

高等学校試用教科書



結構力學

JIEGOU LIXUE

下 冊

湖南大學數學力學系工程力學教研組編

人民教育出版社

高等学校試用教科書



結 构 力 学

JIEGOU LIXUE

下 册

湖南大学数学力学系工程力学教研組編

人 民 教 育 出 版 社

本书是湖南大学工程力学教研组编写的，曾于1958、1959年分上、中、下三册先后出版。1961年4月间，经湖南大学、南京工学院、清华大学、唐山铁道学院、同济大学、天津大学、华东水利学院等校有关教师略加增、删、修改后再版。

此次再版，将原版下册弹性及塑性理论部分的内容划出，并重新划分为上、中、下三册。上册讲述静定结构的内力分析和变位计算；中册包括超静定结构的两类基本分析方法——力法和变位法；下册包括刚架分析的其他方法，极限荷载的计算，结构弹性稳定的计算和结构动力学基础。在超静定结构的内力分析部分，本书着重介绍力法和变位法两类基本方法，并介绍了刚架的近似算法，弯矩分配法和一些其他计算方法；另外，对超静定桁架和桁梁混合结构的近似计算也作了一些介绍。

本书可作高等工业学校土建、水利类专业“结构力学”课程的试用教科书，也可供有关工程技术人员参考。

本书原版系由湖南大学原结构力学教研组教师周泽西、俞集容、杨荫康和原在湖南大学工作现为长沙铁道学院教师李廉锟、张忻宇集体讨论分工执笔并交互修改而成。

结 构 力 学

下 册

湖南大学数学力学系工程力学教研组编

北京市书刊出版业营业许可证出字第2号

人民教育出版社出版(北京景山东街)

京 华 印 书 局 印 装

新华书店北京发行所发行

各 地 新 华 书 店 经 售

统一书号 15010·845 开本 850×1168 $1/32$ 印张 $8\frac{12}{16}$ 插页 4

字数 210,000 印数 19,801—22,300 定价(7)¥1.10

1959年12月第1版 1961年6月第2版(修订本) 1961年10月北京第6次印刷

下册目录

第十七章 剛架分析的其他方法	513
§ 17-1. 概述	513
§ 17-2. 力矩一次分配法(弯矩定点法)	514
§ 17-3. 角变定点法(角变传播法或形变分配法)	531
§ 17-4. 旋轉力矩传播法	537
§ 17-5. 不均衡力矩传播法	541
§ 17-6. 集体分配法	553
§ 17-7. 迭代法	563
第十八章 用近似法計算剛架	596
§ 18-1. 概述	596
§ 18-2. 单层剛架在豎向荷載作用下的近似計算	597
§ 18-3. 多层剛架在豎向荷載作用下的近似計算	602
§ 18-4. 多层剛架在豎向荷載作用下較為精確的計算法	605
§ 18-5. 剛架在水平荷載作用下的近似計算法	612
§ 18-6. 剛架計算的一般程序	614
第十九章 按極限荷載計算結構	617
§ 19-1. 概述	617
§ 19-2. 超靜定桁架的計算·确定極限荷載的两种方法	618
§ 19-3. 在一次加荷下靜定梁的計算	622
§ 19-4. 在一次加荷下超靜定梁的計算	624
§ 19-5. 比例加載的一般定理	629
§ 19-6. 剛架的極限荷載	633
§ 19-7. 桁架的極限荷載	640
第二十章 結構彈性穩定的計算	645
§ 20-1. 縱橫彎曲的研究	645
§ 20-2. 穩定計算的一般概念	650
§ 20-3. 确定臨界荷載的方法	656
§ 20-4. 直杆在几个外力作用下的穩定問題	665
§ 20-5. 豎直杆件在自重作用下的穩定計算	669
§ 20-6. 变截面杆件的穩定計算	675
§ 20-7. 切力对臨界荷載的影响	678
§ 20-8. 組合杆件的穩定	680
§ 20-9. 承受均布靜水压力的圓环的穩定	686

§ 20-10. 承受均布静水压力的圆形双铰拱及无铰拱的计算	689
§ 20-11. 刚架的稳定	690
§ 20-12. 弹性介质上的杆件的稳定	698
§ 20-13. 开敞桥的上弦杆的稳定	701
§ 20-14. 狭长矩形截面的简支梁的稳定	703
§ 20-15. 工字梁的稳定计算	706
第二十一章 结构动力学基础	710
§ 21-1. 概述	710
§ 21-2. 弹性系统的自由度	711
§ 21-3. 一次自由度体系的振动微分方程式和它的极分	713
§ 21-4. 冲击荷载的影响	723
§ 21-5. 多次自由度体系的自由振动的基本方程式	725
§ 21-6. 多次自由度体系的强迫振动	732
§ 21-7. 无限次自由度梁的自由振动	738
§ 21-8. 无限次自由度刚架的自由振动	744
§ 21-9. 计算频率的近似法	749
§ 21-10. 桁架的自由振动	758
§ 21-11. 用相当梁法计算桁架的自振频率	765
§ 21-12. 无限次自由度梁的强迫振动问题	767
§ 21-13. 无限次自由度刚架的强迫振动问题	774
附录一 函数 $\varphi_1(v)$、$\varphi_2(v)$、$\varphi_3(v)$、$\varphi_4(v)$、$\eta_1(v)$、$\eta_2(v)$、$\eta_3(v)$ 的数值	1
附录二 函数 A_{kx}、B_{kx}、C_{kx}、D_{kx} 的数值	8

第十七章 剛架分析的其他方法

§ 17-1. 概述

关于超靜定結構的解法，前此我們主要地介紹了力法与变位法两种基本方法。从理論上說，这两种方法乃是最根本的和最重要的，一切形形色色的其他方法如果追溯其本質的話，都只是它們的演化和变体。不过，从实用的观点說来，光有这两种基本方法仍然是不够的。因為它們在組成和解算典型方程組上面要花去大量的功夫，当未知数数目相当多的时候，這項計算工作将是十分繁重的。特別是在工程設計中，对于同一結構要就多种不同的荷載情况进行分析，这样就更使得它們不便于实用。为了补充力法与变位法这两种基本方法的不足，除了在前一章已介紹了作为变位法的一种漸近解法的弯矩分配法之外，在本章中我們打算再介紹几种剛架分析的其他实用方法。

关于剛架分析的方法，名目繁多，无法一一介紹。我們只打算就目前国内外学者的一些主要成就作一概括性的敘述。其中包括力矩一次分配法(弯矩定点法)、角变定点法(形变分配法或角变傳播法)、不均衡力矩傳播法、集体分配法以及迭代法。除此之外，本書将角变定点法加以改善所获得的旋轉力矩傳播法，也作了一簡短的介紹。在上述各种方法中，本書編者認為俞忽教授的集体分配法具有肯定的优越性，它是現代有关剛架分析的最高成就之一。

为了符合本書的系統，使讀者易于接受起見，在敘述上述各种方法时，对于原著者的推导过程本書作了較大的改造和变更，但在

基本內容和精神方面，則是完全一致的。

§ 17-2. 力矩一次分配法(弯矩定点法)

我国学者林同棧于 1934 年所發表的其后并經蔡方蔭先生加以改善的力矩一次分配法，按其实質說来，只是弯矩定点法的变体。如同一般的弯矩定点法一样，对于閉合剛架的分析，这个方法是很复杂而不便于实用的。因此，在本节中，我們只打算介紹它在敞口剛架上的应用，同时并从沒有綫变位的情况开始。

应用这个方法分析一个沒有綫变位的剛架(圖 17-1, a)的时候，我們首先选取变位法的基本結構。在这个基本結構上面，为了控制各节点的轉动，可以不須加入附加剛臂，而只須在原結構的每一节点上施加一控制轉动的力矩(圖 17-1, b)，这一力矩的数值显然就等于相应的变位法典型方程式的自由項。在任一节点 n 上面，我們拿 R_{np} 来表示这个力矩。它的数值應該等于匯交于节点 n 的各杆的固端弯矩的总和。将圖 17-1, b 所示的荷載情况与原来的实际荷載情况(圖 17-1, a)相比較，可見两者并不相同。为了符合原来的荷載情况，我們須在任一节点 n 施加一相反之力矩 $-R_{np}$ ，有如圖 17-1, c

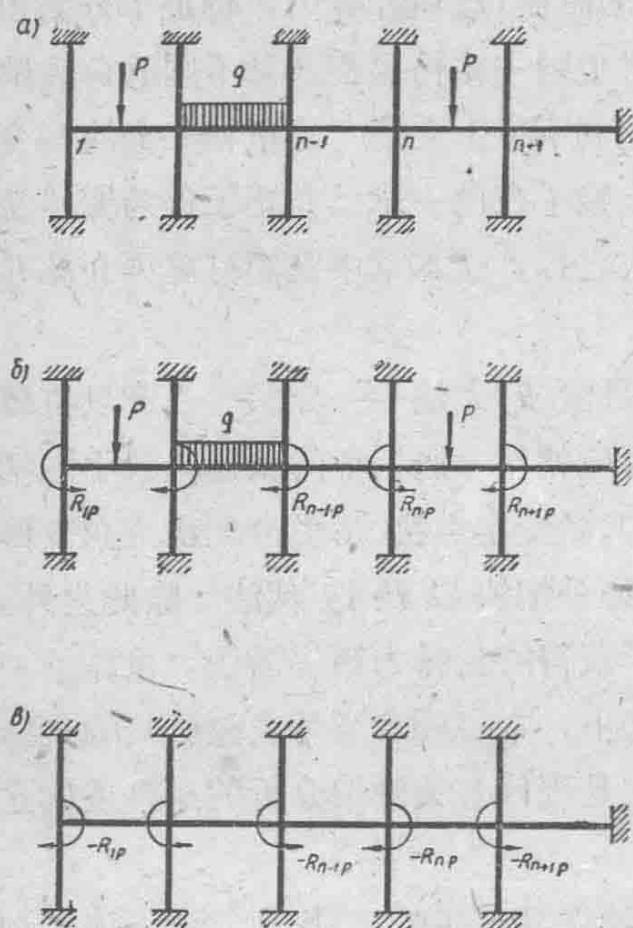


圖 17-1.

每一节点上施加一控制轉动的力矩(圖 17-1, b)，这一力矩的数值显然就等于相应的变位法典型方程式的自由項。在任一节点 n 上面，我們拿 R_{np} 来表示这个力矩。它的数值應該等于匯交于节点 n 的各杆的固端弯矩的总和。将圖 17-1, b 所示的荷載情况与原来的实际荷載情况(圖 17-1, a)相比較，可見两者并不相同。为了符合原来的荷載情况，我們須在任一节点 n 施加一相反之力矩 $-R_{np}$ ，有如圖 17-1, c

所示。根据力的作用的独立性原理，如果我們能把圖 17-1, δ 及 ϵ 所示的两种荷載情況下各杆端弯矩求得并进行叠加，則所得結果即為在圖 17-1, a 所示实际荷載作用下之最終弯矩。

不过，在圖 17-1, δ 所示的荷載情況下，各杆端弯矩即等于固端弯矩。其数值可查表获得，不須特別加以計算。因此，我們所需討論的只是在圖 17-1, ϵ 所示荷載作用下如何計算各杆端弯矩的問題。同时，对于后面这一个問題，根据力的作用的独立性原理，我們可以分別計算作用在各节点的集中力矩对各杆端弯矩的影响。現在我們来考虑由于节点 n 上的 $-R_{np}$ 的作用(圖 17-2)發生于各杆端的弯矩。

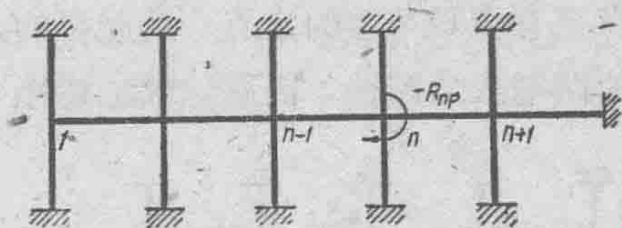


圖 17-2.

首先考虑受荷載作用的节点 n 的杆端弯矩。为此我們引出修正勁度的定义：任一杆左(或右)端之修正勁度，等于該杆端發生單位角变，而其右(或左)方所有节点均为自由放松的情況下产生于該杆端之弯矩。例如，当节点 n 發生單位角变而节点 n 以左所有节点均不受固定約束时，在 $n, n-1$ 杆之 n 端所引起的弯矩称为 $n, n-1$ 杆在 n 端之修正勁度，并用 $S_{n, n-1}^m$ 表示之。依照上述定义，并根据节点 n 之力矩平衡条件可知：使节点 n 發生單位角变时所須施加之外力矩之数值，应等于匯交于該节点之各杆端修正勁度之总和 $\sum S_n^m$ 。由此可知：当受外力矩 $-R_{np}$ 作用时，节点 n 之角变位应等于 $\frac{-R_{np}}{\sum S_n^m}$ ，而任一杆端弯矩，如 $M_{n, n-1}$ ，可依下式求得：

$$M_{n, n-1} = -\frac{R_{np}}{\sum S_n^m} \cdot S_{n, n-1}^m = -\mu_{n, n-1}^H R_{np}, \quad 17-1$$

式中

$$\mu_{n, n-1}^H = \frac{S_{n, n-1}^m}{\sum S_n^m} \quad 17-2$$

称为不平衡力矩分配系数。

由上述可見：只要能求出各杆端的修正勁度，我們即可按式 17-2 算出不平衡力矩分配系数，然后再按式 17-1 即可算出受荷載作用的节点的各杆端弯矩。不过，关于計算修正勁度的問題，我們拟留待下面討論。

現在我們来証明：当节点 n 受到 $-R_{np}$ 作用时，任一杆件上面存在有弯矩为零的定点。为此目的，我們將任一杆件，如 $n, n-1$ 的两端改为鉸接，而置以其端弯矩 $M_{n, n-1}$ 及 $M_{n-1, n}$ 以代替原来

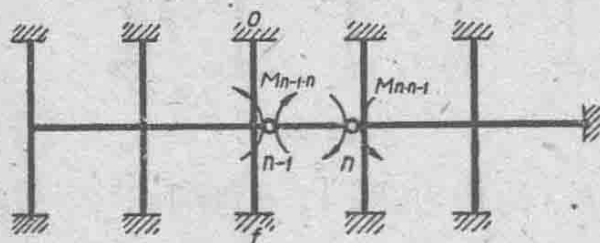


圖 17-3.

之剛接作用（圖 17-3）。对于 $M_{n, n-1}$ 及 $M_{n-1, n}$ 的方向按变位法中的規定，以对杆端順时針轉动者为正。在圖

17-3 所示之超靜定基本結構上，采用力法成立表示沿 $M_{n-1, n}$ 方向的相对角变位等于零的典型方程式如下。

$$M_{n-1, n} \delta_{n-1, n-1} + M_{n, n-1} \delta_{n-1, n} = 0.$$

由上式得出：

$$\frac{M_{n-1, n}}{M_{n, n-1}} = -\frac{\delta_{n-1, n}}{\delta_{n-1, n-1}} = C_{n, n-1}^m. \quad 17-3$$

对式 17-3 加以考察，可以得知。

(1) 只要在节点 n 以左不受到外力作用，則 $M_{n-1, n}$ 与 $M_{n, n-1}$ 之比值 $C_{n, n-1}^m$ 为一固定的正常数（因为 $\delta_{n-1, n}$ 与 $\delta_{n-1, n-1}$ 之方向相反，其符号为負）。这一常数 $C_{n, n-1}^m$ 我們称之为 $n, n-1$ 杆由 n 端向 $n-1$ 端的修正傳遞系数。它是一般的弯矩定点比^①的倒数。

(2) 由于修正傳遞系数为一正常数，故知 $M_{n, n-1}$ 与 $M_{n-1, n}$

① 参看普洛柯費耶夫著結構理論第二卷第 354 頁，高等教育出版社 1957 年版。

的拉伸邊相反，而在 $n, n-1$ 杆的中間，存在有一彎矩為零的固定點。我們稱之為彎矩定點。它的位置不隨節點 n 以右的荷載情況而變化。

按式 17-3 計算修正傳遞係數是不方便的。為了此後計算的需要，我們須把它化成便於實用的形式。為此，我們先確定主變位 $\delta_{n-1, n-1}$ 及副變位 $\delta_{n-1, n}$ 。

由圖 17-3 可以看出，副變位 $\delta_{n-1, n}$ 等於單跨梁 $n, n-1$ 在 n 端受到 $M_{n, n-1}=1$ 的作用而在 $n-1$ 端所引起之角變位。它的數值按照公式 16-30 應該等於：

$$\delta_{n-1, n} = -\frac{C_{n, n-1}}{S_{n-1, n}[1 - C_{n-1, n}C_{n, n-1}]} \quad 17-4$$

主變位 $\delta_{n-1, n-1}$ 由兩部分組成：一部分是節點 $n-1$ 的剛接部分在 $M_{n-1, n}=1$ 的作用下所產生之角變位 φ_{n-1} (圖 17-4)；另一部分則是單跨梁 $n, n-1$ 的 $n-1$ 端在同一力矩作用下所產生之角變位。後者可按公式 16-30 確定。因而我們可寫出：

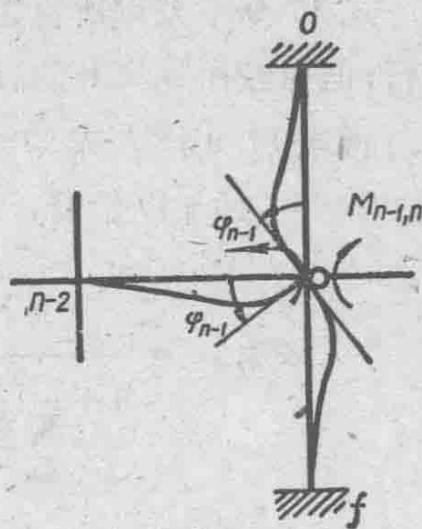


圖 17-4.

$$\delta_{n-1, n-1} = \varphi_{n-1} + \frac{1}{S_{n-1, n}[1 - C_{n-1, n}C_{n, n-1}]} \quad 17-5$$

我們繼續對 φ_{n-1} 加以確定。在 $n-1, n-2$ 杆上面根據公式 16-30，並注意到 $M_{n-2, n-1} = C_{n-1, n-2}^m M_{n-1, n-2}$ 則有：

$$\varphi_{n-1} = \frac{M_{n-1, n-2} - C_{n-2, n-1}C_{n-1, n-2}^m M_{n-1, n-2}}{S_{n-1, n-2}(1 - C_{n-1, n-2}C_{n-2, n-1})} \quad 17-6$$

由式 17-6 可得：

$$M_{n-1, n-2} = \frac{S_{n-1, n-2}(1 - C_{n-1, n-2}C_{n-2, n-1})}{(1 - C_{n-2, n-1}C_{n-1, n-2}^m)} \varphi_{n-1},$$

对于 $n-1$ 节点的其他杆件同样可得:

$$M_{n-1, 0} = \frac{S_{n-1, 0}(1 - C_{n-1, 0}C_{0, n-1})}{(1 - C_{0, n-1}C_{n-1, 0}^m)} \varphi_{n-1},$$

.....

17-7

由节点 $n-1$ 的平衡条件可得:

$$M_{n-1, n-2} + M_{n-1, 0} + M_{n-1, 1} + \dots = M_{n-1, n} = 1. \quad 17-8$$

将式 17-7 代入到式 17-8 中, 则得:

$$\varphi_{n-1} = \frac{1}{\sum \frac{S_{n-1, j}(1 - C_{n-1, j}C_{j, n-1})}{(1 - C_{j, n-1}C_{n-1, j}^m)}}. \quad 17-9$$

式 17-9 中分母所含之总和, 应在匯交于节点 $n-1$ 之各杆上进行, 但由鉸所隔离开的杆件 $n-1, n$ 不包括在内。

将式 17-9 代入式 17-5 中, 然后将式 17-5 及 17-4 一同代入式 17-3 中, 并加以化简, 即可得出如下的计算修正傳遞系数的公式:

$$C_{n, n-1}^m = \frac{C_{n, n-1}}{1 + \frac{S_{n-1, n}(1 - C_{n, n-1}C_{n-1, n})}{\sum \frac{S_{n-1, j}(1 - C_{n-1, j}C_{j, n-1})}{(1 - C_{j, n-1}C_{n-1, j}^m)}}}. \quad 17-10$$

对于受荷載作用的节点 n 以左的其他杆件以及以右的一切杆件同样可以証明都存在有弯矩定点, 因而对于上列计算傳遞系数的公式可以按如下的統一形式写出:

$$C_{ba}^m = \frac{C_{ba}}{1 + \frac{S_{ab}(1 - C_{ba}C_{ab})}{\sum \frac{S_{aj}(1 - C_{aj}C_{ja})}{(1 - C_{ja}C_{aj}^m)}}}. \quad 17-10'$$

从式 17-10' 可知: 如欲计算任一杆件 ab 右端 b 之 C_{ba}^m 值, 則必先算出該杆左端 a 各連接杆 aj 之右端之修正傳遞系数 C_{aj}^m 之

数值。故各杆右端之修正傳遞系数，必須自剛架之最左边之杆件开始，向右依次計算，始可逐一求得。若最左杆之左端支座 a 系鉸接，則其右端 b 之 C_{ba}^m 应等于零；若最左杆之左端支座 a 系固定，則 C_{ba}^m 即应等于通常之傳遞系数 C_{ba} 。同样地，对于任一杆左端之修正傳遞系数，則应从最右边之杆件开始，向左依次計算，始可逐一求得。

計算修正傳遞系数的公式导得后，我們可轉而討論計算前述修正勁度的問題。在各节点自由放松的情况下，若任一杆件 ab 之 b 端發生單位角变位 $\varphi_b = 1$ ，則其两端弯矩应分別等于：

$$M_{ba} = S_{ba}^m; \quad 17-11$$

及
$$M_{ab} = S_{ba}^m C_{ba}^m. \quad 17-12$$

将以上两式代入式 16-30 中得到：

$$\varphi_b = \frac{S_{ba}^m - C_{ab} S_{ba}^m C_{ba}^m}{S_{ba} (1 - C_{ab} C_{ba}^m)} = 1. \quad 17-13$$

由式 17-13 可以解出計算修正勁度之公式如下：

$$S_{ba}^m = \frac{S_{ba} (1 - C_{ab} C_{ba})}{(1 - C_{ab} C_{ba}^m)}. \quad 17-14$$

将式 17-14 代入式 17-10' 得出：

$$C_{ba}^m = \frac{C_{ab}}{1 + \frac{S_{ab} (1 - C_{ab} C_{ba})}{\sum S_{aj}^m}}. \quad 17-15$$

分別自剛架的最左边及最右边之杆件开始交互利用式 17-14 及 17-15 可以依次将各杆两端之修正勁度及修正傳遞系数算出。这是在計算各杆端弯矩之前所必須作的准备工作。

現在我們来对計算各杆端弯矩的問題作一全面的介紹。首先，如前所述，利用公式 17-1 及 17-2 我們可以求出受外力矩 R_{np} 作用的节点 n 的各杆端弯矩，如 $M_{n, n-1}$ 。利用修正傳遞系

数,我們可算出匯交于节点 n 的各杆的他端之弯矩,如利用 $C_{n,n-1}^m$ 我們可算出 $M_{n-1,n}$ 。求出后,我們可轉而計算节点 $n-1$ 之其他杆端弯矩。为此,我們將 $n-1, n$ 杆之 $n-1$ 端改为鉸接而

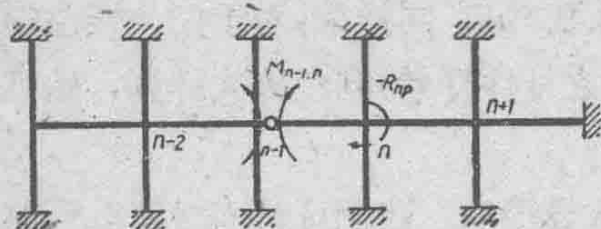


圖 17-5.

置以力矩 $M_{n-1,n}$ (圖 17-5)。此时节点 $n-1$ 以右之荷載,由于被鉸 $n-1$ 隔开,对該节点的剛接部分的角变位不發生影响,故

如前所述 $M_{n-1,n}$ 将按各杆之修正勁度分配于节点 $n-1$ 剛接部分的各杆端。以 $M_{n-1,n-2}$ 为例,应等于

$$M_{n-1,n-2} = -\frac{S_{n-1,n-2}^m}{\sum S_{n-1,j}^m} M_{n-1,n} = -\mu_{n-1,n-2}^e M_{n-1,n}. \quad 17-16$$

式 17-16 中分母之总和系将节点 $n-1$ 之各杆之修正勁度相加,但被鉸隔开之 $n-1, n$ 杆不計在內,这是与前述計算受外荷作用的节点的杆端弯矩不同的。式中之負号系表示 $M_{n-1,n}$ 为正(对杆端 $n-1, n$ 順时針轉)时, $M_{n-1,n-2}$ 必然为負。同时,被分配的力矩 $M_{n-1,n}$ 乃是 $n-1, n$ 杆在 $-R_{np}$ 作用下的最終杆端弯矩,故可称之为均衡力矩。由于这些,我們可称 $\mu_{n-1,n-2}^e$ 为均衡力矩分配系数,它可写为:

$$\mu_{n-1,n-2}^e = \frac{S_{n-1,n-2}^m}{\sum S_{n-1,j}^m} \quad 17-17$$

利用式 17-16 即可算出节点 $n-1$ 之各杆端弯矩。再利用修正傳遞系数又可求出各杆他端之弯矩。如此依次計算下去,即可将所有杆端弯矩一一求出。对于节点 n 以右之各杆端弯矩亦可按同样办法逐一算得。

对于圖 17-1, 6 所示荷載情况中之任一外力矩所引起之各杆端弯矩均可按上述方法确定。将逐一算得的结果叠加并与在圖 17-1, 6 所示荷載情况下之各杆之固端弯矩相加,即得在圖 17-1, a

所示实际荷載情況下，各杆端之最終弯矩。

以上系就沒有綫變位的情況而論。在有綫變位的剛架(圖 17-6, a)上面我們可以這樣來處理：

首先，我們加入附加鏈杆不使剛架發生綫變位（但不控制节点的角變位）而受到实际荷載的作用（圖 17-6, b）。然后再使剛架發生和实际結構相同的綫變位，則此時附加鏈杆上之反力應該等于零，而各杆端之最終弯矩应等于圖 17-6, b,

c 所示兩種情況下的杆端弯矩之和。對於圖 17-6, b 所示的剛架在沒有綫變位而受到荷載作用的情況下的各杆端弯矩我們可按前面講過的方法確定。

對於圖 17-6, c 所示剛架不受荷載而有綫變位的情況，我們可以認為系按如下的兩個步驟所形成的：首先，我們認為剛架發生和实际結構相同的綫變位，但各剛性节点均受到控制轉動的外力矩 $R_{1\Delta}$, $R_{2\Delta}$ 及 $R_{3\Delta}$ 的作用(圖 17-7, a)，因而沒有角變位發生。其次，為了符合

圖 17-6, c 所示之情況，我們須在各节点施加方向相反之外力矩 $-R_{1\Delta}$, $-R_{2\Delta}$ 及 $-R_{3\Delta}$ 。此時由於剛架先已達到实际變位後之位

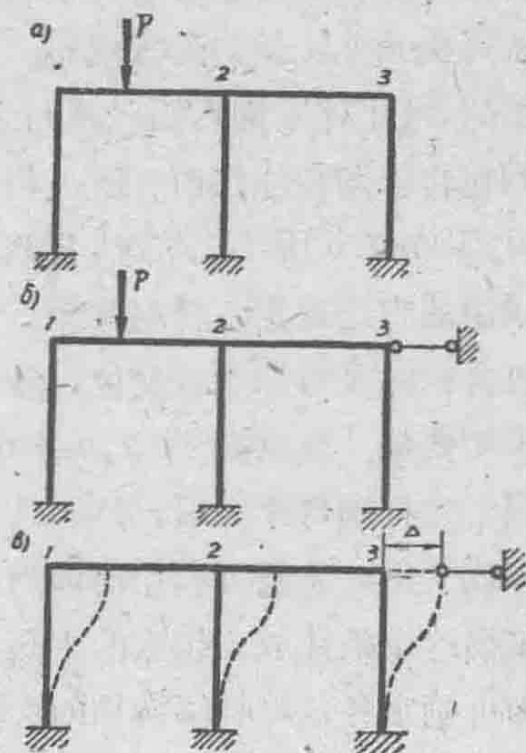


圖 17-6.

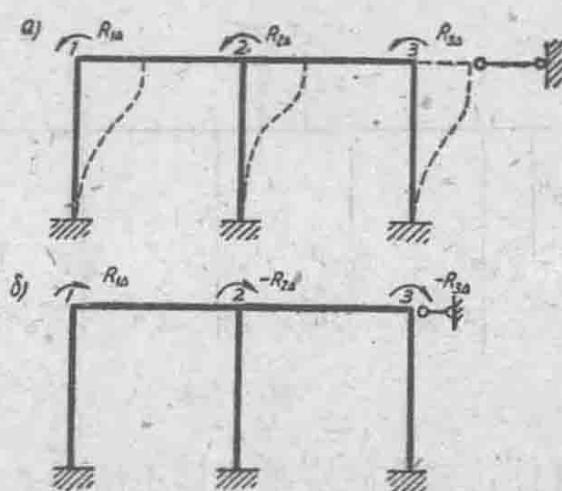


圖 17-7.

置,故不再有綫变位产生。圖 17-6, e 所示情况下之各杆端弯矩应等于圖 17-7, a 及 b 所示情况下之杆端弯矩之和。在圖 17-7, a 之情况下各杆端弯矩等于由于实际綫变位所产生之固端弯矩,其数值可由角变位移方程式求得。不过,由于实际綫变位暂时还是未知的,故上述固端弯矩以及与之平衡之外力矩 $-R_{1\Delta}$, $-R_{2\Delta}$, $-R_{3\Delta}$ 均包含未知变位在內。視 $-R_{1\Delta}$, $-R_{2\Delta}$, $-R_{3\Delta}$ 为已知外荷载,則对圖 17-7, b 所示之情况,我們可按前述在沒有綫变位的剛架上所采用的方法确定各杆端弯矩。当然,由于 $-R_{1\Delta}$, $-R_{2\Delta}$, $-R_{3\Delta}$ 中均包含暂时是未知的綫变位,故由此确定的各杆端弯矩中也必包含未知变位。根据圖 17-7, a 及 b 所示之情况确定圖 17-6, e 所示情况下之杆端弯矩以后,最后,为了确定各杆弯矩中所包含未知的实际綫变位,我們可利用前述附加鏈杆上之反力应等于零之条件。根据这个条件成立相应的平衡方程式,即可解出未知的綫变位,从而可确定各最終杆端弯矩的实际数值。

例 17-1. 試用力矩一次分配法計算圖 17-8 所示剛架之各杆端弯矩。各杆之 EJ 值均相等。

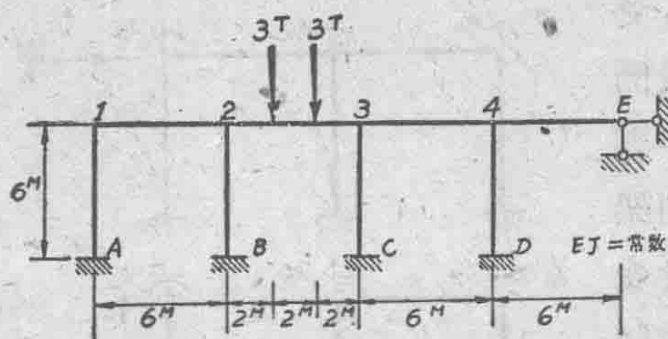


圖 17-8.

[解] 作为計算的第一步驟,我們应交互运用公式 17-15 和 17-14 分別从左向右和从右向左求出各杆两端之修正傳遞系数和修正勁度。对于一端为固定的

杆件,其非固定端之修正傳遞系数即等于普通之傳遞系数,故我們有:

$$C_{1A}^m = C_{2B}^m = C_{3C}^m = C_{4D}^m = \frac{1}{2}.$$

命 $S_{4E} = 0.75$, 則所有其他之杆端勁度均等於 1。運用公式 17-14 我們可求得:

$$S_{1A}^m = S_{2B}^m = S_{3C}^m = S_{4D}^m = 1.$$

現在我們開始從左向右按公式 17-15 及 17-14 計算各杆右端之修正傳遞系數及修正勁度。算得結果如下:

$$C_{21}^m = \frac{C_{21}}{1 + \frac{S_{12}(1 - C_{12}C_{21})}{S_{1A}^m}} = \frac{0.5}{1 + \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1}} = 0.2857;$$

$$S_{21}^m = \frac{S_{21}(1 - C_{12}C_{21})}{1 - C_{12}C_{21}^m} = \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1 - 0.5 \times 0.2857} = 0.8750;$$

$$C_{32}^m = \frac{0.5}{1 + \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{0.8750 + 1}} = 0.3571;$$

$$S_{32}^m = \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1 - 0.5 \times 0.3571} = 0.9131;$$

$$C_{43}^m = \frac{0.5}{1 + \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{0.9131 + 1}} = 0.3592;$$

$$S_{43}^m = \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1 - 0.5 \times 0.3592} = 0.9146.$$

同樣地, 我們可從右向左算出各杆左端之修正傳遞系數及修正勁度。因為 E 為鉸支端, 故

$$C_{4E}^m = \frac{M_{E4}}{M_{4E}} = 0;$$

而

$$S_{4E}^m = S_{4E} = 0.75;$$

$$C_{34}^m = \frac{C_{34}}{1 + \frac{S_{43}(1 - C_{34}C_{43})}{S_{4E}^m + S_{4D}^m}} = \frac{0.5}{1 + \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{0.75 + 1}} = 0.3501;$$

$$S_{34}^m = \frac{S_{34}(1 - C_{34}C_{43})}{1 - C_{43}C_{34}^m} = \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1 - 0.5 \times 0.3501} = 0.9091;$$

$$C_{23}^m = \frac{0.5}{1 + \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1 + 0.9091}} = 0.3589;$$

$$S_{23}^m = \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1 - 0.5 \times 0.3589} = 0.9139;$$

$$C_{12}^m = \frac{0.5}{1 + \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1 + 0.9139}} = 0.3592;$$

$$S_{12}^m = \frac{1 \times (1 - 0.5 \times 0.5)}{1 - 0.5 \times 0.3592} = 0.9141.$$

我們把以上所求得之各杆端修正傳遞系数及修正勁度之数值登記于圖 17-9, *a* 中, 以便应用。

其次, 我們应計算不平衡力矩分配系数和均衡力矩分配系数。先算不平衡力矩分配系数。由于在目前的情况下, 只有节点 2 和 3 存在有不平衡力矩, 故我們只須在这两个节点上面按公式 17-2 进行計算。

在节点 2 上面各杆之修正勁度之总和为

$$\Sigma S_2^m = S_{2B}^m + S_{23}^m + S_{21}^m = 1 + 0.9139 + 0.8750 = 2.7889.$$

各杆端之不平衡力矩分配系数可按公式 17-2 求得如下:

$$\mu_{2B}^H = \frac{1}{2.7889} = 0.3585;$$

$$\mu_{23}^H = \frac{0.9139}{2.7889} = 0.3277;$$

$$\mu_{21}^H = \frac{0.8750}{2.7889} = 0.3138.$$

同样地, 对于节点 3 我們有:

$$\Sigma S_3^m = S_{3C}^m + S_{34}^m + S_{32}^m = 1 + 0.9091 + 0.9131 = 2.8222;$$

$$\mu_{3C}^H = \frac{1}{2.8222} = 0.3544;$$

$$\mu_{34}^H = \frac{0.9091}{2.8222} = 0.3221;$$