

“十二五”普通高等教育本科国家级
规划教材配套用书

机械工程测试技术基础

学习指导、典型题解析与习题解答

◎ 李玮华 编著



机械工业出版社
CHINA MACHINE PRESS

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材配套用书

机械工程测试技术基础学习指导、 典型题解析与习题解答

李玮华 编著
杨秦建 主审



机械工业出版社

本书是编著者根据“机械工程测试技术”课程教学大纲的要求，总结多年授课经验，从认知、巩固、掌握和能力培养的目标出发，按照机械工业出版社出版的由熊诗波、黄长艺主编的《机械工程测试技术基础》第3版的章节，结合本课程的特点、难点、要点编写而成的。

全书由两部分组成。第一部分为学习指导、典型题解析及习题解答，共分9章。每章给出了本课程的主要内容提示，在学习要点中概括精练了每章的基础知识，并按“学习要求及学习方法”“学习要点与难点分析”“典型题解析”“复习思考题”“习题解答”5个方面加以阐述。对典型题、重点题和难点题均给出了详细的分析思路和解题步骤，对教材每章后的习题均给出了详细解答。第二部分为自测题及答案，所选题型全面，难易搭配适当。

本书可作为本科非电类专业学生和广大读者的参考书，也可作为从事机械工程测试技术教学的教师和报考相关专业硕士研究生的参考资料。

图书在版编目（CIP）数据

机械工程测试技术基础学习指导、典型题解析与习题解答/李玮华编著. —北京：机械工业出版社，2013. 6

“十二五”普通高等教育本科国家级规划教材配套用书

ISBN 978-7-111-42878-7

I. ①机… II. ①李… III. ①机械工程—测试技术—高等学校—教学参考资料 IV. ①TG806

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 127740 号

机械工业出版社（北京市百万庄大街 22 号 邮政编码 100037）

策划编辑：刘小慧 责任编辑：刘小慧 王寅生 刘丽敏

版式设计：常天培 责任校对：张晓蓉

封面设计：张 静 责任印制：张 楠

北京诚信伟业印刷有限公司印刷

2013 年 8 月第 1 版第 1 次印刷

184mm × 260mm · 10. 25 印张 · 238 千字

标准书号：ISBN 978-7-111-42878-7

定价：21. 00 元

凡购本书，如有缺页、倒页、脱页，由本社发行部调换

电话服务

网络服务

社 服 务 中 心：(010) 88361066 教 材 网：<http://www.cmpedu.com>

销 售 一 部：(010) 68326294 机 工 官 网：<http://www.cmpbook.com>

销 售 二 部：(010) 88379649 机 工 官 博：<http://weibo.com/cmp1952>

读 者 购 书 热 线：(010) 88379203 封 面 无 防 伪 标 均 为 盗 版

前　　言

随着科学技术的飞速发展，以计算机技术、测控技术和通信技术为标志的信息技术在工业生产各个领域中得到广泛应用，现代生产过程和生产设备的自动化程度大大提高，这些设备大多是集机械、电子、信息、控制为一体的复杂的机电系统。它们的运行监测、故障诊断、维护维修以及结构试验和技术创新都与测试技术密切相关。测试技术隶属于信息科学的范畴，它是当代信息技术中三大支柱技术之一。也可以说，测试技术是任何高新、尖端技术的基础和先导，更是实现生产数控化、自动化的基础和前提。特别是在 21 世纪，信息在制造业中所占据的主导作用越来越凸显，而在工程试验和设备运行中的测试是准确、定量获取信息的重要方法和手段。也可以说测试技术应用水平的高低，是一个国家科学技术发展水平的重要标志。

“机械工程测试技术”课程是高等院校工科非电类专业的一门技术基础课程，也是相关专业考研的专业课程之一。更重要的是，这门课是掌握先进制造技术的基础，因此，作为非电类工科专业的学生掌握和精通“机械工程测试技术”这门理论和技术是十分重要的。

现代的测试技术是一种涵盖多种学科的综合技术，处处蕴含着崭新的技术精华，并体现着强烈的概念性。本书作为机械工业出版社出版的、由熊诗波教授和黄长艺教授主编的《机械工程测试技术基础》第 3 版的辅助教材，较全面地总结了“机械工程测试技术”的基本概念和技术精华，是编著者多年教学经验的总结。读者在学完《机械工程测试技术基础》教材后，阅读本书相应章节的重点和难点部分，定会对各章内容的概念、理论、分析方法有更加深入的理解和把握。同时，针对学生在目前学习过程中常出现的问题，编著者收集了大量的例题、习题和试题，通过对典型题目的解析，使读者对“机械工程测试技术”课程有进一步的认识，强化和深化概念，提高自身综合分析、解决问题的能力。“机械工程测试技术”是一种实践性很强的专业技术，读者在学习过程中，应充分注意理论与实践的结合。本着这一宗旨，本书所列举分析的例题、习题和自测题中有些是来自于生产实践中的应用实例。本书尽量使技巧性和实践性相辅相成，以利于促进读者对本课程的学习。

本书由两部分组成。第一部分为学习指导、典型题解析与习题解答，共分 9 章。每章给出了本课程的主要内容提示，在学习要点中概括精练了每章的基础知识，并按“学习要求及学习方法”“学习要点与难点分析”“典型题解析”“复习思考题”“习题解答”5 个方面加以阐述。对典型题、重点题和难点题均给出了详细的分析思路和解题步骤，对教材每章后的思考题及习题均给出了详细解答（供参考）。第二部分为自测题及答案，所选题

型全面，难易搭配适当，根据课程的要求给出了两套模拟试题，并配有答案，以便加强对读者实战能力的培养。

本书可作为本科非电类专业学生和广大读者的参考书，也可作为从事机械工程测试技术教学的教师和报考相关专业硕士研究生的参考资料。

本书在编写过程中，参考了多种教材和文献资料，得到了河北师范大学教务处同仁、职技学院的领导和同事以及河北科技大学杨秦建教授的支持和帮助，并由杨秦建教授完成审阅。在此特向他们表示诚挚的感谢。

由于编著者技术水平和实际经验有限，书中难免存在缺点和问题，恳请读者批评和指正。

编著者

目 录

前言

第一部分 学习指导、典型题解析与习题解答

绪论	2
第1章 信号及其描述	7
1.1 学习要求及学习方法	7
1.2 学习要点与难点分析	7
1.3 典型题解析	11
1.4 复习思考题	14
1.5 习题解答	15
第2章 测试装置的基本特性	19
2.1 学习要求及学习方法	19
2.2 学习要点与难点分析	19
2.3 典型题解析	29
2.4 复习思考题	32
2.5 习题解答	32
第3章 常用传感器与敏感元件	38
3.1 学习要求及学习方法	38
3.2 学习要点与难点分析	38
3.3 典型题解析	51
3.4 复习思考题	53
3.5 习题解答	54
第4章 信号的调理与记录	60
4.1 学习要求及学习方法	60
4.2 学习要点与难点分析	60
4.3 典型题解析	72
4.4 复习思考题	75
4.5 习题解答	76
第5章 信号处理初步	83
5.1 学习要求及学习方法	83
5.2 学习要点与难点分析	83
5.3 典型题解析	97
5.4 复习思考题	100
5.5 习题解答	100
第6章 位移测量	105
6.1 学习要求及学习方法	105
6.2 学习要点与难点分析	105
6.3 典型题解析	110
6.4 复习思考题	112
6.5 习题解答	112
第7章 振动测试	116
7.1 学习要求及学习方法	116
7.2 学习要点与难点分析	116
7.3 典型题解析	124
7.4 复习思考题	126
7.5 习题解答	126
第8章 应变、力与扭矩测量	130
8.1 学习要求及学习方法	130
8.2 学习要点与难点分析	130
8.3 典型题解析	139
8.4 复习思考题	140
8.5 习题解答	141
第9章 计算机测试系统与虚拟仪器	142
9.1 学习要求及学习方法	142
9.2 学习要点与难点分析	142
9.3 复习思考题	146
9.4 习题解答	146

第二部分 自测题及答案

测试题一	150
测试题二	153
测试题一答案	156
测试题二答案	157
参考文献	158

第一部分

学习指导、典型题解析与习题解答

绪 论

1. 学习要求及学习方法

本章为全书的概述，是学习本课程的指南，篇幅虽不多，但必须细心研读。学习本章后应掌握以下知识点：

- 1) 测试技术的主要内容、作用和重要性。
- 2) 信息、信号和噪声的基本概念及相互关系。
- 3) 测试系统的一般组成。

2. 学习要点与难点分析

(1) 机械工程测试技术的基本概念

- 1) 测量与测试。

➤ 测量：是指确定被测物体属性量值的全部操作过程。例如测量工件尺寸、测量身高、测量温度、测量气压等。测量的目的是获取被测对象的物理参数。

➤ 测试：是指具有试验性质的测量。它包含了试验和测量两个方面。例如地质勘探、金属零件探伤、桥梁应力测定、机床振动强度检测、机床动态特性与结构合理性研究等就不是简单的参数测量，而是参数测量和试验分析相结合的测试。

2) 测试技术是指为了获得有用信息所使用的科学技术和方法，是测量和试验技术的统称。测试技术隶属于信息科学的范畴，它是当代信息技术中三大支柱技术（测试技术、计算机技术和通信技术）之一。

由于现代工业生产自动化控制都以测试技术为先导，控制与测试息息相关，因此，测试技术也是一种控制技术。

- 3) 机械工程测试技术是指以机械工程问题为研究对象的测试技术。

- 4) 信息、信号及噪声。

➤ 信息：信息是被研究对象固有的、客观存在的运动状态和特征。信息本身不是物质，不具有能量，是不可度量的抽象量，但信息的传递要依靠能量。

➤ 信号：具有被测对象状态特征的物理量。信号是物理性的，是物质，具有能量。信号的物理形式有电信号、光信号、力学信号、物理化学信号、热工量信号、生物学信号等。

信号是传输信息的载体，是表征信息的物理工具。信息蕴含于信号之中，人类获取信息需要借助于信号的传播。

- 有用信息和有用信号：测试信号中携带着各种各样的信息，其中人们所需要的有用成

分，称为有用信息。承载有用信息的信号，称为有用信号。

➤ 无用信息和噪声：在测试信号中也常含有大量人们不需要的其他成分，称为无用信息。表征无用信息的信号称之为噪声或干扰。测试工作的根本任务就是从信号中排除干扰或噪声，从而取得有用的信息。

5) 静态测量与动态测量。

➤ 静态信号：信号不随时间变化，或可看成不随时间变化。

➤ 动态信号：信号随时间变化。

➤ 静态测量：是指不随时间变化的物理量的测量，如测尺寸、测形位误差等。

➤ 动态测量：是指随时间变化的物理量的测量。

6) 测量的方法。

➤ 直接测量：无需经过函数关系的计算，直接通过测量仪器获取被测对象的量值的测量。

➤ 间接测量：在直接测量相关数值的基础上，根据函数关系计算出被测对象量值的测量。

7) 测量误差计算。

➤ 绝对误差 = 测量结果 - 真值。

➤ 相对误差 = $\frac{\text{绝对误差}}{\text{真值}} \times 100\% \approx \frac{\text{绝对误差}}{\text{测量结果}} \times 100\%.$

(2) 测试技术的内容 “测试技术”是测量与试验的概括。

“测量”是使用技术装置通过实验的方法求得被测量的值，或者是将被测量与同性质的标准量比较，并确定被测量与标准量的倍数。如用标准直尺测量物体的长度，在天平上用标准砝码称重，用水银温度计测量温度等。很明显存在着两种测量方式，一种是将被测量与标准量直接比较，叫做直接测量；另一种是间接测量，因为在某些场合，直接测量很困难，甚至不可能，如连续热轧钢板的长度、厚度，用直尺直接测量是不可能的。间接测量则要将被测量进行转换，如水银温度计是将温度转换成水银柱的膨胀位移，并以相应转换的标准温度进行刻度。这种将被测量转换成与之有某种函数关系的另一种量的方法叫做测量变换，它已成为现代测试技术理论的核心和根本出发点之一。任何一个现代化测试装置的唯一构成方法就是应用测量变换技术。随着微电子、计算机技术的发展，现代测试技术已经是以信息论、控制论和系统论为其科学基础，包括试验设计、模型和相似理论、传感器技术、模拟和数字信号处理、误差理论、控制理论、系统辨识与参数估计等学科内容。但在本课程中，测试技术内容限制在信息的传感采集、中间变换、信号分析处理、测试结果的显示、记录与存储等方面。

(3) 测试技术的作用 测试技术在现代生活、生产和科学研究所起的重要作用是不言而喻的。概括地说测试技术有以下几方面的应用：

测试技术在人民生活、工农业生产、国防科技等各个领域中广泛应用。在日常生活中，家用电器上应用测试技术实现自动功能；在现代医疗上，各种检查所使用的仪器应用测试技术实现自动检测，如心电图、CT、B超等；在现代化工业生产中，更是离不开测试技术，

可以说，没有一件现代产品在制造过程中不需要测试的。在原始的生产方法中人们可以仅凭经验，用眼看、耳听、手摸等感觉来掌握生产过程，因此有许多复杂的、困难的工艺是无法实现的，产品的质量也无法准确控制，生产效率很低。在现代化生产中可以采用测试技术对生产过程中的各种参数进行测量、分析和监控，保证了产品质量和生产效率的提高。

通常在生产技术和产品质量要求越高的部门，测试技术占的比重就越大。而且，生产过程自动化的实现必须以测试技术为基础。工业自动化控制技术实际就是测试控制技术，特别是在当今的计算机自动控制系统中，没有测试技术将生产现场的数据采集、变换，计算机的处理、控制就无从谈起。

在国防上，即使是常规的兵器，从设计到定型，再到装备部队，各环节都要经过大量的试验，从零件到总体，从模拟到实战，只有经过严格的试验使各项性能指标都达到了技术、战术的要求后，才能投入部队装备。导弹、卫星、遥测遥感、目标跟踪、航空航天技术中更是以测试技术为主导。

测试技术在机械工业中的应用主要有以下几个方面：

1) 进行工况监测。即对生产工艺和操作过程中各种参数和工作状态进行监测。例如机床的振动强度、切削力变化、零件的受力以及材料的组织结构、温度、湿度、转速等。通过对工况的检测、监视，可以保证机器设备运行得安全可靠、高质高效，从而提高工作精度、节约能源、降低成本和原材料消耗、减少环境污染等。

2) 是构成自动化控制系统和测控系统的重要组成部分。在工业生产中，通常要对一些参数进行控制，如电动机的转速、工作台的位移、工件的工位，还有卫星的轨迹、炮弹的弹道轨迹等，都必须以测量该参数为前提，由此构成闭环控制系统。在机械加工中最典型的应用就是数控机床的闭环控制系统，它对刀具的转速、刀具的切削深度、工作台位移等参数进行控制和调整，用来保证零件加工的精度。在机械加工制造业中测试技术应用最多的地方是自动机械手和工业机器人。

在当今的机械行业中，传统的机械化生产已逐步退位，机电一体化设备占的比重越来越大，在产品的加工中，由于传感技术和计算机信息处理技术的投入，使机电产品已经突破了传统模式，产品的质量大大提高，我国的机电产品在国际市场上的竞争力逐渐加强，占有的市场份额也越来越大。这一点在我国家电产品的出口上体现得最为显著。

3) 实现设备的监测管理和维修，提高了生产效益。在机械工业的设备管理以及维修中，以工况检测和故障诊断为基础的检测维修代替传统的定期维修的技术正在迅速发展，以便充分发挥设备的生产效率。

4) 进行工程实验分析。采用测试技术可以对实物原型和特制的模型进行试验，为验证理论分析、新结构新设计提供依据。还可以扩充智能机械控制（微型计算机控制）的知识库和数据库。

现在的工业生产自动化控制大都采用智能化控制系统，即计算机控制系统。计算机控制的前提是信号的检测，而信号的检测必须使用测试技术。所以说计算机控制技术的应用是建立在测试技术的应用之上的。要想完整地掌握计算机控制技术必须同时掌握测试技术。

(4) 测试系统的一般组成 一般来说测试工作的全过程大致包括 5 个环节：采集信

号→调理信号→传输信号→分析与处理→显示与记录或将测试结果输出，应用与控制系统。

各环节链接的原则：输入与输出要一一对应，尽量保持不失真和消除干扰。

测试系统的一般组成如图 0-1 所示。

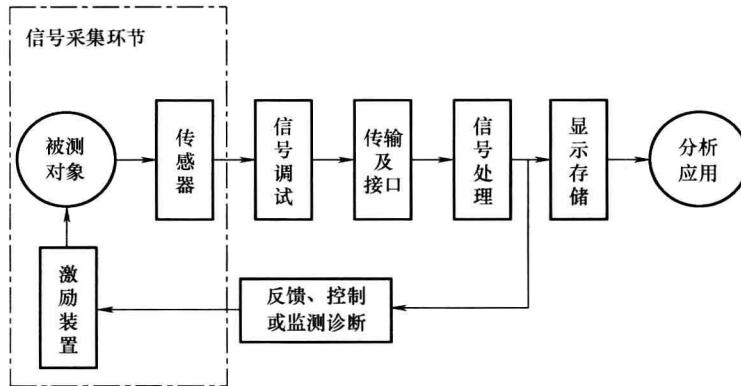


图 0-1 测试系统的组成

现在的测试系统正在推广使用微型计算机进行数据的采集和分析处理，将测试结果打印成各种表格或图形，这使得数据的处理速度和精度都大大提高了。

(5) 难点分析

1) 信息与信号的物理意义和关系。信息是一个抽象的名词，有关信息的概念及其数学模型的研究，还在不断的深入，其定义一般可以解释为“事物运动的状态和方式。”其物理意义通常理解为消息、情报或知识等。信息本身不是物质，不具有能量，但信息的传输要依靠物质的能量。信号是信息的载体，它是物质的，是具有能量的，信息蕴含于信号中。例如上课的铃声，是一种声信号，它包含的信息是“上课时间到了”；收到问候或祝福的短信，是一种光电信号，它传递着人与人之间的情感交流信息。总之，人类获取信息需要借助于信号的传播。

2) 动态测试概念的建立。即把测试系统放置到被测体上或被测环境中，在被测体实际运动的过程中实时实况地测取其动态参数。

3. 本课程的研究对象和特点

本课程主要研究机械工程动态测试中常用传感器的原理、结构、中间变换电路，信号的分析与处理，测试信号记录显示仪器；其次研究典型机械量的测试方法和装置，如位移、振动、力的测试技术等。

机械工程是一门技术基础课，是一门边缘学科又是一门实践性很强的应用学科。它的主要特点是内容丰富，涉及广泛的知识和技术领域。在学习本课程时应抓住重点，注意联系，重视实验，学会举一反三，特别着重“基础”，把精力放在测试技术的共性问题上。由于学习时要应用高等数学、电工电子、物理、自动控制、计算机技术、材料及工艺学知识等，因此要注意各知识之间的联系，逐步培养综合运用基础理论与工程技术知识的能力。另外学习

测试技术需要有大量的实验做支撑，通过实验消化，理解所学的基本理论和基本方法，以促进理论与实际的联系，提高观测、分析和解决问题的能力。大量教学实践表明，若不重视实验，很难真正学会本课程。

4. 复习思考题

- 1) 测量、计量、测试三者的关系。
- 2) 信息、信号、噪声三者的关系。
- 3) 测试技术的基本内容有哪些？

第1章 信号及其描述

1.1 学习要求及学习方法

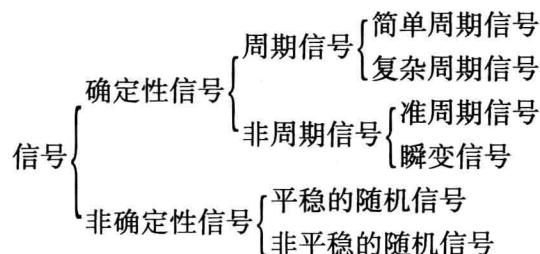
- 1) 了解信号的类型及其产生。
- 2) 掌握周期信号、非周期信号及随机信号在时域、频域和幅值域中的描述方法及其特点；建立明确的信号频谱的概念，熟悉典型信号频谱的特点。
- 3) 理解傅里叶级数展开和傅里叶变换的基本原理及主要性质。熟练掌握周期信号和非周期信号的计算方法。
- 4) 在学习方法上，可先复习工程数学中有关傅里叶级数、积分变换和随机过程的知识，着重理解频谱的概念，为以后深入理解信号分析处理打下基础，并逐步认识信号及其在各种不同“域”中变换的目的和方法。通过做习题，加深对频谱的理解和提高计算能力。

1.2 学习要点与难点分析

1.2.1 信号的类型及其产生

信号的类型可以表示如下：

1. 按运动规律划分



(1) 确定性信号 能用明确的数学关系式描述，可以准确预计未来任意时刻信号的值。

1) 周期信号。按一定时间间隔周而复始重复出现，且无始无终的信号。包括：

① 简单周期信号。如动不平衡转子产生的振动信号，往往是周期信号。如

$$x(t) = x_0 \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t + \varphi_0\right)$$

② 复杂周期信号。由多个乃至无穷多个频率成分叠加而成，叠加后存在公共周期的信号，如

$$x_3(t) = 10 \sin\left(2\pi 3t + \frac{\pi}{6}\right) + 5 \sin\left(2\pi 2t + \frac{\pi}{3}\right)$$

2) 非周期信号。能用数学公式描述,但不会重复出现的信号。包括:

① 准周期信号。由频率比为无理数的两个或多个正弦信号叠加(至少有一对频率比是无理数),如

$$x(t) = A_1 \sin(\sqrt{2}t + \theta_1) + A_2 \sin(3t + \theta_2)$$

其中,周期是“无限长”的,故称为“准周期”信号。这种信号常见于通信、振动系统。在机械工程上,常用于进行机械转子振动分析、齿轮噪声分析等。

② 瞬变(态)信号。在有限时间段存在,随着时间的增加而幅值衰减至零的信号,如有阻尼衰减自由振动信号是非周期的瞬变信号(见图1-1)

$$x(t) = x_0 e^{-at} \sin(\omega_0 t + \varphi_0)$$

在机械工程上常见的还有锤子的敲击力信号,起重机钢丝绳断裂时应力的变化信号,热处理加热炉中温度的变化过程信号等,这些信号都属于瞬变信号。

(2) 非确定性信号 无法用明确的数学关系式表达,无法预计未来瞬间的精确值,这种信号也叫做随机信号,如仪器的零点漂移、环境噪声、飞机在大气流中浮动等。随机信号有两类,即

$$\text{随机信号} \begin{cases} \text{平稳随机信号:统计特征参数不随时间 } t \text{ 变化的随机信号} \\ \text{非平稳随机信号:统计特征参数随时间 } t \text{ 变化的随机信号} \end{cases}$$

2. 按信号的时间连续和幅值连续性划分

$$\text{信号} \begin{cases} \text{连续信号} \begin{cases} \text{模拟信号 (信号的幅值与独立变量均连续)} \\ \text{一般连续信号 (独立变量连续)} \end{cases} \\ \text{离散信号} \begin{cases} \text{一般离散信号 (独立变量离散)} \\ \text{数字信号 (信号的幅值和独立变量均离散)} \end{cases} \end{cases}$$

- 1) 模拟信号是时间和幅值都连续变化的信号,如温度、压力及位移等的变化。
- 2) 数字信号是时间和幅值都离散变化的信号,如计算机输入输出的信号。

似乎还没有任何自然现象,其某些可检测的特性会随压力、温度或时间的变化而作不连续的间断变化,所以直接获得的数字信号极少,多数是通过模-数转换得到的。

3. 按信号的能量划分

$$\text{信号} \begin{cases} \text{能量信号: 能量是有限的信号, 即 } \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty \\ \text{功率信号: 能量是无限但其平均功率是有限的信号, 即 } \frac{1}{t_2 - t_1} \int_{t_1}^{t_2} x^2(t) dt < \infty \end{cases}$$

应该强调指出,现实当中的物理过程往往是很复杂的,既没有理想的确定,也没有理想的非确定,而是相互掺杂的。因此,实际上获得的测试信号不是一种单一的信号,可能是多种信号的叠加,如周期信号叠加有随机信号,不同频率的周期信号相叠加等。这种复杂信号有时并不能明确地显示出与要解决的测试问题之间的关系,因此要对这些复杂信号进行处理,即在不同“域”中对信号进行分析。

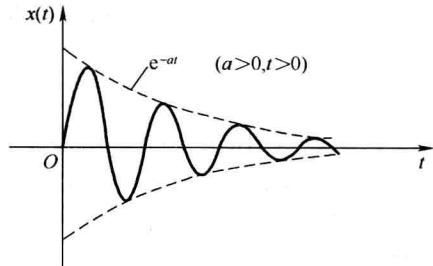


图 1-1 衰减振荡信号

1.2.2 信号的描述方法

对于复杂的信号，通常需要在两个领域中进行描述。

(1) 信号的时域描述 以时间 t 为独立变量来描述信号的方法。可用波形直观反映它的形态，它仅反映信号幅值随时间变化的关系规律（变化快慢），不能解释信号频率组成关系。

(2) 信号的频域描述 以频率 ω 或 f 为独立变量来描述信号的方法。可用频谱图来直观反映信号的频率组成和幅值与相角大小的关系。

注意：信号在不同域中的描述，只是为了解决不同问题的需要，也可以说是从不同角度来看待同一信号，使解决具体问题所需的特征信号更为突出。信号在不同域中的描述并不增加新的信息，其总信息量不变。

1.2.3 信号的频谱分析

将信号的时域描述通过数学处理变换为频域分析的方法称为频谱分析。根据信号的性质及变换方法的不同，可以表示为幅值谱、相位谱、功率谱、幅值谱密度、能量密度、功率谱密度等。

1. 周期信号频谱分析

周期信号可以看做均值与一系列谐波之和——谐波分析法。周期信号的频谱分析，需要进行信号的时-频变换，进行变换的数学工具是傅里叶级数展开。要注意的是周期信号的频谱是离散的。

周期信号频谱分析方法有两种：一种是将周期信号的时域表达式进行傅里叶级数的三角函数展开；另一种是将周期信号的时域表达式进行傅里叶复指函数展开。

(1) 周期信号傅里叶级数三角函数展开的步骤

- 1) 按所测波形写出信号时域表达式。
- 2) 根据公式计算傅里叶系数 a_0 、 a_n 、 b_n 。
- 3) 将傅里叶系数代入傅里叶级数的三角函数展开式，并进行化简整理成各个分量叠加的形式，如果表达式简单，可直接由此展开式，做出频谱图；否则，在进行了步骤 2) 后，进行步骤 4)。
- 4) 根据求和型傅里叶三角函数的展开式

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \sin(n\omega_0 t + \varphi_n)$$

计算幅频关系和相频关系

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \quad \varphi_n = \arctan \frac{a_n}{b_n}$$

- 5) 画出频谱图（幅频图和相频图）。
- 6) 分析说明。
- (2) 周期信号傅里叶级数的复指函数展开步骤

- 1) 分析波形，写出时域表达式 $x(t)$ 。
- 2) 根据教材中式 (1-16) 计算变系数 c_n 。
- 3) 根据 c_n 的表达式整理出教材中式 (1-17) 的复数式形式。
- 4) 利用教材中式 (1-18) 和式 (1-19) 求出模和辐角的关系式。
- 5) 画出信号绝对幅值谱和相位谱，即 $|c_n| - \omega$ 、 $\varphi_n - \omega$ 或实频谱 $c_{nR} - \omega$ 、虚频谱 $c_{nI} - \omega$ 。
- 6) 分析说明。

2. 非周期瞬变信号频谱分析

- 1) 进行变换的数学工具是傅里叶变换。

正变换

$$X(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j\omega t} dt \text{ 或 } X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

逆变换

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) e^{j\omega t} d\omega \text{ 或 } x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{j2\pi ft} df$$

- 2) 瞬变信号的频谱是连续的，即频谱密度。

幅值谱密度

$$|X(\omega)| = \sqrt{R_e^2[X(\omega)] + I_m^2[X(\omega)]}$$

相位谱密度

$$\varphi(\omega) = \arctan \frac{I_m[X(\omega)]}{R_e[X(\omega)]}$$

- 3) 工程上常见信号的频谱：矩形窗函数， δ 函数和正、余弦函数，以及周期单位脉冲序列频谱应该熟悉，以后学习中经常要用到这些概念。

- 4) 瞬变信号频谱分析步骤如下：

- ① 由波形写出时域表达式 $x(t)$ 。
- ② 进行傅里叶变换，求其频域表达式 $X(\omega)$ 或 $X(f)$ 。
- ③ 将表达式 $X(\omega)$ 或 $X(f)$ 分解成复函数的形式。分别写出幅值谱密度表达式 $|X(\omega)|$ 或 $|X(f)|$ 和相位谱密度的表达式 $\varphi(\omega)$ 或 $\varphi(f)$ 。
- ④ 画出信号的频谱图。 $|X(\omega)| - \omega$ ， $\varphi(\omega) - \omega$ ，或 $|X(f)| - f$ ， $\varphi(f) - f$ 。
- ⑤ 分析说明。

1.2.4 随机信号及其统计特征参数

随机信号可以在时域描述，如时间区域上的样本记录、相关函数，也可在频域描述，如功率谱密度函数（在以后信号分析章节中详述），但更具特点的是用统计特征参数描述，如均值、方差、方均值及概率密度函数等。概率密度函数提供了随机信号沿幅值域分布的信息，是随机信号的主要特征参数之一。

1.2.5 傅里叶变换的主要特性

基本上按照教材中表 1-3 所列特性加以理解，建立一些基本概念，知道有哪些特性可利用，不一定死记全部公式，有些最常用的能记住最好，如线性叠加、时移、频移及时域卷积特性等。要注意“卷积”计算，如 $x(t) * y(t)$ 不是 $x(t)$ 和 $y(t)$ 的简单代数相乘，具体

计算方法将在信号分析章节中学习，也可以自己先参考信号分析有关书籍，暂时不明白并不影响前几章的学习。

1.2.6 难点分析

信号时域分析与频域表达的概念、方法及其相互关系。

(1) 频谱的概念 频谱的概念对于初学者来说是个难点，可以通过光谱的概念类比来理解。用分光镜可以把太阳光（白光）分解为红橙黄绿青蓝紫7种不同颜色的光，这些光有不同的频率，把它们按频率由高到低排列好，就是“光谱”。可以把检测到的复杂信号以时间为自变量加以描述，即信号的时域描述，时域信号能提供许多重要信息，如信号的强弱大小、变换的快慢、波形及不同信号波形的相似程度，相互间的相位关系等。因此许多电子测试仪器都以时域信号检测为基础，是经常要碰到的测试信号，必须对时域信号的描述及测试方法有足够的重视和熟悉。然而时域信号并不能明显表示出信号的频率构成，为此可将构成此信号的所有频串成分找出来，加以排列，即信号的“频谱”，因为每个频率成分都有幅值大小和相位关系，故而以频率为横坐标，以幅值和相位分别为纵坐标表示频谱，前者称幅值谱，后者称相位谱，这都是在频域中对信号的描述。

(2) 频谱密度的概念 非周期信号也可以分解成许多不同频率成分的正、余弦分量，与周期信号不同的是，由于非周期信号的周期 $T \rightarrow \infty$ ，基频 $\omega_0 \rightarrow d\omega$ ，所以它包含了从0到无限大的所有频率分量，各频率分量的幅值为 $X(\omega)d\omega/2\pi$ ，这是无穷小量，故非周期信号的频谱是连续的，所以它的频谱不能用幅值表示，而必须用密度函数描述，即频谱密度。其中包括幅值密度函数 $|X(\omega)|$ 和相位密度函数 $\varphi(\omega)$ 。

1.3 典型题解析

【例1-1】 求周期性非对称方波的傅里叶级数并画出频谱图，波形如图1-2所示。

分析：求周期信号的频谱有两种解法，一是用傅里叶级数的三角函数展开式，二是用傅里叶级数的复指数函数展开式。此题没有明确要求，故两种方法可任选一种。

解法一：展开成傅里叶级数的三角函数形式

(1) 由波形写出表达式

信号的基频

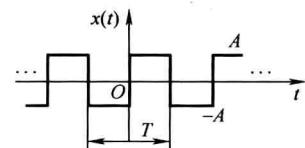


图1-2 例1-1 波形

时域表达式

$$\begin{cases} x(t) = x(t + nT_0) \\ x(t) = \begin{cases} A & 0 < t < \frac{T}{2} \\ -A & -\frac{T}{2} < t < 0 \end{cases} \end{cases}$$