全国重点省市高考预测试题精选

数 学

邵泽惠 等 编

经济日报 出版社

全国重点省市高考预测试题精选

数　　学

邵泽惠　贺文起　赵丽莉
胡　扬　安明明　王春明　编
邓泰江　黄国本

经济日报出版社

(京)新登字 102 号

责任编辑:陈晓惠

责任校对:穆　益

数　学

全国重点省市高考预测试题精选

邵泽惠　等编

经济日报出版社出版

(北京市崇文区龙潭西里 54 号)

新华书店北京科技发行所发行

北京市仰山印刷厂印刷

787×1092 毫米　1/32　7.5 印张　158 千字

1993 年 11 月第 1 版　1993 年 11 月第 1 次印刷

印数 1—10000 册

ISBN7-80036-718-5/G・178　　定价:4.80 元

内 容 简 介

应广大高中毕业生参加全国高考之急需，本书从各省市高考模拟测试题中，精选出19份数学试题（附参考答案），汇编成册。这些试题典范性、预测性强，可多角度、多层次地对考生进行有效的强化训练，使考生开阔视野、活跃思维，熟练掌握各类试题的解答技巧，增强在高考限定时间内准确、迅速解答一定难度、一定数量试题的应变能力。

本书还可供参加高中会考的学生、研究命题的教研员、家庭教师参考。

目　录

天津市 …………………………………… (1)
江苏省 …………………………………… (13)
福建省 …………………………………… (30)
北京市西城区 ……………………………… (44)
北京市海淀区 ……………………………… (55)
上海市徐汇区 ……………………………… (67)
广州市 …………………………………… (83)
福州市 …………………………………… (93)
苏州市 …………………………………… (103)
武汉市 …………………………………… (114)
成都市 …………………………………… (125)
哈尔滨市 ………………………………… (147)
石家庄市 ………………………………… (159)
南宁市 …………………………………… (170)
南昌市 …………………………………… (179)
兰州市 …………………………………… (190)

烟台市 ………………………………………… (200)
桂林市 ………………………………………… (212)
徐州市 ………………………………………… (224)

天　津　市

本试卷分第Ⅰ卷(选择题)和第Ⅱ卷(非选择题)两部分,共120分,考试时间120分钟。

第Ⅰ卷(选择题　共54分)

一、选择题:本大题共18个小题;每小题3分,共54分,在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的。

(1)已知 $5^{\lg x^2}=25$,则x的值为

(A)10.　　(B)100.　　(C)±10.　　(D)±100.

(2)设 $f(z)=\frac{z^2+z+1}{z^2-z+1}$,则 $|f(\overline{1+i})|$ 的值是

(A)13.　　(B) $\sqrt{13}$.　　(C) $\frac{1}{13}$.　　(D) $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

(3)函数 $y=\sin(2x+15°)\cos(2x-35°)$ 的最小正周期是

(A)4π.　　(B)2π.　　(C)π.　　(D) $\frac{\pi}{2}$.

(4)在 $(x-\frac{1}{x})^n$ 的展开式中,奇数项系数的和为32,则含 x^2 项的系数是

(A)−20.　　(B)−15.　　(C)15.　　(D)20.

(5)平面上有三个点A(0,1),B(3,2),C(a,0),(a≠0).若BC⊥AC,则a的值为

(A) 1.　　(B) 2.　　(C) 1 或 2.　　(D) 不存在.

(6) 若经过直线外的任意两点作与该直线平行的平面，则下面结论中正确的是

(A) 只能作一个平面.　　(B) 可以作无数个平面.

(C) 这样的平面不存在.　　(D) 以上三种情况都有可能.

(7) 有集合 M、P、S，且满足 $M\cup P=M\cup S$，则下列式子中恒成立的是

(A) $P=S$.　　(B) $M\cap P=M\cap S$.

(C) $M\cap\overline{P}=M\cap\overline{S}$.　　(D) $\overline{M}\cap P=\overline{M}\cap S$.

(8) 使 $z=\left(\dfrac{6}{1+\sqrt{3}i}\right)^n$ 为实数的最小自然数 n 是

(A) 3.　　(B) 4.　　(C) 6.　　(D) 8.

(9) 极坐标方程　$2\rho-\rho\sin\theta-3=0$ 所表示的曲线为

(A) 圆.　　(B) 椭圆.　　(C) 双曲线.　　(D) 抛物线.

(10) 已知空间的三条直线 a、b、c 和平面 β，下列结论中正确的是

(A) $\left.\begin{matrix}a\parallel\beta\\ b\parallel\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\parallel b$.　　(B) $\left.\begin{matrix}a\perp c\\ b\perp c\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\parallel b$.

(C) $\left.\begin{matrix}a\subset\beta\\ b\parallel\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\parallel b$.　　(D) $\left.\begin{matrix}a\perp\beta\\ b\parallel\beta\end{matrix}\right\}\Rightarrow a\perp b$.

(11) 函数 $y=(\log_2\dfrac{1}{2})(\log_2 x)$ 的反函数是

(A) $y=\log_{\frac{1}{2}}x$.　　(B) $y=2^x$.

(C) $y=2^{\frac{1}{x}}$.　　(D) $y=(\dfrac{1}{2})^x$.

(12) 已知椭圆 $\dfrac{x^2}{25}+\dfrac{y^2}{9}=1$ 的两个焦点分别为 A、B，一条直线经过点 A 与椭圆交于 P、Q 两点，连结 PB、QB 所得到 $\triangle PQB$

的周长为

(A)50. (B)25. (C)20. (D)10.

(13)下列函数中不具有这样的性质:f(x)是偶函数,又是$(0,+\infty)$上的减函数的是

(A) $f(x)=-\frac{1}{3}x^2+5$. (B) $f(x)=x^{-2}$.

(C) $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}|x|$. (D) $f(x)=3^{-x}-1$.

(14)有含参数 t 的方程

① $\begin{cases} x=1+\sqrt{2}t, \\ y=-\sqrt{2}t. \end{cases}$ ② $\begin{cases} x=1-\sqrt{2}t, \\ y=\sqrt{2}t. \end{cases}$

③ $\begin{cases} x=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}t. \end{cases}$ ④ $\begin{cases} x=2-\frac{\sqrt{2}}{2}t, \\ y=-1+\frac{\sqrt{2}}{2}t. \end{cases}$

它们所表示的直线条数是

(A)4 条. (B)3 条. (C)2 条. (D)1 条.

(15)命题甲:$y=\sin x, x\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$,命题乙:$y=\sin x$ 是增函数,则命题乙是甲的

(A)充分不必要条件. (B)必要不充分条件.

(C)充分且必要条件. (D)既不充分也不必要条件.

(16)下列命题中正确的是

(A)若 $\arcsin(-\frac{4}{5})=\mathrm{arctg}x$,则 $x=-\frac{4}{3}$.

(B)若 $\arccos(\cos x)=\frac{\pi}{4}$,则 $x=\frac{\pi}{4}$.

(C)若 $\cos(\arccos x)=1$,则 $x=0$.

(D)若 $\sin x=-\frac{1}{5}$,则 $x=-\arcsin\frac{1}{5}$.

(17)有命题

①圆锥是直角三角形以它的一边所在直线为轴旋转一周所得到的旋转体.

②用两个平行平面截圆锥,夹在平行平面间的部分是圆台.

③过球面上两个不同点只能作一个大圆.

④球面的一部分叫做球冠.

以上四个命题中正确的个数是

(A)0 个. (B)1 个. (C)2 个. (D)3 个.

(18)双曲线$\frac{y^2}{n^2}-\frac{x^2}{m^2}=1(m>0,n>0)$的渐近线与其实轴所在直线夹角为 α,那么过焦点且垂直于该实轴所在直线的直线与双曲线交于两点,以这两交点为端点的线段长的表达式为

(A)$2m\operatorname{tg}\alpha$. (B)$m\operatorname{tg}\alpha$. (C)$2n\operatorname{tg}\alpha$. (D)$n\operatorname{tg}\alpha$.

第Ⅱ卷(非选择题共 66 分)

二、填空题:本大题共 6 个小题;每小题 3 分,共 18 分,把答案填在题中横线上.

(19)求 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2+5+8+\cdots+(3n-1)}{\frac{1}{2}n^2+7n}=$______.

(20)抛物线 $y^2-4x-2y+m=0$ 的顶点在 y 轴上,则 $m=$______.

(21)若 $0<a<1,\frac{\pi}{2}<x<\pi$,则$\frac{\sqrt{(x-a)^2}}{x-a}-\frac{\cos x}{|\cos x|}+\frac{|1-a^x|}{a^x-1}$的值为______.

(22)设 $f(n)=1-\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}+\cdots\cdots+\frac{1}{2n-1}-\frac{1}{2n}$,则 $f(k+1)-f(k)=$______.

(23)有 5 个男生 2 个女生排成一行,若男生甲必须站在中间,2 个女生必须站在一起,则所有不同排法总数为______.

(24)侧面积相等的两个圆锥,它们的底面积之比为 1 : 4,则它们侧面展开图圆心角的比为______.

三、解答题:本大题有 5 个小题,共 48 分,解答应写出文字说明、演算步骤.

(25)(本题满分 8 分)

已知:$\frac{\sin(2\alpha+\beta)}{\sin\alpha}-2\cos(\alpha+\beta)=2$.求$\sin^2\beta+2\cos2\alpha$的值.

(26)(本题满分 9 分)

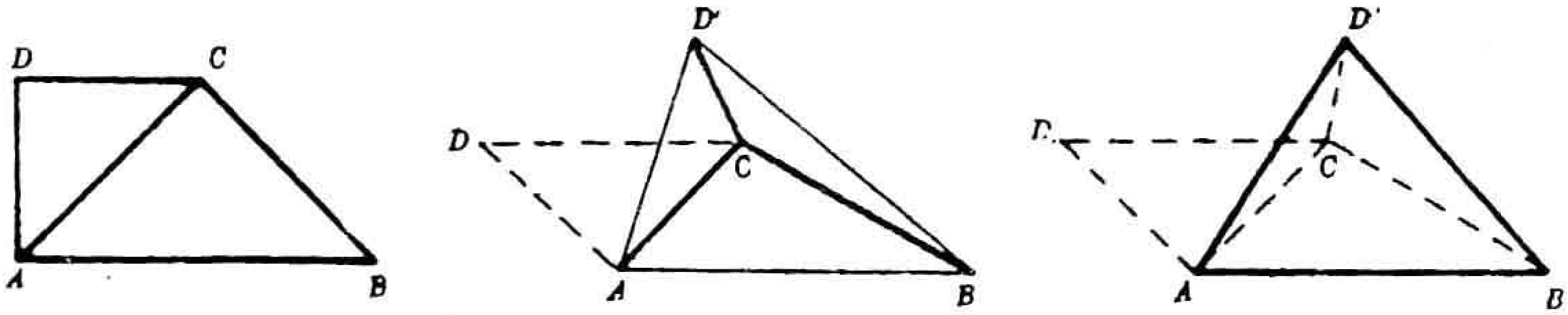
各项都是实数的等差数列$\{a_n\}$的公差和等比数列$\{b_n\}$的公比相等,且都等于 d,$d>0$,$d\neq1$,若 $a_1=b_1$,$a_3=3b_3$,$a_5=5b_5$,求 a_1 和 d 的值.

(27)(本题满分 9 分)

直角梯形 ABCD 中,$\angle BAD=\angle D=90°$,$AD=DC=a$,$AB=2CD$,将$\triangle ADC$ 沿 AC 折起,使 D 到 D′,

(1)若二面角 D′−AC−B 为直二面角,求二面角 D′−BC−A 的大小;

(2)若二面角 D′−AC−B 为 60°,求三棱锥 D′−ABC 的体积.



(28)(本题满分 11 分)

设 $M=\{x \mid \log_{\frac{1}{3}}(x^2-3x-4)>\log_{\frac{1}{3}}(2x+10)\}$

$N=\{x \mid 2\sqrt{ax}<3a-x, a<0\}$,

求 $T=\{a \mid M \cap N \neq \varnothing\}$.

(29)(本题满分 11 分)

已知点 $P(x,y)$ 是抛物线 $y=1-ax^2(a>0)$ 上一点,点 A 坐标为 $(0,b)$.

(1)求 $|PA|$ 的最小值;

(2)求含于抛物线与 x 轴所围封闭图形(包括边界)内,圆心在 y 轴上的最大圆的半径.

参考答案及评分标准

一、选择题

本题共有 18 个小题,每一个小题选对给 3 分,不选、选错或选出的代号超过一个的均给 0 分.

18 个小题的给分的和就是本题全题的得分.

题号	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
答案	C	B	D	C	C	D	D	A	B	D	D	C	D	D	B	A	A	A

二、填空题

本题共有 6 个小题,每一个小题结果正确的给 3 分.

(19)3.　　(20)1.　　(21)1.

(22)$\frac{1}{2k+1}-\frac{1}{2k+2}$.　　(23)240.　　(24)1∶1.

三、解答题

(25)解法一　原式化为

$\sin(2\alpha+\beta)-2\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)=2\sin\alpha$，　　2 分

$\sin(2\alpha+\beta)-\sin(2\alpha+\beta)+\sin\beta=2\sin\alpha$，　　4 分

$\therefore \sin\beta=2\sin\alpha$.　　5 分

于是　$\sin^2\beta+2\cos2\alpha$

$=4\sin^2\alpha+2-4\sin^2\alpha$　　7 分

$=2$.　　8 分

解法二　原式化为

$\sin(2\alpha+\beta)-2\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)=2\sin\alpha$，　　2 分

$\sin[\alpha+(\alpha+\beta)]-2\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)=2\sin\alpha$，

$\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)+\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)-2\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)=2\sin\alpha$，

$\cos\alpha\sin(\alpha+\beta)-\sin\alpha\cos(\alpha+\beta)=2\sin\alpha$，　　4 分

$\sin[(\alpha+\beta)-\alpha]=2\sin\alpha$，

$\therefore$　$\sin\beta=2\sin\alpha$.　　5 分

（以下同解法一）

(26)解　依题意，有

$a_1+2d=3b_1d^2=3a_1d^2$，　①

$a_1+4d=5b_1d^4=5a_1d^4$，　②　　2 分

由①　得　$a_1=\dfrac{2d}{3d^2-1}$，

由②　得　$a_1=\dfrac{4d}{5d^4-1}$，　　4 分

于是有　$\dfrac{2d}{3d^2-1}=\dfrac{4d}{5d^4-1}$

整理后　得　$5d^4-6d^2+1=0$，　　5 分

$(d^2-1)(5d^2-1)=0$.

解得　$d=\pm1, d=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.　　7 分

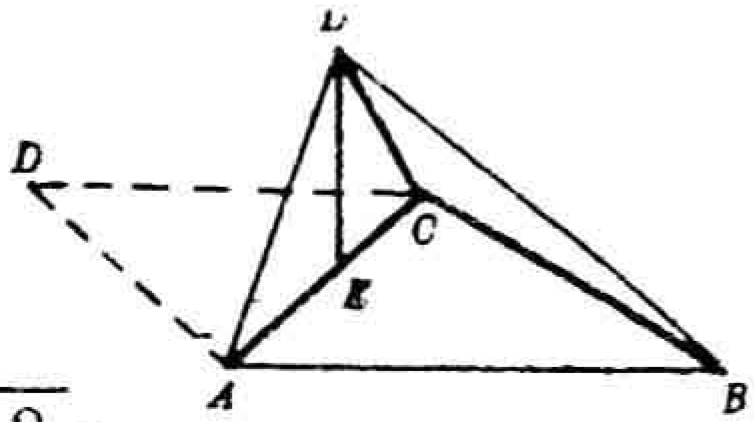
又∵　$d>0, d\neq 1$

∴　$d=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.　　8 分

于是　$a_1=\dfrac{2d}{3d^2-1}=\dfrac{\frac{2\sqrt{5}}{5}}{\frac{3}{5}-1}=-\sqrt{5}$.

∴$a_1=-\sqrt{5}, d=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.　　9 分

(27)解(Ⅰ)在直角梯形 ABCD 中，



∵$AD=DC=a$，$\angle ADC=90°$

∴$\triangle ADC$ 为等腰直角三角形.

∴$\angle DAC=\angle DCA=45°$，$AC=\sqrt{2}a$.

又∵$\angle DAB=90°$，$AB=2CD=2a$，

∴$\angle BAC=45°$，　　1 分

于是可得　$AC=BC$.

∴$AC\perp BC$.　　2 分

取 AC 的中点 E，连 $D'E$，∴$D'E\perp AC$.

又∵二面角 D'-AC-B 为直二面角，

∴$D'E\perp$ 平面 ABC.

又∵$BC\subset$ 平面 ABC，

∴$BC\perp D'E$.

又∵$BC\perp CA$，$CA\cap D'E=E$，

∴$BC\perp$ 平面 ACD'.

而 $D'C\subset$ 平面 ACD'，

∴$BC\perp D'C$.

∴$\angle D'CA$ 为二面角 D'-BC-A 的平面角.　　4 分

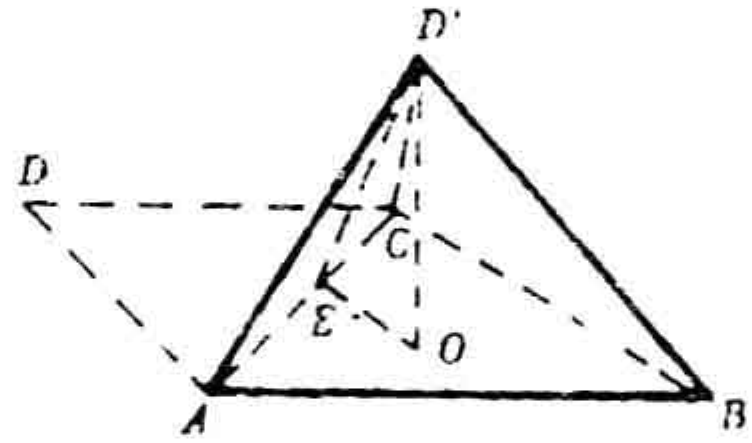
由于$\angle D'CA=\angle DCA=45°$,

∴二面角 D′-BC-A 为 45°. 5 分

(Ⅱ)若二面角 D′-AC-B 为 60°,则取 AC 的中点 E,连 D′E,再过 D′作 DO⊥平面 ABC,垂足为 O,连 OE.

∵$AC\perp D'E$,由三垂线定理之逆定理

∴$AC\perp OE$.



∴$\angle D'EO$ 为二面角 D′-AC-B 的平面角.

∴$\angle D'EO=60°$.

在 Rt△D′OE 中,$D'E=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

∴$D'O=D'E\sin 60°=\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{2}}{2}a=\frac{\sqrt{6}}{4}a$. 7 分

$$\begin{aligned}\therefore V_{D'-ABC}&=\frac{1}{3}S_{\triangle ABC}\cdot D'O.\\&=\frac{1}{3}\times\frac{1}{2}AC\cdot BC\cdot D'O\\&=\frac{1}{6}\times\sqrt{2}a\times\sqrt{2}a\times\frac{\sqrt{6}}{4}a\\&=\frac{\sqrt{6}}{12}a^3.\end{aligned}$$ 9 分

(28)解 集合 M 等价于不等式组

$$\begin{cases}x^2-3x-4>0,\\2x+10>0,\\x^2-3x-4<2x+10\end{cases}$$ 2 分

的解集.

解得$\begin{cases}x>4 \text{ 或 } x<-1,\\x>-5,\\-2<x<7.\end{cases}$

于是　集合 $M=\{x\mid -2<x<-1$ 或 $4<x<7\}$　　4 分

同理　集合 N 等价于不等式组

$$\begin{cases}ax\geqslant 0,\\ 3a-x>0,\\ 4ax<(3a-x)^2\end{cases}$$　　6 分

的解集.

由于　$a<0$,则有

$$\begin{cases}x\leqslant 0,\\ x<3a,\\ x<9a \text{ 或 } x>a.\end{cases}$$

于是集合 $N=\{x\mid x<9a\}$.　　8 分

为使　$M\cap N\neq\varnothing$,则必须

$$\begin{cases}-2<x<-1 \quad \text{或 } 4<x<7,\\ x<9a.\end{cases}$$

有解.　10 分

$\therefore 9a>-2$.

于是　$-\dfrac{2}{9}<a<0$.

$\therefore T=\{a\mid -\dfrac{2}{9}<a<0\}$.　　11 分

(29)解　(Ⅰ)$\because$ 点 $P(x,y)$在抛物线 $y=1-ax^2(a>0)$上,

$\therefore x^2=\dfrac{1-y}{a}$.

于是　
$$\begin{aligned}|AP|^2&=x^2+(y-b)^2\\&=\frac{1-y}{a}+(y-b)^2\\&=y^2-(2b+\frac{1}{a})y+b^2+\frac{1}{a}\\&=[y-(b+\frac{1}{2a})]^2+\frac{4a(1-b)-1}{4a^2}.\end{aligned}$$　　2 分

显然 $|AP|^2$ 是关于 y 的二次函数. 其对称轴为 $y=b+\frac{1}{2a}$.

当 $b+\frac{1}{2a}\leqslant 1$, 即 $b\leqslant 1-\frac{1}{2a}$ 时

由于 $y\leqslant 1$,

$\therefore$ 当 $y=b+\frac{1}{2a}$ 时,(顶点位置)

$|AP|^2$ 的最小值为 $\frac{4a(1-b)-1}{4a^2}$.

$\therefore |AP|$ 的最小值为 $\frac{\sqrt{4a(1-b)-1}}{2a}$. 3 分

(注: $\because 1-b\geqslant\frac{1}{2a}$, $4a(1-b)-1\geqslant 4a\times\frac{1}{2a}-1\geqslant 1>0$)

当 $b+\frac{1}{2a}>1$, 即 $b>1-\frac{1}{2a}$ 时,

$\because y\leqslant 1$.

$\therefore y=1$ 时, $|AP|^2$ 取最小值.

$\therefore |AP|^2$ 的最小值为 $(1-b)^2$.

$\therefore |AP|$ 的最小值为 $|1-b|$. 6 分

(Ⅱ)满足条件的圆的圆心为 $A(0,b)$, 显然有 $0<b<1$,

而且圆的半径为 b. 最大圆的半径应等于 A 到抛物线上点 P 距离最小值.

$\therefore$ 当 $b\leqslant 1-\frac{1}{2a}$ 时

$$b=\frac{\sqrt{4a(1-b)-1}}{2a}.$$

整理后 得

$4a^2b^2+4ab-(4a-1)=0$,