

# 数学基础研究

〔奥〕维特根斯坦 著



创于1897

商务印书馆  
The Commercial Press

# 数学基础研究

〔奥〕维特根斯坦 著

韩林合 译



2013年·北京

图书在版编目(CIP)数据

数学基础研究/(奥)维特根斯坦著;韩林合译. —北京:商务印书馆, 2013

ISBN 978-7-100-09476-4

I. ①数… II. ①维…②韩… III. ①数学基础—研究 IV. ①014

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2012)第 226408 号

所有权利保留。

未经许可,不得以任何方式使用。

数学基础研究

〔奥〕维特根斯坦 著

韩林合 译

---

商务印书馆出版

(北京王府井大街36号 邮政编码 100710)

商务印书馆发行

北京瑞古冠中印刷厂印刷

ISBN 978-7-100-09476-4

---

2013年7月第1版

开本 850×1168 1/32

2013年7月北京第1次印刷

印张 11%

定价: 30.00 元

Ludwig Wittgenstein

**Bemerkungen über die Philosophie der Mathematik**

## 编译前言

数学的本性问题(特别是数学与逻辑的关系、数学与世界的关系问题)是维特根斯坦一生所关心的核心问题之一。在维特根斯坦所留下的 2 万多页手稿中,有至少三分之一的内容均与此问题有关。在《战时笔记》和《逻辑哲学论》等前期著述中,他深入地反思和批评了弗雷格和罗素的相关思想,并提出了自己的理解。1929 年回到哲学后,他又开始重新思考这个问题。到 1932 年夏天,他写出了大量相关评论。其中的一些评论收入《大打字稿》即 TS 213 中,形成该稿的第二部分内容。这部分内容收录在瑞斯(Rush Rhees)1969 年编辑出版的《哲学语法》(*Philosophische Grammatik*)(Suhrkamp 和 Blackwell 出版社联合出版)之中。在 1937 年至 1938 年间,维特根斯坦又集中写出了大量有关数学的本性的评论(主要是在 MS 117[第一部分和第二部分]、MSS 118-119、MS 121 之中),主要是以它们为基础,他打印出了 TS 221。该稿构成了《哲学研究》早期稿的第二部分内容。大约在 1939 年,维特根斯坦将 TS 221 剪成字条,对其上的评论进行了系统的修改和重组,整理出了 TS 222。在 1939 年至 1944 年之间,维特根斯坦更将其很大一部分精力放在了有关数学本性问题的思考上,写出了大量评论。相关笔记包括 MS 117(第四部分)、MS 121(最后

的部分)、MSS 122-127、MS 164 等。

1956 年编辑出版的《关于数学基础的评论》(*Bemerkungen über die Grundlagen der Mathematik*) (Oxford: Blackwell) 除完整收录了 TS 222 之外, 还从 MS 117 (第二部分和第四部分)、MSS 121-122、124-127 等等中选录了大量段落。在祖尔卡姆普出版社 1974 年增订版中, 该书内容得到了大幅扩充, 从上述手稿中又选取了更多的段落, 并进一步收录了 MS 164 (写于 1941 至 1944 年之间) 的绝大部分内容。正如编者自己所承认的那样, 在选录相关段落时, 编者并没有遵守前后一贯的原则。有时, 对段落的取舍是非常随意的。

为了比较好地反映后期维特根斯坦有关数学本性问题的思考的发展历程, 在本书中, 我只是完整收录了 TS 213 第二部分内容、TS 222 和 MS 164 (它们构成了本书第一至第三部分的内容), 而没有尝试从其他手稿中选录进一步的段落。

该书所用名称源于维特根斯坦自己。请看如下段落:

关于数学, 这样一种研究是可能的, 它完全类似于我们关于心理学的研究。它不是一种**数学**的研究, 正如另一种研究不是一种心理学的研究一样。在其中, 人们**不做**计算, 因此, 它也不是比如逻辑斯谛 (Logistik)。它可以恰当地获得“数学基础”研究这个名称。<sup>①</sup>

---

① Wittgenstein, *Philosophische Untersuchungen*, in *Werkausgabe*, Band 1, hrsg. von G. E. M. Anscombe and R. Rhees, Frankfurt: Suhrkamp, 1984, Teil II, S. 580. 该评论手稿来源于: MS 138; 12a[30. 1. 49]。

· 本书的编译工作得到了教育部人文社会科学重点研究基地(北京大学外国哲学研究所)项目“维特根斯坦文集”(项目号: 11JJD720006)的支持。

本书的编辑和出版工作得到了商务印书馆陈小文和关群德两位先生的大力支持。我的博士研究生沈洁帮我仔细校阅过稿件。在此表示感谢。

韩林合

北京大学哲学系暨外国哲学研究所

二零一二年二月二十日

本书所用编辑符号意义如下:

|               |                  |
|---------------|------------------|
| <b>黑体字</b>    | 表示遗稿中的一重强调文字     |
| <b>黑体字</b>    | 表示遗稿中的二重强调文字     |
| <b>着重点</b>    | 表示遗稿中的三重强调文字     |
| <del>删除</del> | 遗稿中删除之字符         |
| 甲//乙//        | 乙为甲之异文           |
| <del>背影</del> | 遗稿中由斜线或交叉线所划掉的段落 |
| [...]         | 手稿中难以识别的字符       |
| 【补加文字】        | 本书编译者所加文字        |

本书编译前言和脚注中出现的 MS 101、MS 102 等等为冯·赖特(G. H. von Wright)所制定的维特根斯坦遗著编号体系中

的手稿号, TS 201、TS 202 等等为其中的打字稿号。“MSS”和“TSS”分别代表多个手稿和打字稿。相关手稿和打字稿均载于牛津大学出版社出版的电子版《维特根斯坦遗著集》(*Wittgenstein's Nachlass*)之中。

注释中手稿号或打字稿号后由冒号所分隔开的数字指相关手稿或打字稿的页数。

# 目 录

|           |     |
|-----------|-----|
| 第一部分····· | 1   |
| 第二部分····· | 231 |
| 第三部分····· | 317 |

# 第一 部 分



# 一、数学基础

## (一) 数学：与游戏相比

1. 当人们说数学仅仅是游戏(或者：它是游戏)时，人们在否认它具有什么？

2. 游戏，与什么相对？——当人们说(它绝不是游戏)它的命题具有意义时，人们将什么归属给了它？

3. 那种命题之外的意义。

这样的意义与我们何干？它显示在哪里并且我们能够用它做些什么？(“什么是这个命题的意义？”这个问题是由一个命题来回答的。)

(“但是，一个数学命题可是表达了一个思想。”——哪个思想？——)

4. 它可以经由另一个命题来表达吗？或者，只可经由这个命题来表达？——或者根本就不能加以表达？在这种情况下它与我们毫不相关。

5. 人们仅仅是要将数学命题与其它的构成物，比如假设等等，

区分开来吗？在这点上人们做得没错，毫无疑问，这样的区别肯定是存在的。

6. 如果人们要说，数学是像象棋或者单人纸牌那样玩的，而且在此最后都有赢或者结局这回事儿，那么这明显是错误的。

7. 如果人们说，那些伴随着数学记号的使用的心灵过程不同于那些伴随着玩象棋的心灵过程，那么我不知道就此要说些什么。

8. 在象棋中也有一些这样的配置，它们是不可能的，尽管每个棋子均处在一个所允许的位置之上。（比如在如下情形中：兵的初始位置未变，而一个象已经放在棋格上。）但是，人们能够设想这样一种游戏，在其中从棋局开始步数就被记录下来了，接着出现了如下情形：在  $n$  步后，这个配置不能出现了，而且人们不能立即从这个配置看出如下之点：作为第  $n$  个配置，它是否是可能的。

9. 游戏中的行动必定相应于计算中的行动。（我的意思是：在此必定存在着相应之处，或者，二者必定是这样彼此配合起来的。）

10. 数学处理书写符号吗？恰如象棋不处理木头棋子一样，数学也不处理书写符号。

当我们谈论数学命题的意义或者谈论它们处理的是什么东西时，我们在使用一幅错误的图像。因为在此事情好像也是这样的：非本质的、任意的符号彼此共同具有本质之处，即恰恰那个意义。

11. 因为数学是一种演算，因此本质上说来不处理任何东西，没有元数学。

12. 象棋任务(象棋问题)与一局棋的关系是什么样的？——

因为显然,象棋任务相应于计算题,是一个计算题。

13. 一个算术游戏可以是这样的:我们盲目地写下一个 4 位数,比如 7368,人们应当经由如下方式来接近这个数:将 7、3、6、8 按照任意一种顺序彼此相乘。游戏参加者用笔在纸上进行计算,那个以最小数目的运算最接近于 7368 的人为胜者。(顺便说一下,今天人们喜爱的众多数学谜题均可以改造成这样的游戏。)

14. 假定人们是为了让一个人在一个算术游戏中使用算术而教他学习算术的。他因此学习到的东西就不同于为了通常的使用而学习算术的人所学习到的东西吗? 如果他在这个游戏中用 8 乘 21 并且得到 168,那么他所做的事情就不同于欲发现  $21 \times 8$  是多少的人所做的事情吗?

15. 人们要说:其中之一可是要发现真理,而另一个则不要做诸如此类的事情。

16. 现在,人们可能要将这种情形与比如这样的网球游戏的情形加以比较:在其中游戏者做出一个动作,球因此以某种方式飞走,人们可以将这一击仅仅看作这样的实验,经由其人们得到了一个特定的真理,或者另一方面,也可以将其看作这样一种游戏行动,其唯一的目的是赢得游戏。

但是,这种比较是不对的,因为我们并不将一着棋看成任何实验(顺便说一下,我们也是可以这样做的),而是将其看成一个计算的一个行动。

17. 一个人或许会说:尽管在算术游戏中我们做乘法  $\frac{21 \times 8}{168}$ ,

但是  $21 \times 8 = 168$  这个等式并不出现于其中。但是,这难道不是一个外在的区别吗?为什么我们不可以也这样来做乘法(而且肯定地这样来做除法),即将这个等式本身写出来?

18. 因此,人们只能反对说:在这种游戏中这个等式绝不是命题。但是,这意味着什么?这时,它将经由什么而成为一个命题?为了使其成为一个命题,还必须给其附加上什么?——难道这不是关涉到这个等式(或者这个乘法)的运用吗?——如果它在从一个命题到另一个命题的过渡中被运用了,那么它肯定就成为数学了。因此,数学和游戏之间的这个区别性标志便与命题概念(非数学命题概念)联合在一起了,由此对于我们来说,它便失去了其现实意义。

19. 但是,人们会说:真正的区别在于这点,即在游戏中没有肯定和否定的任何位置。比如,在那里人们做了乘法,而且  $21 \times 8 = 148$  是一种错误的走法,但是“ $\sim(21 \times 8 = 148)$ ”(它是一个适当的算术命题)在我们的游戏中是不合适的。

20. (在此人们或许回想到了这样的事实:在小学中我们从来不使用不等式,人们只要求小孩正确地做乘法,从来没有或者至多在很少的时候要求他们发现一个不等式。)

21. 当我在我们的游戏中计算出  $21 \times 8$  时和当我为了解一道应用题而这样做时,无论如何两种情况下的计算行动都是一样的(而且,在一个游戏中也可以为不等式找到一个位置)。与此相对,在两种情况中我对于计算的其余的态度无论如何都是不同的。

现在,问题是:人们能够针对在游戏中得到位置“ $21 \times 8 = 168$ ”

的那个人说,他发现了 $21 \times 8 = 168$ ? 为此他还缺少什么? 我相信除了对于这个计算的一种应用之外,不再缺少什么了。

22. 将算术称作游戏是错误的,正如将(按照象棋规则)对棋子的移动称作游戏是错误的,因为它也可能是一个计算。

23. 因此,人们必须说:不,“算术”这个词不是一个游戏的名称。(这当然又是一个琐屑的真理。)——不过,“算术”这个词的意义可以经由算术与一个算术游戏的关系而得到解释,或者也可以经由象棋任务和象棋的关系而得到解释。

但是,在此认识到如下之点是**本质性的**:这种关系不是一个网球任务和网球游戏之间的关系。

我用“网球任务”意指的是比如这样的任务:在给定的情形下将球按照一个特定的方向掷回。(或许,台球任务的情形更为清楚。)台球任务绝不是数学任务(尽管为了解决它,可以使用数学)。台球任务是一个物理任务,因此是物理学意义上的“任务”;象棋任务是一个数学任务,因此是另一种(数学)意义上的“任务”。

24. 在“形式主义”和“从内容方面看的数学”之间的战斗中,——每一方究竟都断定了什么? 这种争斗多么类似于实在论和唯心论之间的争斗啊! 比如,在如下之点上:它很快就将过时,与其日常的实践相反,双方都断言了不适当的事情。

25. 算术不是任何游戏,没有人想到将算术列于人们的游戏之中。

26. 游戏中的赢和输(或者单人纸牌游戏的结束)究竟在于什

么？自然并非在于导致比如赢的那种游戏局势。谁赢了，这点必须经由一条独特的规则来确定。（皇后跳棋和反式皇后跳棋<sup>①</sup>仅仅经由这样的规则得到区分。）

27. 这样一条规则断定了什么吗：它说“谁首先将他的棋子放到另一个人的棋格上，谁便赢了”？这点可以如何得到证实？我如何知道一个人是否赢了？比如是通过这点吗：他感到高兴？

这条规则的确说出了这点：你必须努力尽可能快速地将你的棋子等等。

这种形式的规则已经将游戏与生活联系在了一起。人们可以设想，在一所公立小学中象棋是一项教学内容，而教师对一个学生的糟糕的游戏的反应就像是他对于一个算错了的计算题的反应一样。

28. 我几乎想说：在游戏中（尽管）绝没有“真”和“假”，但是在算术中则因之而绝没有“赢”和“输”。

29. 我有一次曾经说过如下事情是可以设想的：战争是在一种巨大的棋盘上按照象棋规则决出胜负的。但是：如果它真的是仅仅按照象棋规则进行的，那么为了进行这样的战争，人们恰恰不需要任何战场；相反，它可以是在一块平常的棋盘上进行的。这时，它恰恰就不是通常意义上的战争了。不过，人们还是可以设想一场受象棋规则引导的战争。比如，它是这样受到引导的：只有在

---

<sup>①</sup> “反式皇后跳棋”德文为“Schlagdamespiel”，皇后跳棋（Dame）的一个变种，以先输掉所有棋子的人为赢家。