



# 逻辑基础

LOGIC

(修订版)

王路 © 著



人民教育出版社

# 逻辑基础

(修订版)

王路◎著



人民大学出版社

责任编辑:夏 青

图书在版编目(CIP)数据

逻辑基础(修订版)/王路 著. -北京:人民出版社,2013.8

ISBN 978-7-01-012321-9

I. ①逻… II. ①王… III. ①逻辑-高等学校-教材 IV. ①B81

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 157971 号

逻辑基础(修订版)

LUOJI JICHU

王 路 著

人民出版社 出版发行  
(100706 北京市东城区隆福寺街 99 号)

北京龙之冉印务有限公司印刷 新华书店经销

2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月北京第 1 次印刷

开本:710 毫米×1000 毫米 1/16 印张:19.25

字数:310 千字 印数:0,001-3,000 册

ISBN 978-7-01-012321-9 定价:42.00 元

邮购地址 100706 北京市东城区隆福寺街 99 号  
人民东方图书销售中心 电话 (010)65250042 65289539

版权所有·侵权必究

凡购买本社图书,如有印制质量问题,我社负责调换。

服务电话:(010)65250042

# 序

学习逻辑可以有許多目的。比如,学会自己如何构造推理的证明,学会如何判定别人的推理是不是有效,学会如何能够养成正确思维的习惯,学会如何能够清晰准确地使用语言,等等。如果愿意,这样的目的也许还可以列出許多。不过,目的再多,大致也可以分为两类:一类是通过学习逻辑,掌握一些专门的技术和方法,从而使我们能够应用这些技术和方法解决一些具体的问题;另一类是通过学习逻辑,培养一种逻辑的眼界和意识,从而使这种眼界和意识成为我们知识结构中的构成要素,在我们的生活和工作中潜移默化地起作用。因此,从逻辑教学的角度出发,首先要考虑的就是这两类目的。

教授逻辑除了有以上两种目的以外,还有一个目的,这就是告诉学生一些有关逻辑的知识。这些知识包括逻辑的历史发展、一些主要的逻辑学家等等。因为逻辑既是一门古老的学科,又有现代崭新的发展。特别是,它伴随着哲学一起发展,并影响到哲学以及与哲学相关的一些学科,因此它与哲学和其他学科有密切的关系。一些著名的逻辑学家也是著名的哲学家,逻辑的一些著名的例子也是哲学史上非常出名的例子,逻辑的一些基本概念也成为哲学的基本概念。了解这些知识,不仅有助于学生更好地学习逻辑本身,而且有助于他们更深入地理解逻辑,从而提高他们进一步学习逻辑的兴趣,并提高他们学习哲学及其相关学科的兴趣。

就这三个目的而言,最重要的是逻辑的观念。因为逻辑的技术方法、逻辑的眼界和意识都是围绕着逻辑的观念展开的。因此,本书主要是围绕以上三个目的,而最突出强调的是逻辑的观念。

本书在写作之前参考了国内外许多教材,与国内外许多同行进行过讨论,最后决定把读者对象定为大学文科学生,并同时兼顾自学者,尤其是没有理工科背景的读者。因此本书在使用上要达到两个目的:一是搞好课堂教学,使之

好教、好学、好用；二是便于自学，使之好读、好理解、好掌握。为此，本书采取了以下一些做法：

第一，为了使逻辑的学习生动直观，本书给出了大量实例。而且，考虑到文科学生的特点，本书很少从数学挑选例子，这些例子差不多都来自日常表达。因此对本书的例子，读者不会由于背景的差异而感到难于理解。

第二，本书比较有意识地注意说明和讲解从日常表达向形式语言的转换，尤其是对于像量词和复杂量词这样的情况，本书的讲解采取循序渐进的方法，因而有助于读者理解和学习这种方法，并由此更好地理解量词。

第三，本书不仅给出许多推理的证明，而且自始至终注意详细讲解说明稍微复杂一些的推理证明的思路，从而使读者不仅能够理解这些证明，而且能够学会和建立这样的证明思路和方法。

第四，本书以一阶逻辑为基础，用非形式化的方式讲述一阶逻辑的内容。这样的讲解是非形式化的，省略了许多技术层面上的要求和困难，极大地简化了一阶逻辑的复杂程度，从而有助于读者的理解。但是这样的讲解又是技术性的，因而可以使读者掌握一阶逻辑一些主要的技术。

第五，本书在每一节后，根据技术性和知识性的不同要求，给出思考题和习题，并在书后给出习题参考答案。这样，读者不仅可以自己做习题，而且还可以参考后面的答案。

第六，本书在附录中分类给出书中各章所讲的逻辑规则，以便读者随时查阅。

逻辑需要反复学习，做习题是必需的功课，因此需要花比较多的时间。对于自学者来说，这里可以有三点提示：其一，书中给出了许多推理规则，但是一些推理规则的有效性是在习题中证明的。其二，一些三段论式的有效性证明是在习题中给出的，从中可以体会传统逻辑和现代逻辑的差异。其三，有许多习题是逻辑定理，它们反映出通常所说的规律。因此，读者即使认真把习题参考答案看一遍，也是会有收获的，但是肯定不如自己经过努力把习题做一遍所获得的收获大。建议读者先不要看题解，实在做不出来了，再看不迟。

在给清华大学人文学院本科生开的必修课“逻辑学”上，我以本书内容为教材，讲解第一章到第五章。其中，第一章和第五章各讲一次，我把它们当作知识性的内容加以介绍，没有技术性的要求。而第二、三、四章是教学重点，是

技术性的,因而不仅有相应的要求,也是考试的范围。

中国社会科学院哲学研究所张清宇研究员和北京大学哲学系周北海教授阅读了书稿,并提出许多宝贵意见。在此,我向两位学兄表示深深的谢意!

北京大学哲学系刘壮虎教授、北京师范大学哲学系刘晓力教授、中山大学哲学系李小五教授、人民大学哲学系陈慕泽教授对本书的构思和设计提出了很好的建议。在此,我向以上诸位好友表示衷心的感谢!

二十多年来,与逻辑学界和哲学界的许多同事和朋友有许多交流。这些交流对本书的写作也起到了潜移默化的积极作用。在此,我对广大同事和朋友表示衷心的感谢!希望大家对本书能够提出宝贵的意见和批评,以便使它不断修改和完善!

中国社会科学院哲学研究所诸葛殷同、张家龙和张尚水研究员是我的逻辑老师。我的一阶逻辑和集合论知识最初就是跟他们学习的。如今我也开始给学生讲逻辑了。饮水思源,我对几位启蒙老师表示衷心的感谢!

最后,我还要衷心地感谢北京书生公司!多年来它一直资助我的学术研究,没有任何要求,不求任何回报。

感谢人民出版社所有为本书出版付出辛劳的同志!

**王 路**

2004年3月

## 再 版 序

在研究逻辑和哲学的过程中,有时我会谈到逻辑的观念。在从事逻辑教学的过程中,时时我在印证逻辑的观念。长此以往,对逻辑教学也就有了一些新的认识。

首先,有什么样的逻辑观,就会教什么样的逻辑。究竟是应该教传统逻辑还是教现代逻辑,光靠讨论和宣传其实是没有什么用的,就像一个不懂逻辑的人,无论如何也是不会教逻辑的。其次,逻辑是基础学科,最好不要轻言“改革”。“非形式逻辑”和“批判性思维”如今比较时髦,但都是不得逻辑要领的东西,最好不要把它们当作逻辑来教,以它们来谈论逻辑教学改革更是万万使不得。还有,逻辑教学的讨论是没有什么学术含量的事情,意思不大。逻辑是什么就是什么,该教什么就教什么。这不是靠讨论和宣传来认识的,而是取决于对逻辑的学习、认识和把握。

当然,逻辑教学与逻辑本身确实有一些区别,主要在于它涉及教学实践。逻辑教学会面对各种各样的学生,实际上会有一个如何把逻辑教给学生的问题。在逻辑教学中,我的体会是,我们把一阶逻辑的主要内容作为一个知识整体完整的教给学生,同时在教学过程中使学生建立起逻辑的观念,掌握逻辑的技术方法,从而搭建起与逻辑相关的知识结构,形成解决相关专业问题的一些能力。我相信,逻辑教学搞得不好,学生是会对逻辑感兴趣的,也是能够学会逻辑的。

《逻辑基础》一书是专门为清华大学人文学院本科生写的教材,已用10年。此次再版,主要有几项修改:一是对原有内容做了删减,二是对一些例子做了替换,三是做了一些技术性的修正。这样做,依然是坚持原书的两个目的,“一是搞好课堂教学,使之好教、好学、好用;二是便于自学,使之好读、好理解、好掌握”。

## 逻辑基础

应该提到的是,这次修正的一些问题是清华学生在课上提出来的。他们学习逻辑的热情和认真态度令我感到欣慰。这里我对他们表示衷心的感谢!

感谢清华大学人文学院哲学系!此次修订教材获得它的资助!

衷心感谢人民出版社的夏青编辑!感谢人民出版社所有为本书出版付出辛劳的同志!

**作 者**

2013年3月



# 目 录

序	1
再版序	1
<b>第一章 绪论</b>	<b>1</b>
1.1 逻辑简史	1
1.2 逻辑的性质	3
1.3 形式逻辑	4
1.4 逻辑、语言与思维	6
思考题	7
<b>第二章 命题逻辑</b>	<b>8</b>
2.1 命题联结词与命题形式	8
2.2 真值形式:否定词、合取词、析取词	12
2.3 真值形式:蕴涵词、等值词	16
2.4 括号与主联结词	19
2.5 重言式与有效性	22
2.6 真值表法	25
2.7 简化真值表法	30
2.8 真值树法	36
2.9 命题推理的证明规则	42
2.10 等值规则	50
2.11 条件证明	59
2.12 间接证明	62
2.13 重言式的形式证明	68

2.14 命题逻辑推理规则的运用 .....	71
习题 .....	77
<b>第三章 词项逻辑</b> .....	<b>91</b>
3.1 直言命题及其形式 .....	91
3.2 类与存在假定 .....	96
3.3 对当方阵的语义解释 .....	98
3.4 对当方阵推理 .....	101
3.5 换质位推理 .....	103
3.6 三段论的格与式 .....	108
3.7 三段论的有效性 .....	111
3.8 三段论的规则与运用 .....	118
习题 .....	125
<b>第四章 谓词逻辑</b> .....	<b>131</b>
4.1 个体词与谓词 .....	132
4.2 量词 .....	136
4.3 关系命题 .....	141
4.4 多个量词 .....	144
4.5 量词的否定 .....	148
4.6 真、可满足与有效性 .....	152
4.7 树形判定法 .....	154
4.8 形式证明 .....	161
4.9 条件证明 .....	170
4.10 间接证明 .....	174
4.11 谓词逻辑的运用 .....	176
习题 .....	181
<b>第五章 一阶逻辑</b> .....	<b>186</b>
5.1 命题逻辑的句法和语义 .....	187
5.2 命题逻辑的公理系统 .....	189
5.3 元定理 .....	190
5.4 谓词逻辑的句法和语义 .....	192
5.5 谓词逻辑的公理系统 .....	195

5.6 一阶逻辑的方法 .....	197
附录一 逻辑规则与方法 .....	201
1 命题逻辑规则与方法 .....	201
2 谓词逻辑规则与方法 .....	203
3 词项逻辑规则与方法 .....	205
附录二 习题参考答案 .....	208
主要参考文献 .....	292
索 引 .....	294

# 第一章 绪 论

## 1.1 逻辑简史

逻辑是一门古老的学科,诞生于古希腊。它的创始人是古希腊著名的逻辑学家亚里士多德(公元前 384—前 321 年)。亚里士多德没有使用过“逻辑”这个名字,但是他有一段说明十分出名:

一个推理是一个论证,在这个论证中,有些东西被规定下来,由此必然地得出一些与此不同的东西。

这段话说明了三种成分,一种是“被规定下来”的东西(A),一种是“得出”来的东西(B),还有一种是这二者之间的关系:“必然地得出”(⊢)。这三种成分一起表现出如下一种最简单的推理结构:

A ⊢ B

这里,“A”是前提,“B”是结论,“⊢”是前提与结论的关系。这可以说是历史上最初的对逻辑的定义或说明。它表明,逻辑是研究推理的。其中,最重要的是“必然地得出”。它说明了前提和结论之间的关系的性质。围绕这样的性质,亚里士多德建立了著名的三段论,由此创建了逻辑这门学科。

凡人皆有死,  
苏格拉底是人,  
所以,苏格拉底有死。

这不是亚里士多德使用的例子,但却是历史上最出名的一个说明三段论的例子。前两句话是前提,最后一句话是结论。亚里士多德没有明确说明什么叫做“必然地得出”,但是他明确提出了三段论的格式(见本书第三章),从而使人们可以明白,只要符合这样的格式,也就是说,只要符合一系列规则,那么从真的前提一定可以得出真的结论。

后人把亚里士多德的相关论述编辑成书,取名《工具论》,这也是留传至今的第一部逻辑著作。《工具论》共六篇著作:《范畴篇》、《解释篇》、《前分析篇》、《后分析篇》、《论辩篇》、《辨谬篇》。其中《前分析篇》专门讲述了三段论,是亚里士多德最重要的逻辑著作。

在历史上,以三段论为核心的亚里士多德逻辑一直是人们学习和研究的对象,得到人们的高度重视。中世纪甚至把逻辑和语法、修辞并称为“三艺”,列为进入神学院必须学习的基础课。这样的逻辑内容,习惯上被称为“传统逻辑”。

与传统逻辑相区别的是现代逻辑,其思想可以追溯到德国著名的哲学家莱布尼兹(1646—1716年)。他认为,我们可以建立一种普遍的、没有歧义的语言,通过这种语言,就可以把推理转变为演算。一旦发生争论,我们只要坐下来,拿出纸和笔算一算就行了。这里,他实际上提出了现代逻辑的两个基本思想:即构造形式语言和建立演算。但是他没有实现这两个思想。

1879年,德国著名的逻辑学家弗雷格(1848—1925年)发表了名著《概念文字——一种模仿算术语言构造的纯思维的形式语言》。在这本书中,弗雷格引入数学方法,成功地构造了一种形式语言,并且用这种语言建立了一个一阶谓词演算系统。由于这个逻辑系统包含了现代逻辑的所有基本要素,因此它标志着现代逻辑的诞生,弗雷格也被称为现代逻辑的创始人。

20世纪是现代逻辑发展的重要年代。1910—1913年,英国著名哲学家罗素(1872—1970年)和怀特海(1861—1947年)发表了《数学原理》。这部三卷本的逻辑著作改进了弗雷格的表述方式,发展和完善了一阶逻辑的演算系统,对后来逻辑的发展产生了极其重大的影响,被称为20世纪逻辑的“圣经”。

经过一百多年的发展,现代逻辑已经成为一门独立的学科,并且成为人们十分重视的基础学科。现代逻辑的核心内容是一阶逻辑,主要包括命题演算和谓词演算两部分(见本书第五章),这也是现代逻辑最成熟的部分。在此基础上,它分别向与数学、哲学相关的方面发展,形成了数理逻辑、哲学逻辑等内容丰富的逻辑系统群,产生了许多重要的成果。近几十年来,它在与语言学、计算机等领域的结合方面也有很大发展,得到了广泛的应用。因此作为一门独立的科学,逻辑的研究正在不断深入持续地发展。同时,作为一门基础学

科,逻辑也得到越来越普遍的重视。

## 1.2 逻辑的性质

人们一般认为,逻辑是研究推理的,或者比较严格地说,逻辑是研究推理的有效性的,或逻辑是研究有效推理的。仅说研究推理,符合亚里士多德的直观描述,但是没有表达他所说的“必然地得出”。因此,“推理的有效性”也可以看做是“必然地得出”的另一种表达。这样,理解逻辑的性质,最重要的就是理解推理的有效性。

从亚里士多德的观点出发,所谓“必然地得出”,是指符合三段论的条件,那么从真的前提一定得出真的结论。也就是说,符合一系列推理规则,从真的前提不可能得出假的结论。因此研究推理就涉及前提和结论、真和假等概念。既然“推理的有效性”是“必然地得出”的另一种表达,因此它不仅与推理的一系列规则相关,而且也与前提、结论和真假相关。这就需要我们结合这几个概念来理解有效性概念:

**如果一个推理是有效的,那么结论是从前提必然得出来的,或者说,前提若是真的,结论就一定真的,即不能是假的。**

这里有两点需要注意:一点是有效性与真假的性质。有效性是推理的性质,而真假是对于前提和结论而言的。因此,有效性与真假是不同的。另一点是有效性与真假的关系。这里不是说如果前提和结论都是真的,推理一定是有效的,而是说在推理有效的前提下,可以保证从真前提一定得出真结论。换句话说,推理的有效性不是由前提和结论的真假决定的;推理的有效性也不任意地保证前提和结论的真假。我们看下面两个推理:

(1)如果姚明是诗人,那么他是文学家。

姚明不是诗人,

所以,他不是文学家。

(2)如果鲁迅是诗人,那么他是文学家。

鲁迅不是诗人,

所以,他不是文学家。

这两个推理的形式完全一样。但是它们的区别是显然的。(1)的前提和

结论都是真的,而(2)的前提是真的,结论却是假的。同样形式的推理,既可以得出真的结论,也可以得出假的结论,显然不是有效的。由此也可以看出,即使前提和结论都是真的,推理也不一定是有效的。这就说明,推理的有效性不是由前提和结论的真假决定的。

我们再看下面的推理:

(3)所有老师都是哲学家,  
所有同学都是老师,  
所以,所有同学都是哲学家。

这是一个有效推理。但是很明显,它的前提和结论都是假的。如果我们把这两个前提替换一下,就得到如下推理:

(4)所有人都是会思考问题的,  
所有同学都是人,  
所以,所有同学都是会思考问题的。

这个推理的前提和结论都是真的。最重要的是,我们对这个推理的前提进行任意替换,替换的结果可能各种各样,但是有一点不变:由于这个推理的形式是有效的,因此,只要前提是真的,结论就一定是真的。这就说明,正像前提和结论的真并不保证推理一定是有效的一样,前提和结论的假也不妨碍推理可以是有效的。

通过以上四个例子,我们可以更加清楚地看出,推理的有效性是一回事,推理中前提和结论的真假是另一回事。有效性说的是推理的性质,它的主要特征是只保证从真的前提得到真的结论。

### 1.3 形式逻辑

逻辑研究推理的有效性,实际上是研究推理的一些基本规律。在以上对有效性的说明中,常常提到推理的形式。实际上,推理的有效性是通过推理的形式体现出来的。因此,逻辑研究推理的有效性,主要是研究推理的形式,通过对推理形式的研究,揭示出推理的有效性。因此,逻辑一般也叫形式逻辑。

从上面(1)和(2)可以看出,它们是一类相同形式的推理。在这些推理中,有些成分是不变的,比如“如果,那么”、“所以”,其他成分是变化的,如“姚

明是诗人”、“姚明是文学家”，等等。这些变化的成分是命题(句子)。我们可以用小写字母  $p$ 、 $q$  等替代它们，而把不变的成分保留下来，就得到如下推理形式：

- (5) 如果  $p$ ，那么  $q$ ，  
并非  $p$ ，  
所以并非  $q$ 。

这是以上(1)和(2)的推理形式，只不过这是一个无效的推理形式。我们把它稍微改变一下，就得到一个有效的推理形式：

- (6) 如果  $p$ ，那么  $q$ ，  
 $p$ ，  
所以  $q$ 。

从(3)和(4)可以看出，它们也是一类相同形式的推理。在这些推理中，不变的成分是“所有”、“是”、“所以”，而“老师”、“哲学家”、“同学”等等是变化的。这些变化的成分是概念(词)。我们可以用大写字母  $S$ 、 $P$ 、 $M$  等替代它们，而把不变的成分保留下来，就得到以下推理形式：

- (7) 所有  $M$  是  $P$ ，  
所有  $S$  是  $M$ ，  
所以，所有  $S$  是  $P$ 。

这是一个有效的推理形式。

从(6)和(7)可以看出，推理形式是对具体推理内容的一种抽象。所以通俗地说，逻辑只考虑形式，不考虑内容。但是必须看到，这些形式的建立依赖于我们所说的句子中不变的成分，如“如果，那么”、“并非”、“所有”等等。这些成分可以简称为逻辑常项。因此，所谓逻辑考虑形式，实际上主要是指考虑这些逻辑常项的性质以及它们相互之间的关系。

从(6)和(7)还可以看出，它们是两类不同的推理形式，因为其中所含变化的成分是不同的。这些成分可以简称为变元。(6)表明，这一类推理形式以命题为变元，而(7)表明，这一类推理形式以概念为变元。从逻辑的角度说，它们的区别在于逻辑常项的不同。(6)中没有“所有”，而(7)中含有“所有”这个表示量的常项。因此，不同种类的逻辑常项反映出不同的推理形式，所以围绕不同种类逻辑常项的研究，就形成不同种类的逻辑。一般来说，围绕



(6)这类推理形式形成的逻辑叫命题逻辑,围绕(7)这类推理形式形成的逻辑叫词项逻辑或谓词逻辑。命题逻辑和谓词逻辑一起构成现代逻辑的核心部分,同属一阶逻辑。亚里士多德的三段论以及一些相关理论属于词项逻辑,是传统逻辑的核心。本书主要讲的就是这些内容。

## 1.4 逻辑、语言与思维

人们认识世界主要通过两种方式,一种是亲知,即通过自己的感官来感觉和体验,另一种是推知,即从已经获得的知识来推论一些知识。因此,推理在人们的认识活动中起着十分重要的作用。

人们在交际中往往要阐述自己的观点和看法,试图反驳和说服别人,因此常常会发生争论。无论是阐述自己的观点和看法,还是反驳和说服别人,论证总是少不了的。论证也是一种从前提到结论的过程,因此与推理非常近似,至少包含着推论。因此,推理在人们的交际过程中起着十分重要的作用。

既然推理对于人们的认识和交际活动如此重要,而逻辑又是研究推理的,因此逻辑与人们的认识活动,与人们的交际活动有密切的关系。因此,学习逻辑和研究逻辑对我们是十分有益的。举一个例子:

已知隔壁一间屋子里有三个人。

甲说:屋里所有人都是老师。

乙说:屋里有一个人是老师。

现在问:甲乙谁说得对?

回答这个问题至少可以有两个办法。一个办法是请屋里的三个人出示工作证,看他们是不是清华大学某个系的,比如哲学系。这不是逻辑的办法。从逻辑的角度出发,我们可以说:

设屋里的三个人为A、B、C。

甲说的是对的,当且仅当A是教师,B是教师,并且C是教师。

乙说的是对的,只要A是教师,B是教师,或者C是教师。

这样的回答给出了甲和乙的话的真之条件。值得注意的是,它是以一种推理的方式给出的。

认识活动是由语言表述的,因此语言是人类交际的重要工具。语言学家