C}=\{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(4,6),(5,5),(5,6),(6,4),(6,5),(6,6)\}$$

3. 用步枪射击目标 5 次，设 A_i 为“第 i 次击中目标”$(i=1,2,3,4,5)$，B 为“5 次中击中次数大于 2”，用文字叙述下列事件：

(1)$A=\sum\limits_{i=1}^{5}A_i$　　(2)$\overline{A}$　　(3)$\overline{B}$

解 (1) 事件 $A = \sum_{i=1}^{5} A_i$ 表示“5 次中至少有一次击中目标”。

(2) 事件 $\overline{A}$ 表示“射击 5 次一次也没有击中目标”。

(3) 事件 $\overline{B}$ 表示“射击 5 次至多击中两次”或“5 次中击中次数小于等于 2”。

---

4. 用图示法简化下列各式(A、B、C 都相容):

(1)$(A+B)(B+C)$ (2)$(A+B)(A+\overline{B})$

(3)$(A+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+B)$

解 (1) 图 1-2(a) 中阴影部分即为$(A+B)(B+C)$。

(2) 图 1-2(b) 中阴影部分即为$(A+B)(A+\overline{B})$,显然,$(A+B)(A+\overline{B}) = A$。

(3) 图 1-2(c) 中阴影部分即为$(A+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+B)$,显然,$(A+B)(A+\overline{B})(\overline{A}+B) = A(\overline{A}+B) = AB$。

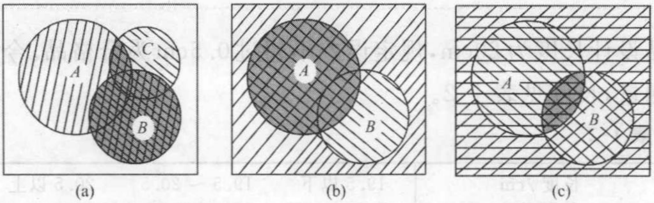

图 1-2

---

5. 在图书馆中随意抽取一本书,事件 A 表示“数学书”,B 表示“中文图书”,C 表示“平装书”。(1) 说明事件 $AB\overline{C}$ 的实际意义;(2) 若 $\overline{C} \subset B$,说明什么情况;(3)$\overline{A} = B$ 是否意味着馆中所有数学书都不是中文版的?

解 (1) 事件 $AB\overline{C}$ 表示在图书馆中随意抽取的一本书是精装的中文版的数学书。

(2)$\overline{C} \subset B$ 说明凡是精装书都是中文版的。

(3)$\overline{A} = B$ 并不意味着馆中所有数学书都不是中文版的,而是说馆中的非数学类的书是中文图书,而数学书既可能是中文版的,也可能是外文版的。

6. 表 1-1 是 10 万个男子中活到 ξ 岁的人数统计表，若以 A、B、C 分别表示一个新生婴儿活到 40 岁、50 岁、60 岁，由表 1-1 估计 $P(A)$、$P(B)$、$P(C)$。

表 1-1

年岁 ξ	0	10	20	30	40	50
活到 ξ 岁的人数	100 000	93 601	92 293	90 092	86 880	80 521
年岁 ξ	60	70	80	90	100	
活到 ξ 岁的人数	67 787	46 739	19 866	2 812	65	

解

$$P(A) = \frac{86\,880}{100\,000} = 0.868\,8$$

$$P(B) = \frac{80\,521}{100\,000} = 0.805\,21$$

$$P(C) = \frac{67\,787}{100\,000} = 0.677\,87$$

7. 某产品设计长度为 20cm，规定误差不超过 0.5cm 为合格品。今对一批产品进行测量，长度见表 1-2。

表 1-2

长度 /cm	19.5 以下	19.5 ～ 20.5	20.5 以上
件数	5	68	7

计算这批产品的合格率。

解 根据设计要求知，长度在 19.5 cm 以下和 20.5 cm 以上均为不合格品，所以这批产品的合格率为

$$p = \frac{68}{5+68+7} = 0.85$$

8. 掷三枚硬币，求出现 3 个正面的概率。

解 抛一枚硬币，记出现正面为 H，反面为 T，则掷三枚硬币的试验的样本空间为 $\Omega = \{HHH, THT, HTT, TTH, HHT, HTH, THH, TTT\}$，出现三个正面的事件记为 A，则 $A = \{HHH\}$，于是

$$P(A)=\frac{1}{8}=0.125$$

9. 10 把钥匙中有 3 把能打开门，今任取两把，求能打开门的概率。

解法 1 随机试验是从 10 把钥匙中任取两把，从而样本空间 Ω 的样本点总数为

$$n=C_{10}^2=45$$

要想把门打开，取出的两把钥匙至少有一把从能把门打开的 3 把钥匙中获得，从而能把门打开这一事件所包含的样本点数为 $m=C_3^2+C_7^1C_3^1=24$。故所求概率为

$$p=\frac{m}{n}=\frac{24}{45}=\frac{8}{15}\approx 0.53$$

解法 2 随机试验是从 10 把钥匙中任取两把，从而样本空间 Ω 的样本点总数为

$$n=C_{10}^2=45$$

记事件 A 为"能把门打开"，则 $\overline{A}$ 为"不能把门打开"，从 7 把不能把门打开的钥匙中任取 2 把，共有 $C_7^2=21$ 种取法，即事件 $\overline{A}$ 共包含 21 个样本点，从而

$$P(A)=1-P(\overline{A})=1-\frac{21}{45}=\frac{24}{45}\approx 0.53$$

10. 一部 4 卷的文集随便放在书架上，问恰好各卷自左向右或自右向左的卷号为 1、2、3、4 的概率是多少？

解 一部 4 卷的文集随便放在书架上共有 $4\times3\times2\times1=24$ 种放法，而文集恰好各卷自左向右或自右向左的卷号为 1、2、3、4 共有 2 种放法。从而所求的概率为

$$p=\frac{2}{24}=\frac{1}{12}\approx 0.083$$

11. 100 个产品中有 3 个次品，任取 5 个，求其中次品数分别为 0、1、2、3 的概率。

解 随机试验是从100个产品中任取5个，样本空间所包含的样本点总数

为 $n = C_{100}^5$。

记事件 A_i 为“取出的5个产品中含有 i 个次品”($i=0,1,2,3$)。若取出的 5 个产品中没有次品，则取出的 5 个产品都必须从 97 个合格品中获得，从而事件 A_0 所包含的样本点数为 $m_0 = C_{97}^5$，故

$$P(A_0) = \frac{m_0}{n} = \frac{C_{97}^5}{C_{100}^5} \approx 0.856$$

同理，若取出的 5 个产品中含有 i 个次品，则 i 个次品必须从 3 个次品中获得，$5-i$ 个合格品必须从 97 个合格品中获得，从而事件 A_i 所包含的样本点数为 $m_i = C_3^i C_{97}^{5-i}$ ($i=1,2,3$)，故

$$P(A_1) = \frac{C_3^1 C_{97}^4}{C_{100}^5} \approx 0.138$$

$$P(A_2) = \frac{C_3^2 C_{97}^3}{C_{100}^5} \approx 0.006$$

$$P(A_3) = \frac{C_3^3 C_{97}^2}{C_{100}^5} \approx 0.000\,06$$

---

12. N 个产品中有 N_1 个次品，从中任取 n 个($1 \leqslant n \leqslant N_1 \leqslant N$)，求其中有 $k(k \leqslant n)$ 个次品的概率。

解　随机试验是从 N 个产品中任取 n 个，所以样本空间所包含的样本点总数为 C_N^n。

在取出的 n 个产品中恰有 k 个次品，必须在 N_1 个次品中取出 k 个次品，在 $N-N_1$ 个合格品中取出 $n-k$ 个合格品，事件“取出的 n 个产品中恰有 k 个次品”所含的样本点数为 $C_{N_1}^k C_{N-N_1}^{n-k}$。从而所求的概率为

$$p = \frac{C_{N_1}^k C_{N-N_1}^{n-k}}{C_N^n}$$

---

13. 一个袋内有5个红球，3个白球，2个黑球，计算任取3个球恰为一红、一白、一黑的概率。

解　随机试验是从 $5+3+2$ 个球中任取 3 个，样本空间的样本点总数为 $n = C_{10}^3 = 120$。

欲使取出的三个球恰为一红、一白、一黑，必须从 5 个红球中取一红球，从 3 个白球中取一白球，从 2 个黑球中取一黑球，从而任取3个球恰为

一红、一白、一黑这一事件所包含的样本点数为$m = C_5^1 C_3^1 C_2^1 = 30$，故所求概率为

$$p = \frac{m}{n} = \frac{30}{120} = 0.25$$

---

14. 两封信随机地投入四个邮筒，求前两个邮筒内没有信的概率及第一个邮筒内只有一封信的概率。

解 将两封信随机地投入四个邮筒，共有$4 \times 4 = 16$种投法，即样本空间的样本点总数为$n = 16$。

记事件A为“前两个邮筒内没有信”，此时两封信投在后两个邮筒中，从而事件A所包含的样本点数为$m_1 = 2 \times 2 = 4$。于是

$$P(A) = \frac{m_1}{n} = \frac{4}{16} = 0.25$$

记事件B为“第一个邮筒内只有一封信”，此时，需将两封信中的一封放入第一个邮筒，共有2种放法，剩下的一封放入其他三个邮筒中的一个，共有3种放法，从而事件B包含的样本点数为$m_2 = 2 \times 3 = 6$。故

$$P(B) = \frac{m_2}{n} = \frac{6}{16} = 0.375$$

---

15. 一批产品中，一、二、三等品率分别为0.8，0.16，0.04，若规定一、二等品为合格品，求产品的合格率。

解 记A为一等品，B为二等品，C为合格品。显然，$AB = \varnothing$，$A + B = C$，且$P(A) = 0.8$，$P(B) = 0.16$，从而

$$P(C) = P(A + B) = P(A) + P(B) = 0.8 + 0.16 = 0.96$$

---

16. 袋内装有两个5分，三个2分，五个1分的硬币，任意取出5个，求总数超过1角的概率。

解 从$2+3+5$个硬币中任取5个，共有$C_{10}^5 = 252$种取法，即样本空间的样本点总数为$n = 252$。

取出的5个硬币分值总数超过1角共有三种情况：

(1)5个硬币中有2个5分，再从$3+5$个硬币中任取3个，共有$C_2^2 C_8^3 = 56$种取法；

(2)5 个硬币中 1 个 5 分,3 个 2 分,1 个 1 分,共有 $C_2^1C_3^3C_5^1=10$ 种取法;

(3)5 个硬币中 1 个 5 分,2 个 2 分,2 个 1 分,共有 $C_2^1C_3^2C_5^2=60$ 种取法,从而

$$p=\frac{56+10+60}{252}=0.5$$

17. 求习题 11 中次品数不超过一个的概率。

解 由 11 题知,所求的概率

$$p=P(A_0)+P(A_1)\approx 0.856+0.138=0.994$$

18. 估计习题 6 中的 $P(B\mid A)$、$P(C\mid A)$、$P(\overline{C}\mid B)$ 及 $P(AB)$。

解 由习题 6 知,$P(A)=0.868\,8$,$P(B)=0.805\,21$,$P(C)=0.677\,87$,从而

$$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}=\frac{0.805\,21}{0.868\,8}\approx 0.927$$

或 $$P(B\mid A)=\frac{80\,521}{86\,880}\approx 0.927$$

第二种做法是将 10 万人中在 40 岁以前死亡的人去掉,活到 40 岁的有 86 880 人,这些人构成的集合称为缩减样本空间,在缩减样本空间中,事件 B 包含的样本点总数为 80 521,从而

$$P(B\mid A)=\frac{\text{事件 }B\text{ 包含的样本点总数}}{\text{缩减样本空间包含的样本点总数}}=\frac{80\,521}{86\,880}\approx 0.927$$

用缩减样本空间求条件概率是求条件概率的一个非常重要的方法。

$$P(C\mid A)=\frac{P(AC)}{P(A)}=\frac{P(C)}{P(A)}=\frac{0.677\,87}{0.868\,8}\approx 0.780$$

或 $$P(C\mid A)=\frac{67\,787}{86\,880}\approx 0.780$$

$$P(\overline{C}\mid B)=\frac{P(B\overline{C})}{P(B)}=\frac{(80\,521-67\,787)/100\,000}{0.805\,21}\approx 0.158$$

或 $$P(\overline{C}\mid B)=\frac{80\,521-67\,787}{80\,521}\approx 0.158$$

注意到 $B\overline{C}$ 是活到 50 岁而在 60 岁之前死亡的人，即在 50 ~ 60 岁之间死亡的人。

$$P(AB) = P(B) = 0.805\,21$$

注意到 AB 是既活到 50 岁又活到 60 岁的人，即表示活到 60 岁的人。

---

19. 由长期统计资料得知，某一地区在 4 月份下雨（记做事件 A）的概率为 $\frac{4}{15}$，刮风（用 B 表示）的概率为 $\frac{7}{15}$，既刮风又下雨的概率为 $\frac{1}{10}$，求 $P(A \mid B)$、$P(B \mid A)$、$P(A+B)$。

解 依题意知，$P(A) = \frac{4}{15}$，$P(B) = \frac{7}{15}$，$P(AB) = \frac{1}{10}$，从而

$$P(A \mid B) = \frac{P(AB)}{P(B)} = \frac{1/10}{7/15} = \frac{3}{14} \approx 0.214$$

$$P(B \mid A) = \frac{P(AB)}{P(A)} = \frac{1/10}{4/15} = \frac{3}{8} = 0.375$$

$$\begin{aligned} P(A+B) &= P(A) + P(B) - P(AB) \\ &= \frac{4}{15} + \frac{7}{15} - \frac{1}{10} = \frac{19}{30} \approx 0.633 \end{aligned}$$

---

20. 为了防止意外，在矿内同时设有两种报警系统 A 与 B，每种系统单独使用时，系统 A 有效的概率为 0.92，系统 B 有效的概率为 0.93，在 A 失灵的条件下，B 有效的概率为 0.85，求：

(1) 发生意外时，这两个报警系统至少有一个有效的概率；

(2) B 失灵的条件下，A 有效的概率。

解 依题意知，$P(A) = 0.92$，$P(B) = 0.93$，$P(B \mid \overline{A}) = 0.85$，而

$$P(B \mid \overline{A}) = \frac{P(\overline{A}B)}{P(\overline{A})} = \frac{P(\overline{A}B)}{1 - P(A)} = \frac{P(\overline{A}B)}{1 - 0.92} = 0.85$$

从而 $P(\overline{A}B) = 0.85 \times 0.08 = 0.068$

而 $B = AB + \overline{A}B$，$(AB)(\overline{A}B) = \varnothing$

所以 $P(AB) = P(B) - P(\overline{A}B) = 0.93 - 0.068 = 0.862$

又由 $A = AB + A\overline{B}$，$(AB)(A\overline{B}) = \varnothing$

有 $P(A\overline{B}) = P(A) - P(AB) = 0.92 - 0.862 = 0.058$

$$(1)P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(AB)$$
$$=0.92+0.93-0.862$$
$$=0.988$$

$$(2)P(A\mid\overline{B})=\frac{P(A\overline{B})}{P(\overline{B})}=\frac{P(A\overline{B})}{1-P(B)}=\frac{0.058}{1-0.93}\approx 0.829$$

---

21. 10个考签中有4个难签，3人参加抽签考试，不重复地抽取，每人一次，甲先，乙次，丙最后，证明3人抽到难签的概率相等。

证明　记事件 A、B、C 分别表示甲、乙、丙抽到难签。于是

$$P(A)=\frac{4}{10}=\frac{2}{5}$$

而事件　$B=AB+\overline{A}B$，由于$(AB)(\overline{A}B)=\varnothing$

所以　$P(B)=P(AB)+P(\overline{A}B)$

$$=P(A)P(B\mid A)+P(\overline{A})P(B\mid\overline{A})$$
$$=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}+\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}$$
$$=\frac{2}{5}$$

又因为 $C=ABC+\overline{A}BC+A\overline{B}C+\overline{A}\,\overline{B}C$，且 ABC、$\overline{A}BC$、$A\overline{B}C$、$\overline{A}\,\overline{B}C$ 两两互斥，所以

$$P(C)=P(ABC)+P(\overline{A}BC)+P(A\overline{B}C)+P(\overline{A}\,\overline{B}C)$$
$$=\frac{4}{10}\times\frac{3}{9}\times\frac{2}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{4}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{4}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{3}{8}+\frac{6}{10}\times\frac{5}{9}\times\frac{4}{8}$$
$$=\frac{2}{5}$$

显然 $P(A)=P(B)=P(C)$，说明3人抽到难签的概率相等。

类似地可以证明，如果有10个人参加抽签，则10个人抽到难签的概率仍然相等。

---

22. 用3个机床加工同一种零件，零件由各机床加工的概率分别为0.5、0.3、0.2，各机床加工的零件为合格品的概率分别等于0.94、0.9、0.95，求

全部产品中的合格率。

解 设事件 A、B、C 分别表示三个机床加工的产品，事件 E 表示合格品。依题意，$P(A)=0.5$，$P(B)=0.3$，$P(C)=0.2$，$P(E\mid A)=0.94$，$P(E\mid B)=0.9$，$P(E\mid C)=0.95$，由全概率公式

$$\begin{aligned}P(E) &= P(A)P(E\mid A)+P(B)P(E\mid B)+P(C)P(E\mid C)\\ &= 0.5\times 0.94+0.3\times 0.9+0.2\times 0.95\\ &= 0.93\end{aligned}$$

---

23. 12个乒乓球中有9个新的，3个旧的，第一次比赛取出了3个，用完后放回去，第二次比赛又取出3个，求第二次取到的3个球中有2个新球的概率。

解 记 A_i 为第一次取出的3个球中有 i 个新球（$i=0,1,2,3$），B 为第二次取到的3个球中有2个新球，则

$$P(A_0)=\frac{C_3^3}{C_{12}^3}=\frac{1}{220},\qquad P(B\mid A_0)=\frac{C_9^2C_3^1}{C_{12}^3}=\frac{27}{55}$$

$$P(A_1)=\frac{C_9^1C_3^2}{C_{12}^3}=\frac{27}{220},\quad P(B\mid A_1)=\frac{C_8^2C_4^1}{C_{12}^3}=\frac{28}{55}$$

$$P(A_2)=\frac{C_9^2C_3^1}{C_{12}^3}=\frac{108}{220},\quad P(B\mid A_2)=\frac{C_7^2C_5^1}{C_{12}^3}=\frac{21}{44}$$

$$P(A_3)=\frac{C_9^3}{C_{12}^3}=\frac{84}{220},\quad P(B\mid A_3)=\frac{C_6^2C_6^1}{C_{12}^3}=\frac{18}{44}$$

由全概率公式

$$\begin{aligned}P(B) &= \sum_{i=0}^{3}P(A_i)P(B\mid A_i)\\ &= \frac{1}{220}\times\frac{27}{55}+\frac{27}{220}\times\frac{28}{55}+\frac{108}{220}\times\frac{21}{44}+\frac{84}{220}\times\frac{18}{44}\\ &\approx 0.455\end{aligned}$$

---

24. 某商店收进甲厂生产的产品30箱，乙厂生产的同种产品20箱，甲厂每箱装100个，废品率为0.06，乙厂每箱装120个，废品率为0.05，求：

(1) 任取一箱，从中任取一个为废品的概率；

(2) 若将所有产品开箱混放，求任取一个为废品的概率。