



21世纪高职高专规划教材

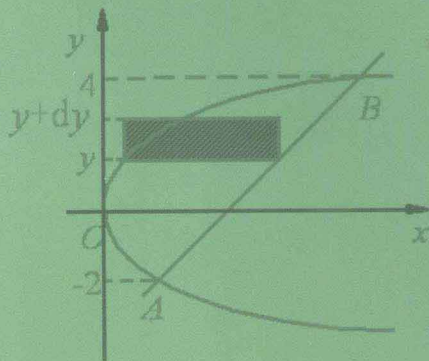
公共基础系列

数学立体化教程 总主编 谭杰锋

高等数学习题课教程

(第2版)

主 编	谭杰锋	高 温	
副主编	练 学	颜大宜	宋大谋
	张本荣	孟繁华	望清风



清华大学出版社
<http://www.tup.tsinghua.edu.cn>



北京交通大学出版社
<http://press.bjtu.edu.cn>

21 世纪高职高专规划教材·公共基础系列

数学立体化教程 总主编 谭杰锋

高等数学习题课教程

(第 2 版)

主 编	谭杰锋	高 温	
副主编	练 学	颜大宜	宋大谋
	张本荣	孟繁华	望清凤

清华大学出版社
北京交通大学出版社

• 北京 •

内 容 简 介

本书是 21 世纪高职高专规划教材中的数学立体化教程之一,既是数学立体化教程中的《高等数学》的同步教学辅导用书,又是一本能独立于高等数学教材的综合复习资料。

本书分为上、下篇,共 8 章。上篇包括:引论、函数极限与连续、导数及其应用、不定积分、定积分等内容。下篇包括:多元函数微分学、二重积分、微分方程初步、无穷级数等内容。每章分为内容要点、例题解析、综合练习、参考答案四个部分。

本书可作为高职高专院校的高等数学学习题课教材,供高职高专学生学习高等数学使用,也可作为专升本的考试指导参考书。

本书封面贴有清华大学出版社防伪标签,无标签者不得销售。

版权所有,侵权必究。侵权举报电话:010-62782989 13501256678 13801310933

图书在版编目(CIP)数据

高等数学学习题课教程/谭杰锋主编. —2 版. —北京:清华大学出版社;北京交通大学出版社,2012.12

(21 世纪高职高专规划教材·公共基础系列)

ISBN 978-7-5121-1223-0

I. ①高… II. ①谭… III. ①高等数学-高等职业教育-教学参考资料
IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 233405 号

责任编辑:黎 丹

出版发行:清华大学出版社 邮编:100084 电话:010-62776969

北京交通大学出版社 邮编:100044 电话:010-51686414

印刷者:北京瑞达方舟印务有限公司

经 销:全国新华书店

开 本:185×230 印张:14.25 字数:317 千字

版 次:2013 年 2 月第 2 版 2013 年 2 月第 1 次印刷

书 号:ISBN 978-7-5121-1223-0/O·113

印 数:1~3 000 册 定价:28.00 元

本书如有质量问题,请向北京交通大学出版社质监组反映。对您的意见和批评,我们表示欢迎和感谢。

投诉电话:010-51686043, 51686008; 传真:010-62225406; E-mail: press@bjtu. edu. cn。

总序

社会经济的不断发展,科学技术的不断进步,对社会职业的要求和分工也不断的变化,因而决定了人才类型和规格的需求,同时也决定了教育的类型与层次结构的需求。教育部《关于加强高职高专教育人才培养工作的意见》指出:“高职高专教育是我国高等教育的重要组成部分,培养拥护党的基本路线,适应生产、建设、管理、服务第一线需要的,德、智、体、美等方面全面发展的高等技术应用性专门人才。”“要将素质教育贯穿于高职高专教育人才培养工作的始终。”它为高等职业教育人才培养目标进行了准确定位,明确指出了高等职业教育的发展方向。

根据高职高专的培养目标和定位,与之相适应的教材应该具有多样性、应用性、实践性、区域性的高职特色;教学内容要突出基础理论知识的应用和实践能力培养,基础理论教学以必需、够用为度。作者长期工作在高职数学教学第一线,经常有学生问:“数学是什么?这些定理对我们高职学生的职业有什么作用?”细细想来,要回答出令学生信服的答案还真不容易,它实际上是高职高专数学教学改革的重大课题。从高职学生的职业定位和实际数学基础来看,高职数学教学的任务一是帮助学生掌握基本的数学基础知识,二是帮助学生在在学习过程中接受数学文化的熏陶,特别是数学思想方法的熏陶,逐渐培养学生的数学素质。也许若干年后,定义、定理遗忘了,但在学习中获得的思维方法和能力对他们的职业生涯是大有裨益的。认真总结多年来的教学实践,我们认为,高职高专数学的教学理念应该是打好数学基础,提高数学修养,加强数学应用,重视学习过程,发挥素质教育功能。使学生的抽象思维能力、逻辑推理能力和自学读书能力得以提高,逐步提高高职学生的科学修养和综合素质;逐渐培养学生科学的思维方法和创新思维能力;并通过揭示数学中的美、结合教学内容讲解数学文化,对学生进行德育、智育、美育以及良好心理素质的教育。

正是基于上述理念,我们借鉴了近几年我校数学教学改革的一些实践成果,组织具有丰富教学经验的第一线教师,编写了这套“21世纪高职高专规划教材——数学立体化教程”。本套教材包括《高等数学》、《数学》(五年制高职)、《应用数学基础》、《数学建模基础》、《数学试验基础》、《数学文化与欣赏——与高职学生谈数学》、《高等数学习题课教程》、《数学习题课教程》等。

这套教材突出高等职业教育的特点，充分吸取近年来高职学校在培养应用型人才和教学改革方面取得的成功经验，强调建立知识、能力、素质协调发展的新的教学体系和内容。在尽可能保持数学学科特点的基础上，对教学内容进行了精简、更新、重组，删去与高职层次不符的内容，淡化理论性和系统性，加强针对性和实用性，体现适应、实用、简明的要求，重视学生实践能力的培养，最大限度的贴近学生实际、教学实际，满足高职高专多层次、多形式教育的需要。

在引进数学研究、教学改革成果和科技发展成果的过程中，突出高职教育的实用性，是这套教材的另一特色。在当今信息时代，将数学知识与计算机应用结合起来解决实际问题，应该是高职高专学生不可或缺的基本技能。作为探索和尝试，我们在系列教程中编写了适应高职学生学习的《数学建模基础》、《数学试验基础》。从高职高专学生实际知识水平和能力出发，我们不追求高深的数学模型，只是希望通过这种先进的教学形式，让学生了解数学建模的知识，培养应用数学解决问题的意识，在学会发现问题、提出问题、寻求解决问题的方法的探究性学习中，给学生一些有益的帮助。同时，也可以满足高职高专学生参加大学生数学建模竞赛的培训教学需求。

高职高专数学立体化教材的编写，是高职高专数学教学改革中的探索，没有成熟的经验和方法可借鉴。欢迎广大读者给与批评和建议，便于我们在今后的修订中加以完善。

谭杰锋
2012 年 12 月

第 2 版前言

《高等数学习题课教程》是 21 世纪高职高专规划教材中的数学立体化教程之一，是《高等数学》教材的配套辅导参考书。

本教材自第一版发行以来，得到了广大读者的鼓励和肯定，已被多所高职高专院校选为数学基础课程的同步辅导教材，并及时反馈了宝贵的意见和建议。在此我们对关心和支持本教材的广大读者表示衷心的感谢。

教材《高等数学（第 2 版）》已于 2010 年 1 月修订出版，我们将作为与之配套使用的《高等数学习题课教程》也作了必要的修订并再版。

再版的《高等数学习题课教程（第 2 版）》，全书的结构作了较大的修改，在内容的选择和编排上与教材《高等数学（第 2 版）》同步，全书分为上、下两篇，上篇为预备知识、一元函数微积分，下篇为多元函数微积分、微分方程、无穷级数。在修订过程中，对原书中的部分例题、习题作了相应的修改和调整，订正了原教材中的疏漏及印刷方面的错误。

本书由谭杰锋策划构思，由高温负责统稿修改。各章分别由谭杰锋、宋大谋、颜大宜、孟繁华、高温、练学、望清风、张本荣改编。全书最后由谭杰锋审阅、修改、定稿。

在本书的编写过程中，得到了有关院校和部门的大力支持和帮助，参考了一些同类教材，在此表示衷心的感谢。

由于编者的水平有限，书中若有不当之处，恳请读者批评指正，以便再修订时改进与完善。

编 者
2012 年 12 月

第 1 版前言

《高等数学习题课教程》是 21 世纪高职高专规划教材中的数学立体化教程之一。

高等数学是高职高专学校各专业必修的重要基础课。根据高职高专培养目标的定位和学生的实际情况,本课程教学必须突出以应用为目的、以必需够用为度的高职教学特色,兼顾各专业后续课程教学对数学知识的不同要求,并充分考虑学生可持续发展的需要。

考虑到高职学生的心理特点和思维特点,在本课程的学习过程中往往感到概念抽象,解题分析有一定的困难。为了帮助广大高职学生解决学习中的困难,应该加强习题辅导教学环节,精讲多练,动脑动手,对所学内容及时理解和消化。因此在编写本书时,尽量保证与主教材《高等数学》的同步教学辅导,注重基本知识点中的重点的提炼和难点的阐述,注重解题方法与技巧的归纳总结,力求做到深入浅出,通俗易懂。

随着高等职业教育的普及和发展,符合市场需求的专业设置不断更新,学生来源日趋广泛,在对课程的兴趣爱好、学习需求、学习基础等各方面的个体差异较大,而高职教育应该以学生为本,为学生的需要和发展尽可能提供良好的条件。目前每年都有相当一部分同学通过“专升本”考试,进入高一级本科院校学习。为了满足学生的学习需要,在编写中将考点内容作了适当的拓展和加深,便于“专升本”的复习参考。

本书由谭杰锋策划构思。各章分别由谭杰锋、孟繁华、宋大谋、颜大宜、练学、高温、张本荣编写(其中练学,张本荣各编写了两章)。由高温负责统稿修改。全书最后由谭杰锋审阅、修改、定稿。

在本书的编写过程中,得到了有关院校和部门的大力支持和帮助,参考了一些同类教材,在此一并表示衷心的感谢。

由于编者的水平有限,书中若有不当之处,恳请读者批评指正,以便修订时改进与完善。

编者
2007 年 7 月

目 录

上 篇

引论 预备知识	(3)
0.1 内容要点	(3)
0.2 例题解析	(8)
0.3 综合练习	(13)
0.4 参考答案	(15)
第 1 章 函数极限与连续	(17)
1.1 函数的极限	(17)
1.1.1 内容要点	(17)
1.1.2 例题解析	(21)
1.1.3 综合练习	(27)
1.1.4 参考答案	(29)
1.2 函数的连续性	(29)
1.2.1 内容要点	(29)
1.2.2 例题解析	(32)
1.2.3 综合练习	(35)
1.2.4 参考答案	(37)
第 2 章 导数及其应用	(38)
2.1 导数的概念与求导法则	(38)
2.1.1 内容要点	(38)
2.1.2 例题解析	(41)
2.1.3 综合练习	(44)

2.1.4	参考答案	(46)
2.2	隐函数的导数、对数求导法与高阶导数	(47)
2.2.1	内容要点	(47)
2.2.2	例题解析	(48)
2.2.3	综合练习	(51)
2.2.4	参考答案	(53)
2.3	微分	(54)
2.3.1	内容要点	(54)
2.3.2	例题解析	(56)
2.3.3	综合练习	(58)
2.3.4	参考答案	(59)
2.4	中值定理与洛必达法则	(60)
2.4.1	内容要点	(60)
2.4.2	例题解析	(62)
2.4.3	综合练习	(67)
2.4.4	参考答案	(69)
2.5	函数的单调性与极值	(69)
2.5.1	内容要点	(69)
2.5.2	例题解析	(71)
2.5.3	综合练习	(75)
2.5.4	参考答案	(77)
2.6	函数的最大值与最小值及其应用	(77)
2.6.1	内容要点	(77)
2.6.2	例题解析	(78)
2.6.3	综合练习	(81)
2.6.4	参考答案	(82)
2.7	曲线的凹凸性与拐点	(83)
2.7.1	内容要点	(83)
2.7.2	例题解析	(83)
2.7.3	综合练习	(86)
2.7.4	参考答案	(87)
第3章	不定积分	(89)
3.1	不定积分的概念	(89)
3.1.1	内容要点	(89)

3.1.2	例题解析	(91)
3.1.3	综合练习	(92)
3.1.4	参考答案	(94)
3.2	换元积分法	(95)
3.2.1	内容要点	(95)
3.2.2	例题解析	(96)
3.2.3	综合练习	(103)
3.2.4	参考答案	(105)
3.3	分部积分法	(107)
3.3.1	内容要点	(107)
3.3.2	例题解析	(107)
3.3.3	综合练习	(110)
3.3.4	参考答案	(112)
第4章	定积分	(114)
4.1	定积分的概念	(114)
4.1.1	内容要点	(114)
4.1.2	例题解析	(116)
4.1.3	综合练习	(116)
4.1.4	参考答案	(117)
4.2	定积分的计算	(118)
4.2.1	内容要点	(118)
4.2.2	例题解析	(119)
4.2.3	综合练习	(128)
4.2.4	参考答案	(131)
4.3	定积分的几何应用举例	(132)
4.3.1	内容要点	(132)
4.3.2	例题解析	(134)
4.3.3	综合练习	(137)
4.3.4	参考答案	(138)

下 篇

第5章	多元函数微分学	(143)
5.1	多元函数的基本概念	(143)

5.1.1	内容要点	(143)
5.1.2	例题解析	(144)
5.1.3	综合练习	(147)
5.1.4	参考答案	(149)
5.2	偏导数	(150)
5.2.1	内容要点	(150)
5.2.2	例题解析	(151)
5.2.3	综合练习	(154)
5.2.4	参考答案	(156)
5.3	全微分与多元函数的极值	(157)
5.3.1	内容要点	(157)
5.3.2	例题解析	(159)
5.3.3	综合练习	(162)
5.3.4	参考答案	(163)
第6章	二重积分	(165)
6.1	二重积分的概念	(165)
6.1.1	内容要点	(165)
6.1.2	例题解析	(166)
6.1.3	综合练习	(167)
6.1.4	参考答案	(168)
6.2	二重积分的计算	(169)
6.2.1	内容要点	(169)
6.2.2	例题解析	(171)
6.2.3	综合练习	(176)
6.2.4	参考答案	(178)
6.3	二重积分的应用举例	(179)
6.3.1	内容要点	(179)
6.3.2	例题解析	(180)
6.3.3	综合练习	(183)
6.3.4	参考答案	(183)
第7章	微分方程初步	(184)
7.1	可分离变量的微分方程	(184)
7.1.1	内容要点	(184)

7.1.2	例题解析	(185)
7.1.3	综合练习	(189)
7.1.4	参考答案	(190)
7.2	一阶线性微分方程	(191)
7.2.1	内容要点	(191)
7.2.2	例题解析	(192)
7.2.3	综合练习	(196)
7.2.4	参考答案	(197)
7.3	二阶常系数齐次线性微分方程	(198)
7.3.1	内容要点	(198)
7.3.2	例题解析	(198)
7.3.3	综合练习	(199)
7.3.4	参考答案	(200)
第8章	无穷级数	(201)
8.1	数项级数	(201)
8.1.1	内容要点	(201)
8.1.2	例题解析	(203)
8.1.3	综合练习	(206)
8.1.4	参考答案	(209)
8.2	幂级数	(209)
8.2.1	内容要点	(209)
8.2.2	例题解析	(211)
8.2.3	综合练习	(214)
8.2.4	参考答案	(214)
参考文献		(216)

上 篇

引 论

预备知识

0.1 内容要点

1. 函数

函数定义 设有两个非空数集 A 、 B ，如果对于数集 A 中的每一个数 x ，按照一定的规则 f 对应着数集 B 中唯一确定的数 y ，则称 f 是定义在集合 A 上的函数。

A 称为函数的定义域； f 称为函数关系；与 $x \in A$ 对应的实数 $y \in B$ 记作 $y = f(x)$ ，集合 $B_f = \{y \mid y = f(x), x \in A\}$ 称为函数的值域， $B_f \subseteq B$ 。

y 按所给函数关系 $y = f(x)$ 求出的对应值 y_0 叫作当 $x = x_0$ 时的函数值，记作 $f(x_0)$ 。在函数的定义中，对应规则（即函数关系）及定义域是两个重要的因素。

对于定义域内自变量 x 不同的值，函数关系由不同的式子分段表达的函数称为分段函数。

确定函数定义域的常用原则：

- ① 偶次根式的函数，其根号下的值不能为负；
- ② 分式函数，其分母不能取零值；
- ③ 对数的真数必须取正值；
- ④ 由有限个函数经四则运算构成的函数，其定义域是这有限个函数的定义域的交集；
- ⑤ 分段函数的定义域为各分段式子定义域的并集；
- ⑥ 由实际问题所确定的函数，其定义域要根据实际问题的意义确定。

2. 反函数

反函数定义 设函数 f 定义在数集 A 内，其值域为数集 B 。如果对于 B 中每一个数 y ， A 中都有唯一的 x ，使 $f(x) = y$ ，记由 y 对应到 x 的规则为 f^{-1} ，则称 f^{-1} 为 f 的反函数，通常写为 $x = f^{-1}(y)$ 。

一般将 $x = f^{-1}(y)$ 改写为 $y = f^{-1}(x)$. $y = f(x)$ 与 $y = f^{-1}(x)$ 互为反函数, 它们的图像关于直线 $y=x$ 对称.

3. 函数的几何特性

1) 有界性

设函数 $y = f(x)$ 在集合 I 上有定义, 如果存在一个正数 M , 对于所有的 $x \in I$, 恒有 $|f(x)| \leq M$, 则称函数 $f(x)$ 在 I 上是有界的. 如果不存在这样的正数 M , 则称 $f(x)$ 在 I 上无界的.

其几何意义如图 0-1 所示.

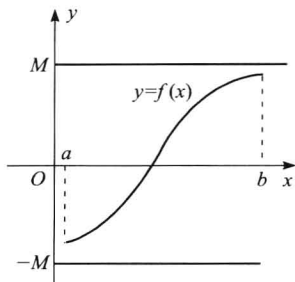


图 0-1

2) 奇偶性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A , 如果对于任意的 $x \in A$, 都有 $-x \in A$, 并且 $f(-x) = f(x)$, 则称 $f(x)$ 为偶函数; 如果对于任意的 $x \in A$, 都有 $-x \in A$, 并且 $f(-x) = -f(x)$, 则称 $f(x)$ 为奇函数.

其几何意义如图 0-2 和图 0-3 所示.

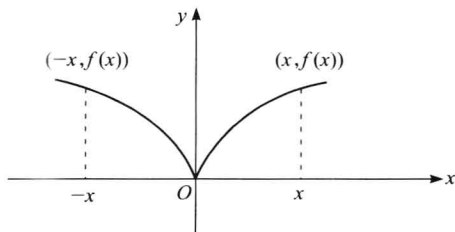


图 0-2

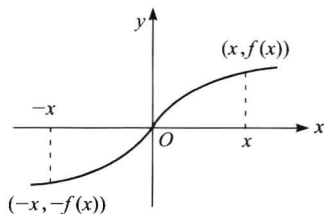


图 0-3

注意: ① 奇偶函数的定义域是关于原点对称的区间.

② 偶函数的图像关于 y 轴对称, 奇函数的图像关于原点对称.

3) 单调性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A , 区间 $I \subseteq A$. 如果对于任意的 $x_1, x_2 \in I$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) < f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 I 上是单调递增的, 称区间 I 是 $f(x)$ 的单调上升区间; 如果对于任意的 $x_1, x_2 \in I$, 当 $x_1 < x_2$ 时, 都有 $f(x_1) > f(x_2)$, 则称函数 $f(x)$ 在 I 上是单调递减的, 称区间 I 是 $f(x)$ 的单调下降区间.

其几何意义如图 0-4 和图 0-5 所示.

4) 周期性

设函数 $y = f(x)$ 的定义域为 A , 如果存在常数 $T (T \neq 0)$, 使得对于任何 $x \in A$, 都有 $x+T \in A$, 且 $f(x+T) = f(x)$, 则称函数 $f(x)$ 为周期函数, 常数 T 称为 $f(x)$ 的周期. 如果在所有的正周期中存在一个最小的数, 则把它称为 $f(x)$ 的最小正周期.

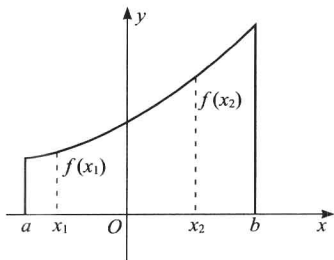


图 0-4

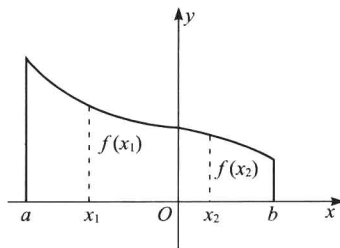


图 0-5

4. 基本初等函数

常数函数、幂函数、指数函数、对数函数、三角函数、反三角函数等称为基本初等函数.

1) 常数函数 $y=C$

常数函数的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 图像是过点 $(0, c)$ 且平行于 x 轴的直线. 常数函数是有界偶函数, 而且是不存在最小正周期的周期函数.

2) 幂函数 $y=x^\alpha (\alpha \in \mathbf{R})$

当 α 为不同实数时, 幂函数的定义域及性质也随之不同. 但不论 α 为何值, x^α 在 $(0, +\infty)$ 内总有定义, 而且图像都经过 $(1, 1)$ 点.

在第一象限内, 当 $\alpha > 0$ 时, 函数图像过点 $(0, 0)$ 和点 $(1, 1)$, 在 $(0, +\infty)$ 内单调增加且无界, 如图 0-6 所示. 当 $\alpha < 0$ 时, 函数图像过点 $(1, 1)$, 在 $(0, +\infty)$ 内单调减少且无界, 曲线以 x 轴和 y 轴为渐近线, 如图 0-7 所示.

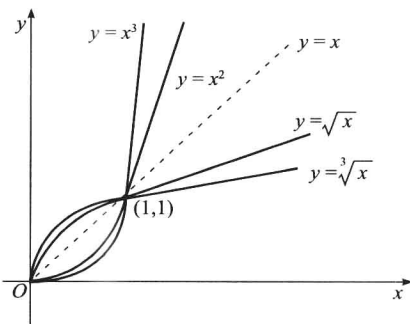


图 0-6

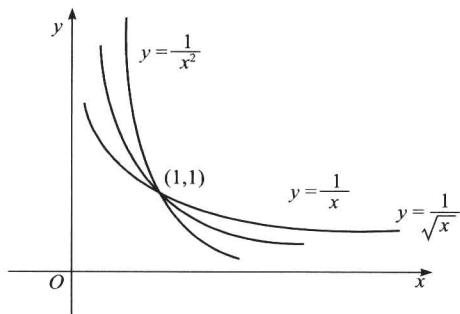


图 0-7

3) 指数函数 $y=a^x (a > 0, a \neq 1)$

指数函数的定义域是 $(-\infty, +\infty)$, 值域是 $(0, +\infty)$. 无论 x 取何值, 总有 $a^x >$