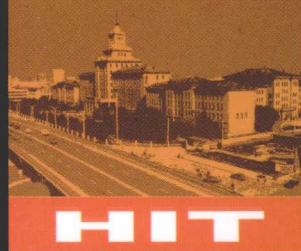


Theory of Trigonometric Series



数学·统计学系列

# 三角级数论 (上册)

陈建功 著



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

数学·统计学系列

Theory of Trigonometric Series  
**三角级数论**

● 陈建功 著

(上册)



哈尔滨工业大学出版社  
HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY PRESS

## 内 容 提 要

本书是作者三十余年来为研究生讲授三角级数论所用讲义几经修改整理而成. 上册除准备知识外, 共四章. 第一章傅里叶级数的收敛, 阐述傅里叶级数及其共轭级数的收敛问题, 包括各种收敛定理及判定方法. 第二章傅里叶级数的和, 阐述各种求和方法及可求和条件. 第三章傅里叶级数的强性求和以及概收敛, 阐述了强性求和及概收敛的有关理论, 讨论了零系数特别多的级数. 第四章傅里叶级数的绝对收敛与绝对求和, 阐述了几种绝对求和法, 它的充要条件, 绝对收敛等. 书中包含了作者的一系列工作, 同时系统地阐述了近代的重要结果.

本书可供高等学校数学系高年级学生、研究生、科研工作者阅读.

## 图书在版编目(CIP)数据

三角级数论. 上册/陈建功著. —哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2012. 12

ISBN 978 - 7 - 5603 - 3902 - 3

I. ①三… II. ①陈… III. ①三角级数 IV. ①O174. 21

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 314993 号

策划编辑 刘培杰 张永芹

责任编辑 张永芹 徐 丽

封面设计 孙茵艾

出版发行 哈尔滨工业大学出版社

社 址 哈尔滨市南岗区复华四道街 10 号 邮编 150006

传 真 0451 - 86414749

网 址 <http://hitpress.hit.edu.cn>

印 刷 哈尔滨工业大学印刷厂

开 本 787mm × 1092mm 1/16 印张 21 字数 410 千字

版 次 2012 年 12 月第 1 版 2012 年 12 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 5603 - 3902 - 3

定 价 38.00 元

---

(如因印装质量问题影响阅读, 我社负责调换)

# 序

著者于 1929 年,遵指导教师藤原松三郎先生的嘱咐,用日本文写成《三角级数论》,于 1930 年在东京岩波书店出版,从 1939 年起,在浙江大学(当时校址在贵州湄潭)指导研究生,就以上述三角级数论为基础,作成三角级数的讲义,历年都有修改.到了 1960 年,将讲义重新整理,添入挽近材料,以授杭州大学的研究生,仍称这部讲义为三角级数论.由于内容较之原来的日文书丰富许多,难免有许多未妥之处,希望高明有以教我,不胜感盼.

陈建功



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                    | 出版 时间   | 定 价   | 编 号 |
|------------------------|---------|-------|-----|
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)上卷    | 2007—09 | 38.00 | 7   |
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)中卷    | 2007—09 | 48.00 | 8   |
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(一) | 2007—09 | 42.00 | 17  |
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(二) | 2007—09 | 38.00 | 18  |
| 新编中学数学解题方法全书(高中版)下卷(三) | 2010—06 | 58.00 | 73  |
| 新编中学数学解题方法全书(初中版)上卷    | 2008—01 | 28.00 | 29  |
| 新编中学数学解题方法全书(初中版)中卷    | 2010—07 | 38.00 | 75  |
| 新编平面解析几何解题方法全书(专题讲座卷)  | 2010—01 | 18.00 | 61  |

|        |         |       |    |
|--------|---------|-------|----|
| 数学眼光透视 | 2008—01 | 38.00 | 24 |
| 数学思想领悟 | 2008—01 | 38.00 | 25 |
| 数学应用展现 | 2008—01 | 38.00 | 26 |
| 数学建模导引 | 2008—01 | 28.00 | 23 |
| 数学方法溯源 | 2008—01 | 38.00 | 27 |
| 数学史话览胜 | 2008—01 | 28.00 | 28 |

|             |         |        |     |
|-------------|---------|--------|-----|
| 从毕达哥拉斯到怀尔斯  | 2007—10 | 48.00  | 9   |
| 从迪利克雷到维斯卡尔迪 | 2008—01 | 48.00  | 21  |
| 从哥德巴赫到陈景润   | 2008—05 | 98.00  | 35  |
| 从庞加莱到佩雷尔曼   | 2011—08 | 138.00 | 136 |
| 从比勃巴赫到德·布朗斯 | 即将出版    |        |     |

|            |         |       |     |
|------------|---------|-------|-----|
| 数学解题中的物理方法 | 2011—06 | 28.00 | 114 |
| 数学解题的特殊方法  | 2011—06 | 48.00 | 115 |
| 中学数学计算技巧   | 2012—01 | 48.00 | 116 |
| 三角形中的角格点问题 | 2013—01 | 88.00 | 207 |
| 中学数学证明方法   | 2012—01 | 58.00 | 117 |
| 数学趣题巧解     | 2012—03 | 28.00 | 128 |
| 含参数的方程和不等式 | 2012—09 | 28.00 | 213 |

|                       |         |       |    |
|-----------------------|---------|-------|----|
| 数学奥林匹克与数学文化(第一辑)      | 2006—05 | 48.00 | 4  |
| 数学奥林匹克与数学文化(第二辑)(竞赛卷) | 2008—01 | 48.00 | 19 |
| 数学奥林匹克与数学文化(第二辑)(文化卷) | 2008—07 | 58.00 | 34 |
| 数学奥林匹克与数学文化(第三辑)(竞赛卷) | 2010—01 | 48.00 | 59 |
| 数学奥林匹克与数学文化(第四辑)(竞赛卷) | 2011—08 | 58.00 | 87 |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

## 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                           | 出 版 时 间 | 定 价    | 编 号   |
|-------------------------------|---------|--------|-------|
| 发展空间想象力                       | 2010-01 | 38.00  | 57    |
| 走向国际数学奥林匹克的平面几何试题诠释(上、下)(第1版) | 2007-01 | 68.00  | 11,12 |
| 走向国际数学奥林匹克的平面几何试题诠释(上、下)(第2版) | 2010-02 | 98.00  | 63,64 |
| 平面几何证明方法全书                    | 2007-08 | 35.00  | 1     |
| 平面几何证明方法全书习题解答(第1版)           | 2005-10 | 18.00  | 2     |
| 平面几何证明方法全书习题解答(第2版)           | 2006-12 | 18.00  | 10    |
| 平面几何天天练上卷·基础篇(直线型)            | 2013-01 | 58.00  | 208   |
| 平面几何天天练中卷·基础篇(涉及圆)            | 2013-01 | 28.00  | 234   |
| 平面几何天天练下卷·提高篇                 | 2013-01 | 58.00  | 237   |
| 最新世界各国数学奥林匹克中的平面几何试题          | 2007-09 | 38.00  | 14    |
| 数学竞赛平面几何典型题及新颖解               | 2010-07 | 48.00  | 74    |
| 初等数学复习及研究(平面几何)               | 2008-09 | 58.00  | 38    |
| 初等数学复习及研究(立体几何)               | 2010-06 | 38.00  | 71    |
| 初等数学复习及研究(平面几何)习题解答           | 2009-01 | 48.00  | 42    |
| 世界著名平面几何经典著作钩沉——几何作图专题卷(上)    | 2009-06 | 48.00  | 49    |
| 世界著名平面几何经典著作钩沉——几何作图专题卷(下)    | 2011-01 | 88.00  | 80    |
| 世界著名平面几何经典著作钩沉(民国平面几何老课本)     | 2011-03 | 38.00  | 113   |
| 世界著名数论经典著作钩沉(算术卷)             | 2012-01 | 28.00  | 125   |
| 世界著名数学经典著作钩沉——立体几何卷           | 2011-02 | 28.00  | 88    |
| 世界著名三角学经典著作钩沉(平面三角卷Ⅰ)         | 2010-06 | 28.00  | 69    |
| 世界著名三角学经典著作钩沉(平面三角卷Ⅱ)         | 2011-01 | 28.00  | 78    |
| 世界著名初等数论经典著作钩沉(理论和实用算术卷)      | 2011-07 | 38.00  | 126   |
| 几何学教程(平面几何卷)                  | 2011-03 | 68.00  | 90    |
| 几何学教程(立体几何卷)                  | 2011-07 | 68.00  | 130   |
| 几何变换与几何证题                     | 2010-06 | 88.00  | 70    |
| 几何瑰宝——平面几何500名题暨1000条定理(上、下)  | 2010-07 | 138.00 | 76,77 |
| 三角形的解法与应用                     | 2012-07 | 18.00  | 183   |
| 近代的三角形几何学                     | 2012-07 | 48.00  | 184   |
| 一般折线几何学                       | 即将出版    | 58.00  | 203   |
| 三角形的五心                        | 2009-06 | 28.00  | 51    |
| 三角形趣谈                         | 2012-08 | 28.00  | 212   |
| 俄罗斯平面几何问题集                    | 2009-08 | 88.00  | 55    |
| 俄罗斯平面几何5000题                  | 2011-03 | 58.00  | 89    |
| 俄罗斯初等数学万题选——三角卷               | 2012-11 | 38.00  | 222   |
| 计算方法与几何证题                     | 2011-06 | 28.00  | 129   |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                             | 出 版 时 间 | 定 价    | 编 号     |
|---------------------------------|---------|--------|---------|
| 463 个俄罗斯几何老问题                   | 2012-01 | 28.00  | 152     |
| 近代欧氏几何学                         | 2012-03 | 48.00  | 162     |
| 罗巴切夫斯基几何学及几何基础概要                | 2012-07 | 28.00  | 188     |
| 超越吉米多维奇——数列的极限                  | 2009-11 | 48.00  | 58      |
| Barban Davenport Halberstam 均值和 | 2009-01 | 40.00  | 33      |
| 初等数论难题集(第一卷)                    | 2009-05 | 68.00  | 44      |
| 初等数论难题集(第二卷)(上、下)               | 2011-02 | 128.00 | 82,83   |
| 谈谈素数                            | 2011-03 | 18.00  | 91      |
| 平方和                             | 2011-03 | 18.00  | 92      |
| 数论概貌                            | 2011-03 | 18.00  | 93      |
| 代数数论                            | 2011-03 | 48.00  | 94      |
| 初等数论的知识与问题                      | 2011-02 | 28.00  | 95      |
| 超越数论基础                          | 2011-03 | 28.00  | 96      |
| 数论初等教程                          | 2011-03 | 28.00  | 97      |
| 数论基础                            | 2011-03 | 18.00  | 98      |
| 解析数论基础                          | 2012-08 | 28.00  | 216     |
| 数论入门                            | 2011-03 | 38.00  | 99      |
| 数论开篇                            | 2012-07 | 28.00  | 194     |
| 解析数论引论                          | 2011-03 | 48.00  | 100     |
| 数学分析中的一个新方法及其应用                 | 2013-01 | 38.00  | 231     |
| 数学分析例选:通过范例学技巧                  | 2013-01 | 88.00  | 243     |
| 三角级数论(上册)                       | 2013-01 | 38.00  | 232     |
| 三角级数论(下册)                       | 2013-01 | 48.00  | 233     |
| 基础数论                            | 2011-03 | 28.00  | 101     |
| 超越数                             | 2011-03 | 18.00  | 109     |
| 三角和方法                           | 2011-03 | 18.00  | 112     |
| 谈谈不定方程                          | 2011-05 | 28.00  | 119     |
| 整数论                             | 2011-05 | 38.00  | 120     |
| 随机过程(Ⅰ)                         | 2012-12 | 78.00  | 224     |
| 随机过程(Ⅱ)                         | 2013-01 | 68.00  | 235     |
| 整数的性质                           | 2012-11 | 38.00  | 192     |
| 初等数论 100 例                      | 2011-05 | 18.00  | 122     |
| 初等数论经典例题                        | 2012-07 | 18.00  | 204     |
| 最新世界各国数学奥林匹克中的初等数论试题(上、下)       | 2012-01 | 138.00 | 144,145 |
| 算术探索                            | 2011-12 | 158.00 | 148     |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                       | 出 版 时 间 | 定 价   | 编 号 |
|---------------------------|---------|-------|-----|
| 初等数论(Ⅰ)                   | 2012—01 | 18.00 | 156 |
| 初等数论(Ⅱ)                   | 2012—01 | 18.00 | 157 |
| 初等数论(Ⅲ)                   | 2012—01 | 28.00 | 158 |
| 组合数学浅谈                    | 2012—03 | 28.00 | 159 |
| 同余理论                      | 2012—05 | 38.00 | 163 |
| 丢番图方程引论                   | 2012—03 | 48.00 | 172 |
| 平面几何与数论中未解决的新老问题          | 2013—01 | 68.00 | 229 |
| 历届 IMO 试题集(1959—2005)     | 2006—05 | 58.00 | 5   |
| 历届 CMO 试题集                | 2008—09 | 28.00 | 40  |
| 历届加拿大数学奥林匹克试题集            | 2012—08 | 38.00 | 215 |
| 历届美国数学奥林匹克试题集:多解推广加强      | 2012—08 | 38.00 | 209 |
| 历届国际大学生数学竞赛试题集(1994—2010) | 2012—01 | 28.00 | 143 |
| 全国大学生数学夏令营数学竞赛试题及解答       | 2007—03 | 28.00 | 15  |
| 全国大学生数学竞赛辅导教程             | 2012—07 | 28.00 | 189 |
| 历届美国大学生数学竞赛试题集            | 2009—03 | 88.00 | 43  |
| 前苏联大学生数学奥林匹克竞赛题解(上编)      | 2012—04 | 28.00 | 169 |
| 前苏联大学生数学奥林匹克竞赛题解(下编)      | 2012—04 | 38.00 | 170 |

|                        |         |        |       |
|------------------------|---------|--------|-------|
| 整函数                    | 2012—08 | 18.00  | 161   |
| 俄罗斯初等数学问题集             | 2012—05 | 38.00  | 177   |
| 俄罗斯函数问题集               | 2011—03 | 38.00  | 103   |
| 俄罗斯组合分析问题集             | 2011—01 | 48.00  | 79    |
| 博弈论精粹                  | 2008—03 | 58.00  | 30    |
| 多项式和无理数                | 2008—01 | 68.00  | 22    |
| 模糊数据统计学                | 2008—03 | 48.00  | 31    |
| 模糊分析与特殊泛函空间            | 2013—01 | 68.00  | 241   |
| 受控理论与解析不等式             | 2012—05 | 78.00  | 165   |
| 解析不等式新论                | 2009—06 | 68.00  | 48    |
| 反问题的计算方法及应用            | 2011—11 | 28.00  | 147   |
| 建立不等式的方法               | 2011—03 | 98.00  | 104   |
| 数学奥林匹克不等式研究            | 2009—08 | 68.00  | 56    |
| 不等式研究(第二辑)             | 2012—02 | 68.00  | 153   |
| 初等数学研究(Ⅰ)              | 2008—09 | 68.00  | 37    |
| 初等数学研究(Ⅱ)(上、下)         | 2009—05 | 118.00 | 46,47 |
| 中国初等数学研究 2009 卷(第 1 辑) | 2009—05 | 20.00  | 45    |
| 中国初等数学研究 2010 卷(第 2 辑) | 2010—05 | 30.00  | 68    |
| 中国初等数学研究 2011 卷(第 3 辑) | 2011—07 | 60.00  | 127   |
| 中国初等数学研究 2012 卷(第 4 辑) | 2012—07 | 48.00  | 190   |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                        | 出版 时间   | 定 价    | 编 号     |
|----------------------------|---------|--------|---------|
| 数阵及其应用                     | 2012-02 | 28.00  | 164     |
| 绝对值方程—折边与组合图形的解析研究         | 2012-07 | 48.00  | 186     |
| 不等式的秘密(第一卷)                | 2012-02 | 28.00  | 154     |
| 初等不等式的证明方法                 | 2010-06 | 38.00  | 123     |
| 数学奥林匹克不等式散论                | 2010-06 | 38.00  | 124     |
| 数学奥林匹克不等式欣赏                | 2011-09 | 38.00  | 138     |
| 数学奥林匹克超级题库(初中卷上)           | 2010-01 | 58.00  | 66      |
| 数学奥林匹克不等式证明方法和技巧(上、下)      | 2011-08 | 158.00 | 134,135 |
| 近代拓扑学研究                    | 2013-01 | 28.00  | 239     |
| 500个最新世界著名数学智力趣题           | 2008-06 | 48.00  | 3       |
| 新编640个世界著名数学智力趣题           | 2013-02 | 88.00  | 242     |
| 400个最新世界著名数学最值问题           | 2008-09 | 48.00  | 36      |
| 500个世界著名数学征解问题             | 2009-06 | 48.00  | 52      |
| 400个中国最佳初等数学征解老问题          | 2010-01 | 48.00  | 60      |
| 500个俄罗斯数学经典老题              | 2011-01 | 28.00  | 81      |
| 1000个国外中学物理好题              | 2012-04 | 48.00  | 174     |
| 300个日本高考数学题                | 2012-05 | 38.00  | 142     |
| 500个前苏联早期高考数学试题及解答         | 2012-05 | 28.00  | 185     |
| 数学 我爱你                     | 2008-01 | 28.00  | 20      |
| 精神的圣徒 别样的人生——60位中国数学家成长的历程 | 2008-09 | 48.00  | 39      |
| 数学史概论                      | 2009-06 | 78.00  | 50      |
| 斐波那契数列                     | 2010-02 | 28.00  | 65      |
| 数学拼盘和斐波那契魔方                | 2010-07 | 38.00  | 72      |
| 斐波那契数列欣赏                   | 2011-01 | 28.00  | 160     |
| 数学的创造                      | 2011-02 | 48.00  | 85      |
| 数学中的美                      | 2011-02 | 38.00  | 84      |
| 最新全国及各省市高考数学试卷解法研究及点拨评析    | 2009-02 | 38.00  | 41      |
| 高考数学的理论与实践                 | 2009-08 | 38.00  | 53      |
| 中考数学专题总复习                  | 2007-04 | 28.00  | 6       |
| 向量法巧解数学高考题                 | 2009-08 | 28.00  | 54      |
| 新编中学数学解题方法全书(高考复习卷)        | 2010-01 | 48.00  | 67      |
| 新编中学数学解题方法全书(高考真题卷)        | 2010-01 | 38.00  | 62      |
| 新编中学数学解题方法全书(高考精华卷)        | 2011-03 | 68.00  | 118     |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                                   | 出 版 时 间 | 定 价   | 编 号     |
|---------------------------------------|---------|-------|---------|
| 高考数学核心题型解题方法与技巧                       | 2010-01 | 28.00 | 86      |
| 数学解题——靠数学思想给力(上)                      | 2011-07 | 38.00 | 131     |
| 数学解题——靠数学思想给力(中)                      | 2011-07 | 48.00 | 132     |
| 数学解题——靠数学思想给力(下)                      | 2011-07 | 38.00 | 133     |
| 我怎样解题                                 | 2013-01 | 48.00 | 227     |
| 2011年全国及各省市高考数学试题审题要津与解法研究            | 2011-10 | 48.00 | 139     |
| 新课标高考数学——五年试题分章详解(2007~2011)(上、下)     | 2011-10 | 78.00 | 140,141 |
| 30分钟拿下高考数学选择题、填空题                     | 2012-01 | 48.00 | 146     |
| 高考数学压轴题解题诀窍(上)                        | 2012-02 | 78.00 | 166     |
| 高考数学压轴题解题诀窍(下)                        | 2012-03 | 28.00 | 167     |
| 格点和面积                                 | 2012-07 | 18.00 | 191     |
| 射影几何趣谈                                | 2012-04 | 28.00 | 175     |
| 斯潘纳尔引理——从一道加拿大数学奥林匹克试题谈起              | 2012-12 | 18.00 | 228     |
| 李普希兹条件——从几道近年高考数学试题谈起                 | 2012-10 | 18.00 | 221     |
| 拉格朗日中值定理——从一道北京高考试题的解法谈起              | 2012-10 | 18.00 | 197     |
| 闵科夫斯基定理——从一道清华大学自主招生试题谈起              | 2012-10 | 18.00 | 198     |
| 哈尔测度——从一道冬令营试题的背景谈起                   | 2012-08 | 28.00 | 202     |
| 切比雪夫逼近问题——从一道中国台北数学奥林匹克试题谈起           | 2013-01 | 38.00 | 238     |
| 伯恩斯坦多项式与贝齐尔曲面——从一道全国高中数学联赛试题谈起        | 2013-03 | 38.00 | 236     |
| 卡塔兰猜想——从一道普特南竞赛试题谈起                   | 即将出版    |       |         |
| 麦卡锡函数和阿克曼函数——从一道前南斯拉夫数学奥林匹克试题谈起       | 2012-08 | 18.00 | 201     |
| 贝蒂定理与拉姆贝克莫斯尔定理——从一个拣石子游戏谈起            | 2012-08 | 18.00 | 217     |
| 皮亚诺曲线和豪斯道夫分球定理——从无限集谈起                | 2012-08 | 18.00 | 211     |
| 平面凸图形与凸多面体                            | 2012-10 | 28.00 | 218     |
| 斯坦因豪斯问题——从一道二十五省市自治区中学数学竞赛试题谈起        | 2012-07 | 18.00 | 196     |
| 纽结理论中的亚历山大多项式与琼斯多项式——从一道北京市高一数学竞赛试题谈起 | 2012-07 | 28.00 | 195     |
| 原则与策略——从波利亚“解题表”谈起                    | 即将出版    |       |         |
| 转化与化归——从三大尺规作图不能问题谈起                  | 2012-08 | 28.00 | 214     |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                                      | 出 版 时 间 | 定 价   | 编 号 |
|------------------------------------------|---------|-------|-----|
| 代数几何中的贝祖定理——从一道 IMO 试题的解法谈起              | 2012-07 | 18.00 | 193 |
| 成功连贯理论与约当块理论——从一道比利时数学竞赛试题谈起             | 2012-04 | 18.00 | 180 |
| 磨光变换与范·德·瓦尔登猜想——从一道环球城市竞赛试题谈起            | 即将出版    |       |     |
| 素数判定与大数分解                                | 2012-08 | 18.00 | 199 |
| 置换多项式及其应用                                | 2012-10 | 18.00 | 220 |
| 许瓦兹引理——从一道西德 1981 年数学奥林匹克试题谈起            | 即将出版    |       |     |
| 椭圆函数与模函数——从一道美国加州大学洛杉矶分校 (UCLA) 博士资格考题谈起 | 2012-10 | 38.00 | 219 |
| 差分方程的拉格朗日方法——从一道 2011 年全国高考理科试题的解法谈起     | 2012-08 | 28.00 | 200 |
| 拉姆塞定理——从王诗成院士的一个问题谈起                     | 即将出版    |       |     |
| 力学在几何中的一些应用                              | 2013-01 | 38.00 | 240 |
| 高斯散度定理、斯托克斯定理和平面格林定理——从一道国际大学生数学竞赛试题谈起   | 即将出版    |       |     |
| 康托洛维奇不等式——从一道全国高中联赛试题谈起                  | 即将出版    |       |     |
| 西格尔引理——从一道第 18 届 IMO 试题的解法谈起             | 即将出版    |       |     |
| 罗斯定理——从一道前苏联数学竞赛试题谈起                     | 即将出版    |       |     |
| 拉克斯定理和阿廷定理——从一道 IMO 试题的解法谈起              | 即将出版    |       |     |
| 毕卡大定理——从一道美国大学数学竞赛试题谈起                   | 即将出版    |       |     |
| 贝齐尔曲线——从一道全国高中联赛试题谈起                     | 即将出版    |       |     |
| 拉格朗日乘子定理——从一道 2005 年全国高中联赛试题谈起           | 即将出版    |       |     |
| 雅可比定理——从一道 2005 年全国高中联赛试题谈起              | 即将出版    |       |     |
| 李天岩—约克定理——从一道波兰数学竞赛试题谈起                  | 即将出版    |       |     |
| 整系数多项式因式分解的一般方法——从克隆耐克算法谈起               | 即将出版    |       |     |
| 布劳维不动点定理——从一道美国数学奥林匹克试题谈起                | 即将出版    |       |     |
| 压缩不动点定理——从一道高考数学试题的解法谈起                  | 即将出版    |       |     |
| 伯恩赛德定理——从一道英国数学奥林匹克试题谈起                  | 即将出版    |       |     |
| 布查特—莫斯特定理——从一道上海市初中竞赛试题谈起                | 即将出版    |       |     |
| 数论中的同余数问题——从一道普特南竞赛试题谈起                  | 即将出版    |       |     |
| 范·德蒙行列式——从一道美国数学奥林匹克试题谈起                 | 即将出版    |       |     |



# 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                              | 出 版 时 间 | 定 价 | 编 号 |
|----------------------------------|---------|-----|-----|
| 中国剩余定理——从一道美国数学奥林匹克试题的解法谈起       | 即将出版    |     |     |
| 牛顿程序与方程求根——从一道全国高考试题解法谈起         | 即将出版    |     |     |
| 库默尔定理——从一道 IMO 预选试题谈起            | 即将出版    |     |     |
| 卢丁定理——从一道冬令营试题的解法谈起              | 即将出版    |     |     |
| 沃斯滕霍姆定理——从一道 IMO 预选试题谈起          | 即将出版    |     |     |
| 卡尔松不等式——从一道莫斯科数学奥林匹克试题谈起         | 即将出版    |     |     |
| 信息论中的香农熵——从一道近年高考压轴题谈起           | 即将出版    |     |     |
| 约当不等式——从一道希望杯竞赛试题谈起              | 即将出版    |     |     |
| 拉比诺维奇定理                          | 即将出版    |     |     |
| 刘维尔定理——从一道《美国数学月刊》征解问题的解法谈起      | 即将出版    |     |     |
| 卡塔兰恒等式与级数求和——从一道 IMO 试题的解法谈起     | 即将出版    |     |     |
| 勒让德猜想与素数分布——从一道爱尔兰竞赛试题谈起         | 即将出版    |     |     |
| 天平称重与信息论——从一道基辅市数学奥林匹克试题谈起       | 即将出版    |     |     |
| 艾思特曼定理——从一道 CMO 试题的解法谈起          | 即将出版    |     |     |
| 一个爱尔特希问题——从一道西德数学奥林匹克试题谈起        | 即将出版    |     |     |
| 有限群中的爱丁格尔问题——从一道北京市初中二年级数学竞赛试题谈起 | 即将出版    |     |     |
| 贝克码与编码理论——从一道全国高中联赛试题谈起          | 即将出版    |     |     |

|                        |         |       |     |
|------------------------|---------|-------|-----|
| 中等数学英语阅读文选             | 2006—12 | 38.00 | 13  |
| 统计学专业英语                | 2007—03 | 28.00 | 16  |
| 统计学专业英语(第二版)           | 2012—07 | 48.00 | 176 |
| 幻方和魔方(第一卷)             | 2012—05 | 68.00 | 173 |
| 尘封的经典——初等数学经典文献选读(第一卷) | 2012—07 | 48.00 | 205 |
| 尘封的经典——初等数学经典文献选读(第二卷) | 2012—07 | 38.00 | 206 |

|                |         |       |     |
|----------------|---------|-------|-----|
| 实变函数论          | 2012—06 | 78.00 | 181 |
| 非光滑优化及其变分分析    | 2013—01 | 48.00 | 230 |
| 初等微分拓扑学        | 2012—07 | 18.00 | 182 |
| 方程式论           | 2011—03 | 38.00 | 105 |
| 初级方程式论         | 2011—03 | 28.00 | 106 |
| Galois 理论      | 2011—03 | 18.00 | 107 |
| 古典数学难题与伽罗瓦理论   | 2012—11 | 58.00 | 223 |
| 代数方程的根式解及伽罗瓦理论 | 2011—03 | 28.00 | 108 |



## 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室 已出版(即将出版)图书目录



| 书 名                   | 出 版 时 间 | 定 价   | 编 号 |
|-----------------------|---------|-------|-----|
| 线性偏微分方程讲义             | 2011-03 | 18.00 | 110 |
| $N$ 体问题的周期解           | 2011-03 | 28.00 | 111 |
| 代数方程式论                | 2011-05 | 28.00 | 121 |
| 动力系统的不变量与函数方程         | 2011-07 | 48.00 | 137 |
| 基于短语评价的翻译知识获取         | 2012-02 | 48.00 | 168 |
| 应用随机过程                | 2012-04 | 48.00 | 187 |
| 闵嗣鹤文集                 | 2011-03 | 98.00 | 102 |
| 吴从忻数学活动三十年(1951~1980) | 2010-07 | 99.00 | 32  |

|                    |         |       |     |
|--------------------|---------|-------|-----|
| 吴振奎高等数学解题真经(概率统计卷) | 2012-01 | 38.00 | 149 |
| 吴振奎高等数学解题真经(微积分卷)  | 2012-01 | 68.00 | 150 |
| 吴振奎高等数学解题真经(线性代数卷) | 2012-01 | 58.00 | 151 |
| 钱昌本教你快乐学数学(上)      | 2011-12 | 48.00 | 155 |
| 钱昌本教你快乐学数学(下)      | 2012-03 | 58.00 | 171 |

联系地址:哈尔滨市南岗区复华四道街10号 哈尔滨工业大学出版社刘培杰数学工作室

网 址:<http://lpj.hit.edu.cn/>

邮 编:150006

联系电话:0451-86281378 13904613167

E-mail:lpj1378@yahoo.com.cn

# ◎ 目 录

## 预备知识 三角级数·傅里叶级数 //1

- §1 定义 //1
- §2 直交函数列 //3
- §3 三角函数系的完备性 //5
- §4 平方可积的函数 //7

## 第一章 傅里叶级数的收敛 //10

- §1 傅里叶级数的运算 //10
- §2 黎曼和勒贝格的定理 //16
- §3 迪利克雷积分和收敛的局部性 //18
- §4 有界变差的函数 //23
- §5 有界变差的平均函数 //26
- §6 杨的收敛定理 //28
- §7 勒贝格的收敛定理 //31
- §8 勒贝格定理的拓广 //37
- §9 累次平均函数 //41
- §10 连续和收敛 //45
- §11 混合判定法 //49
- §12 共轭级数的收敛问题 //53

## 第二章 傅里叶级数的和 //59

- §1 傅里叶级数的和 //59
- §2 傅里叶级数可用正则  $T$  求和法求和的情况 //65
- §3 阶  $\alpha$  大于  $-1$  的  $(C, \alpha)$  求和法 //72
- §4 对称点求和法 //80
- §5 求和过程中的吉布斯现象 //84
- §6 共轭级数及一级数 //94

|                           |                                                                    |       |
|---------------------------|--------------------------------------------------------------------|-------|
| § 7                       | 傅里叶级数的导级数                                                          | //99  |
| § 8                       | 在勒贝格点·凸性数列                                                         | //105 |
| § 9                       | 从有界变差函数产生的三角级数                                                     | //112 |
| § 10                      | 诺阿扬求和定理中的连续性条件                                                     | //114 |
| § 11                      | 用切萨罗求和法可以求和的条件                                                     | //122 |
| § 12                      | 切萨罗的平均函数                                                           | //131 |
| § 13                      | 负数级的切萨罗平均法                                                         | //132 |
| § 14                      | 共轭级数的和                                                             | //138 |
| 第三章 傅里叶级数的强性求和以及概收敛 //154 |                                                                    |       |
| § 1                       | 傅里叶级数的强性求和                                                         | //154 |
| § 2                       | 几乎收敛的级数                                                            | //166 |
| § 3                       | 傅里叶级数及其共轭级数的概收敛                                                    | //176 |
| § 4                       | 利用一级数的性质来研究三角级数                                                    | //186 |
| § 5                       | 平均连续性与概收敛                                                          | //189 |
| § 6                       | 从 $\sum (a_n^2 + b_n^2) \omega(n) < \infty$ 决定概收敛的部分和叙列            | //198 |
| § 7                       | 零系数特别多的级数                                                          | //205 |
| § 8                       | 再论零系数特别多的傅里叶级数                                                     | //218 |
| § 9                       | 零系数特别多的一级数                                                         | //229 |
| 第四章 傅里叶级数的绝对收敛与绝对求和 //235 |                                                                    |       |
| § 1                       | 著名的几种绝对求和法                                                         | //235 |
| § 2                       | 求和法 $ C, \alpha $                                                  | //240 |
| § 3                       | 傅里叶级数的 $ C, \alpha $ 普遍求和                                          | //247 |
| § 4                       | 三角级数的绝对收敛                                                          | //254 |
| § 5                       | $\text{Lip } \frac{1}{2}$ 中的函数以及其他边缘情况                             | //260 |
| § 6                       | 傅里叶级数 $ C, \alpha $ ( $\alpha > 0$ ) 求和的充要条件                       | //263 |
| § 7                       | 有关 $ C, \alpha $ 求和的一个等式                                           | //275 |
| § 8                       | 加强绝对平均法 $  C, \alpha $                                             | //295 |
| § 9                       | 傅里叶级数在 $ C $ 可求和的点                                                 | //299 |
| § 10                      | 负数级的求和法 $ C, -\alpha $ ( $0 < \alpha < 1$ )                        | //300 |
| § 11                      | 傅里叶系数与 $ C, \alpha $ 求和·连续模数与 $ C, \alpha $ 求和· $ C, \alpha $ 求和因子 | //313 |
| § 12                      | 绝对黎兹求和·绝对内隆德求和                                                     | //317 |

## 三角级数·傅里叶级数

### 预备知识

### § 1 定 义

假如  $a_0, a_1, \dots; b_1, b_2, \dots$  等数与变数  $x$  没有关系, 那么称

$$\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx) \quad (1)$$

是一个三角级数. 式(1)的系数  $a_n, b_n$  都是实数, 第一项的  $\frac{1}{2}$  是为方便(详明于后)起见而引入的. 写着  $z = e^{ix}$ , 那么式(1)是一级数

$$\frac{1}{2}a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n - ib_n)z^n \quad (2)$$

的实部; 称式(2)的虚部

$$\sum_{n=1}^{\infty} (a_n \sin nx - b_n \cos nx) \quad (3)$$

为式(1)的共轭级数. 例如: 当  $0 \leq r < 1, z = re^{ix}, 0 \leq x \leq 2\pi$  时, 一级数  $\frac{1}{2} + z + z^2 + \dots = \frac{1}{2} \frac{1+z}{1-z}$  的实部

$$\begin{aligned} P_r(x) &= \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} r^n \cos nx \\ &= \operatorname{Re} \left\{ \frac{1}{2} \frac{1+z}{1-z} \right\} \end{aligned}$$

和虚部

$$\begin{aligned} Q_r(x) &= \sum_{n=1}^{\infty} r^n \sin nx \\ &= \operatorname{Im} \left\{ \frac{1}{2} \frac{1+z}{1-z} \right\} \end{aligned}$$

都是收敛的三角级数,  $P_r(x)$  和  $Q_r(x)$  是互相共轭的. 由于

$$\frac{1+z}{1-z} \frac{1-\bar{z}}{1-\bar{z}} = \frac{1-r^2 + 2ir \sin x}{1-2r \cos x + r^2}$$

所以

$$\begin{aligned} P_r(x) &= \frac{1-r^2}{2(1-2r \cos x + r^2)} \\ Q_r(x) &= \frac{r \sin x}{1-2r \cos x + r^2} \end{aligned}$$

写着  $c_k = \frac{1}{2}(a_k - ib_k)$ ,  $\bar{c}_k = c_{-k}$ ,  $b_0 = 0$ , 那么式(1)的最初  $n+1$  项的和

$$S_n(x) = \frac{1}{2}a_0 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^n \{ (a_k - ib_k) e^{ikx} + (a_k + ib_k) e^{-ikx} \}$$

等于  $\sum_{k=-n}^n c_k e^{ikx}$ , 称  $\sum_{k=-\infty}^{\infty} c_k e^{ikx}$  为式(1)的复数形式, 或是洛朗(Laurent)级数的形式, 当  $a \neq 0$  时, 记

$$a = |a| \operatorname{sgn} a$$

当  $a = 0$  时, 规定  $\operatorname{sgn} a = 0$ . 那么, 式(1)的共轭级数式(3)可以写成洛朗级数的形式

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} -ic_k \operatorname{sgn} k \cdot e^{ikx} \quad (4)$$

研讨级数的性质, 往往用到阿贝尔(Abel)变换. 设

$$U_k = u_0 + u_1 + \cdots + u_k, U_{-1} = 0$$

则  $\sum_{k=m}^n u_k v_k = \sum_{k=m}^n (U_k - U_{k-1}) v_k$ . 从而得到阿贝尔变换

$$\sum_{k=m}^n u_k v_k = \sum_{k=m}^{n-1} U_k (v_k - v_{k+1}) - U_{m-1} v_m + U_n v_n \quad (5)$$

当级数  $\sum |v_k - v_{k-1}|$  收敛时, 称  $\{v_k\}$  是一个有界变差的数列, 利用式(5), 我们就能证明下述:

**定理** 假设  $v_0, v_1, \cdots$  是一个有界变差的数列; 在区间  $[a, b]$  上, 级数  $\sum u_n(x)$  是均匀有界, 那么级数  $\sum v_n^* u_n(x)$  在  $[a, b]$  上均匀收敛, 这里  $v_n^* = v_n - \lim_{n \rightarrow \infty} v_n$ .