中小学教师参考丛书

# 怎样教与学平面几何

第一册

光明日报出版社

中小学教师参考丛书

# 怎样教与学平面几何

（第一册）

主编：常克峰　贾士代
编者：李延龄　逯福堂　司马仲杰　贾光乾
黄绪焕　陈昌新　马法仁　闻传俭
孙天胜　于士宽　许占京　樊建义
审订：翟连林



光明日报出版社

怎样教与学平面几何

（第一册）

主编　常克峰　贾士代

光明日报出版社出版发行

（北京永安路106号）

新华书店北京发行所经销

保定市满城太行印刷厂印刷

开本：787×1092　1/32　印张 10.75　字数229千字

1991年2月第一版　　1991年2月第一次印刷

书号：ISBN7—80014—917—1/G·330

印数：7310册　定价：4.50元

# 丛书出版说明

实现我国四个现代化的重要因素是人的素质，提高人的素质的关键是教育，提高教育质量的关键是教师。为了帮助教师备好课，提高教学质量，我们组织全国有丰富教学经验的特级教师、高级教师和教研员，编写出版了这套“中小学教师参考丛书”。

这套丛书主要内容是：交流教学经验、教学资料和教学科研成果。

由于我们的水平有限，欢迎广大教师提出宝贵意见。

“中小学教师参考丛书”编委会

1991、1.

# 前言

“几何难教”、“几何难学”这是教师和学生的一致反映。为了帮助教师备好课、突破这个难点，使学生学好几何，我们总结多年讲授几何的教学经验，集中集体智慧编成此书。

本书在编写时，重点突出“方法”二字，力图把概念的理解、知识的运用、复习总结、研究探索等各种方法熔为一炉。

该书是按照教材顺序进行编写的，每章教材讲完后，增加一个新单元“复习与小结”。每单元配有甲、乙两组练习题，甲组题是标准化习题（填空题、判断题、选择题），乙组题是本章的综合练习题。在“复习与小结”中，着重讲述本章的知识结构、复习方法和课本中部分习题的思路点拨。每章最后附有一套自测题。练习题和自测题均给出答案或提示。

本书题型齐全，分析详尽，解答完整，方法得当。是初中数学教师进行教学和教改的得力助手，也是在职职工、自学青年学好几何的好的参考书。

在本书编写过程中得到走丰王、肖色令同志的大力支持与帮助，他们对全书进行了认真地核算。此外，常波、于志伟、许丽军三同志帮助校对，在此一并致谢！

编者

1991年1月

# 目　　录

## 第四章 四边形



## 第五章 面积、勾股定理

# 第一章 基本概念

## 一、直线、射线、线段

### 1. 直线

直线是一个不加定义的原始概念，它的本质属性是“直的”和“向两方无限延伸着的.”直线既没有粗细之分，也不能度量长度，我们只要抓住这几点，就不难理解直线的意义。我们知道，直线是点的集合，但由两点就可以确定一条直线，即：经过两点有一条直线，并且只有一条直线．也可以简单地说成：两点确定一条直线．这就是直线的基本性质（公理），根据直线的这个基本性质还可以推出直线的另一个性质：

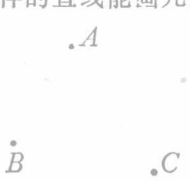
两直线相交，只有一个交点．

过已知点$A$、$B$作一条直线的叙述方法是：“过A、B两点作直线$AB$。”

**例1** 设$A$、$B$、$C$是不在同一直线上的三个点．

（1） 经过每两个点画一条直线，这样的直线能画几条？画法怎样叙述？

（2） 说出其中一点和另外两点所在直线的位置关系．



**解**：如图1—1

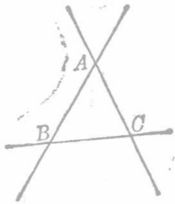


图 1—1

(1) 经过每两点画一条直线，只能画三条．这三条直线分别是：直线$AB$、$BC$、$CA$．

画法应叙述为：过$A$、$B$两点作直线$AB$；过$B$、$C$两点作直线$BC$；过$C$、$A$两点作直线$CA$．

(2) 点$A$在直线$BC$外；点$B$在直线$CA$外；点$C$在直线$AB$外。

**例2** 试说明：为什么“两条直线相交，只有一个交点”？

**分析**：我们如果能说明“两条直线相交，只有一个交点”的反面与直线的公理相矛盾，就可以肯定“两直线相交，只有一个交点”是正确的．

**解**：如图1—2，假设直线$a$、$b$相交于两点$O$和$A$（这是只有一个交点的反面），则经过点$O$和$A$就有两条直线$a$和$b$，这与“经过两点，只有一条直线”相矛盾，所以假设“两直线相交，有两个交点”是错误的．

图 1—2

故，两条直线相交，只有一个交点．

## 2．射线、线段

直线上的一点把直线分成两部分，这一点和它一旁的部分就叫做射线，这个点叫做射线的端点．显然，射线有始点而没有终点．因此，射线不能度量长度．

射线只能用两个大写字母来表示，并且表示端点的字母写在前面。

直线上任意两点间的部分叫做线段，这两点叫做线段的端点。显然，线段有确定的长度。

线段既可以用表示它的两个端点的两个大写字母来表示，也可以用一个小写字母来表示。

作射线$AB$，其作法叙述为：“以$A$为端点，作射线$AB$”或“过$A$点作射线$AB$。”

作线段$AB$，叙述为：“连结$AB$”或“连结$BA$。”

**例1** 已知$A$、$B$、$C$是直线$DE$上三点（图1—3）．问：

（1） 图中共有多少条不同的线段和射线？

（2） 把相同的射线写出来。

**解**：（1）易找出：

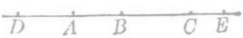


图 1—3

不同的线段有：线段$AB$、线段$BC$、线段$CA$共3条。

不同的射线有：射线$AD$、射线$AE$、射线$BD$、射线$BE$、射线$CD$、射线$CE$共6条。

（2）相同的射线有：射线$AB$、$AC$与$AE$；射线$BA$与$BD$；射线$BC$与$BE$；射线$CB$、$CA$与$CD$；共有四组。

**例2** 试问直线、射线、线段之间有什么联系与区别？

**解**：直线、射线、线段之间的联系是：一方面，射线和线段都是直线上的一部分，即，在直线上取一点就可以得到两条射线，在直线或射线上取两点又可以得到线段。另一方面，射线向相反方向延长就得到直线，线段向一方延长就得到射线，如果向两个方向都延长就得到直线。

它们的主要区别在于：

(1) 从端点上来说，直线没有端点，射线有一个端点，线段有两个端点；

(2) 从长度上来说，线段有确定的长度可以度量，而直线和射线却不能。

(3) 从表示方法上说，直线、线段可用两个大写字母（线段用端点字母）来表示，也可以用一个小写字母表示。而射线只能用两个大写字母（端点字母在前）来表示。

### 3. 线段的比较和度量

从前面的叙述我们知道，线段既然有确定的长度，那么就可以比较两条线段的大小（长短），同时也能具体地度量出线段的长度。

比较两条线段的大小，常采用下面两种方法：

(1) 叠合法

几何图形有这样一条性质：移动一个图形不改变它的形状和大小。例如，要比较线段$AB$和$CD$的大小，就可以把线段$AB$(或$CD$)移动到线段$CD$(或$AB$)上，使点$A$和点$C$重合，再由点$B$与$CD$的位置关系来确定线段$AB$与$CD$的大小。这种方法就叫做“叠合法。”

(2) 度量法

用刻度尺分别量出两条线段的长度，再由两个长度值的大小确定线段的大小。这种方法也可称作“代数法。”

### 4. 线段公理

在所有连结两点的线中，线段最短。这就是线段公理。

**例** 下列说法是否正确？为什么？

（1） 直线是射线的2倍。

（2） 线段就是两点间的距离。

**解**：（1） 直线和射线均无长度可言，也就不存在倍数关系。所以这种说法是错误的。

（2） 距离是一个度量概念，指的是长度。而线段是一种图形，因此不能说线段就是距离。正确的说法应该是：两点间的距离就是连结这两点的线段的长度。

### 5．线段的和、差与画法

两条线段也象两个数一样，可以进行加、减，得出新线段。线段的和与差的画法，是今后学习其它作图的基础，而作法的叙述是一个难点。从现在起，就要严格训练自己使用几何作图语言，并逐步使语言规范化。

在写画法时，常用到下面几种说法："在直线（或射线、线段）上任意取一点，""从×点起，截取线段××=××"或"依次截取，""连结××""延长××""反向延长××""延长××到××，使××=××"等。在画法最后，必须写上"××就是所求作的线段。"

**例1** 已知线段$a$、$b$（$a>b$），用直尺和圆规画出一条线段，使它等于$2a-b$。

**画法一**：（1） 画直线$AB$（图1—4甲）。

（2） 在直线$AB$上任意取一点$C$，截取$CD=DE=a$。

（3）在线段$CE$上截取$EF=b$。

线段$CF$就是所求作的线段。

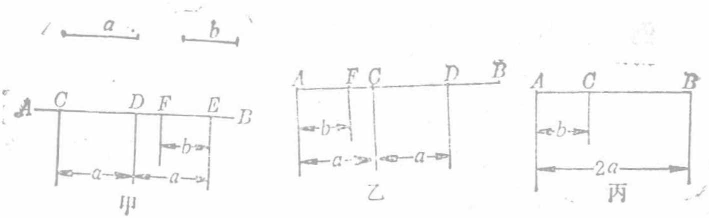



图 1—4

**画法二**：(1)画射线$AB$（图1—4乙）。

(2) 在射线$AB$上顺次截取$AC=CD=a$。

(3) 在线段$AD$上截取$AF=b$。

线段$FD$就是所求作的线段。

**画法三**：(1) 画线段$AB=2a$。（图1—4丙）。

(2) 在线段$AB$上截取$AC=b$。

线段$CB$就是所求作的线段。

**例2** 若将线段$AB$延长到$C$，则有$AC:BC=4:1$，若点$D$又分$AB$为$3:1$两段，$BD=3\text{cm}$。求$AC$的长。

**解**：如图1—5，设$BC=x$。

$\because\ AD:DB=3:1$，

$DB=3\text{cm}$，

$\therefore AD=3DB=3\times3\text{cm}=9\text{cm}$。


图 1—5

又$\because\ AC:BC=4:1$，

$\therefore\ (9+3+x):x=4:1$。

从而$x=4\text{cm}$，$\therefore AC=12\text{cm}+4\text{cm}=16\text{cm}$。

**答**：$AC$的长是16cm。

解这类有关线段的计算题可按以下步骤进行：(1) 审

猜题意，分清已知条件和所求的内容；（2） 依题中已知条件画线段和有关的点，标明字母。如果不可能按题的实际长度画出线段时，可按一定比例画出；（3）根据题意和有关图形、定义或性质，列出算式（或方程），并进行计算；（4）写出答案。

## 练 习 题

### 甲 组

1. 填空题：

（1） 直线的基本性质是__________。

（2） 如果两条直线有两个交点，那么这两条直线________。

（3） 在图1—6中，$AB+AD$__$BD$，$AB$__$AD+DC+CB$（填“>”或“<”）。

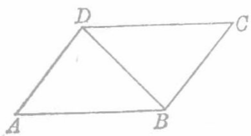



图 1—6


图 1—7

（4） 如图1—7，已知点$C$、$D$是射线$AB$上两点，则以A、C、D为端点的线段有__条，射线有__条。

（5） 依图1—8填空．已知线段$a$、$b$、$c$（$a>b>c$）．求作一条线段使它等于$2a-b+c$。

画法：（i） 作直线$l$；

（ii） 在直线__上取一点$A$；

（iii） 在直线$l$上从点$A$向

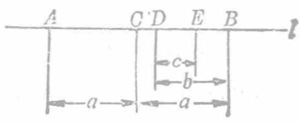



图 1—8

一方顺次截取$AC = CB =$ __ ___；

(iv) 在线段$BA$上截取$BD =$ __；

(v) 在线段$BD$上截取__ $= c$。

线段__就是所求作的线段。

2. 判断题：

(1) 过点$A$、$B$连结直线$AB$。（　）

(2) 已知线段$AB$和它上面的一点$C$，画线段$AC$的中点$D$、线段$BC$的中点$E$，那么$DE$等于$AB$的一半。（　）

(3) 延长射线$OA$到$B$点。（　）

(4) 因为直线上两点间的部分叫线段，所以说直线是线段的若干倍。（　）

(5) 射线$OA$的中点只有一个。（　）

3. 选择题（每小题后面都给出了代号为A、B、C、D的四个答案，其中只有一个是正确的，请把正确答案的代号填在题后的括号内）

(1) 如图1—9所示，直线$a$、$b$被直线$c$所截，三条直线把平面分成（　）部分。

(A)5；(B)6；(C)7；(D)8。

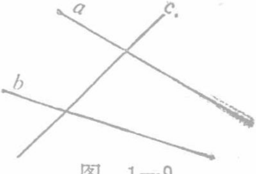


图 1—9

(2) 下列说法中，不正确的是（　）。

(A) 延长线段$AB$到$C$，使$BC = nAB$（其中$n>0$）；

(B) 线段$AB$只有一个中点$O$；

(C) 连结$AB$，使$AB = a$；

(D) 任意两点间的距离是正数。

(3) 已知线段$a$、$b$、$c$，则$a + b - c$（　）

(A) 一定能作出；　(B) 一定不能作出；

(C) 不一定能作出；　(D) 以上答案都不对.

(4) 如图1—10所示，$P$是线段$MN$的中点，$Q$是$PN$的中点. 则下列四式中正确的是(　).

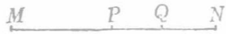



图 1—10

(A) $MP=\frac{1}{2}(MQ+QN)$；

(B) $PQ=\frac{1}{2}(QN-MQ)$；

(C) $MQ^2-QN^2=4MQ\cdot PQ$；

(D) $MQ^2+QN^2=4MQ\cdot PQ$.

(5) 若$AB=8$cm，$DB=3$cm，$D$在$A$、$B$之间，$C$为$AD$的中点，则$AC$的长为(　).

(A) 2.5cm；　(B) 3cm；

(C) 5cm；　(D) 不确定.

## 乙 组

1.已知线段$AB=9$cm，$C$为$AB$中点，$D$为$CB$中点，点$E$在$AC$上，且$CE=\frac{1}{3}AC$，画图并计算$DE$的长.

2.已知线段$a$、$b$，求作一条线段使它等于$\frac{1}{2}a+b$.

3.如图1—11，$AB=20$cm，$C$为$AB$的中点，$D$为$CB$上一点，$E$为$BD$的中点，$EB=3$cm. 求$CD$的长.


图 1—11

4.已知线段$CD$，延长$CD$到