

普通高等教育（理工类）规划教材

# 高等数学

（第五版） 下册

同济大学数学系 刘浩荣 郭景德等 编著



同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS

013-43  
13-5  
V2

013052199

普通高等教育(理工类)规划教材

# 高等数学

(第五版)下册

同济大学数学系 刘浩荣 郭景德等 编著



责任编辑 陈佳露 责任校对 徐春莲 封面设计 陈益平 插图设计 陈佳露

同济大学出版社 发行  
(地址:上海市四平路1339号 邮编:200092 电话:021-62926233)

013-43  
13-5  
V2

31.00元



同济大学出版社  
TONGJI UNIVERSITY PRESS



北航 C1656107

013025193

## 内 容 提 要

本书是根据教育部最新制定的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”,在原第四版的基础上修订改编而成的.全书分上、下两册,共14章.此为下册,内容包括:向量代数,空间解析几何,多元函数微分法及其应用,重积分,曲线积分与曲面积分,无穷级数(含傅里叶级数)等6章.书中每节后配有适量的习题及答案或提示,各章之末除了配有复习思考题及答案外,还附有“学习指导”.“学习指导”以内容小结与例题分析为主,着重帮助学生总结深化知识概念并提高解题能力.

本书条理清晰,论述确切;由浅入深,循序渐进;重点突出,难点分散;例题较多,典型性强;深广度恰当,便于教和学.本书可作为普通高校(特别是“二本”及“三本”院校)或成人高校工科类本科或“专升本”专业的“高等数学”课程的教材(对于“专升本”专业来说,可选用本书下册较为适宜).此外,本书也可供工程技术人员或参加国家自学考试的考生作为自学用书或参考书.

### 图书在版编目(CIP)数据

高等数学.下册/刘浩荣等编著. — 5版. — 上海:  
同济大学出版社, 2013. 5

ISBN 978-7-5608-5157-0

I. ①高… II. ①刘… III. ①高等数学—高等  
学校—教材 IV. ①O13

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 099559 号

普通高等教育(理工类)规划教材

## 高等数学(第五版)下册

同济大学数学系 刘浩荣 郭景德等 编著

责任编辑 陈佳蔚 责任校对 徐春莲 封面设计 陈益平 策划组稿 陈佳蔚

出版发行 同济大学出版社 [www.tongjipress.com.cn](http://www.tongjipress.com.cn)

(地址:上海市四平路 1239 号 邮编:200092 电话:021-65985622)

经 销 全国各地新华书店

印 刷 同济大学印刷厂

开 本 787mm×1092mm 1/16

印 张 21.5

印 数 1—4 100

字 数 536 000

版 次 2013 年 5 月第 5 版 2013 年 5 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978-7-5608-5157-0

定 价 31.00 元

本书若有印装质量问题,请向本社发行部调换 版权所有 侵权必究



# 前 言

本书是根据教育部最新制定的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”(以下简称“教学基本要求”),在原第四版的基础上,认真听取部分兄弟院校使用情况及反馈意见后,加以修订改编而成.全书分上、下两册,共14章.上册为8章,内容包括:函数,极限与连续,导数与微分,中值定理与导致的应用,不定积分,定积分,定积分的应用,常微分方程等;下册为6章,内容包括:向量代数,空间解析几何,多元函数微分法及其应用,重积分,曲线积分与曲面积分,无穷级数(含傅里叶级数)等.

这次修订改编的基本原则是:精简内容,压缩篇幅;降低难度,保持特色.我们主要有以下一些举措.

(1) 紧扣“教学基本要求”,取材内容“少而精”.对于某些超出“教学基本要求”,而属于教学中可讲或可不讲的内容,即使编入也均以\*号标记或用小号字排版,以供不同专业选用或参考.例如,上册中的“微分的近似计算”,“定积分的近似计算”;下册中的“三重积分的球面坐标计算法”,“欧拉公式”等.

(2) 在着重讲清数学概念和有关理论方法的同时,适当淡化某些定理的证明或公式推导的严密性.例如,根据“教学基本要求”,对于三个微分中值定理的严格证明均予以省略,只叙述定理的条件和结论,并借助于几何图形较为直观地解释其几何意义.此外,对于某些较为繁复的计算或公式推导,能删去的就删去,不能删去的便略去计算或推导的过程.

(3) 为压缩篇幅,降低难度,我们对第1章“函数”中,原来与中学教学重复较多的内容,作了较多的删除或精简;在“不定积分”中,对于求不定积分的方法技巧降低了难度;在“定积分”中也删去了某些计算公式的繁复推导.下册中也有诸如此类的修改之处,在此就不再一一列举.

(4) 为了使教学内容前后配合得更加紧凑些,也考虑到把高等数学知识能更早地为物理等后继课程服务,我们将原下册中的“常微分方程”移至上册之末.此外,把内容较少的“中值定理与洛必达法则”与“导数的应用”合并为新的一章,即“中值定理与导数的应用”.在下册中也把“傅里叶级数”与“常数项级数与幂级数”合并为“无穷级数”一章.

(5) 保持原书特色.除了在每章后保留“学习指导”外,对于高等数学联系实际例题或在工程技术中的应用都未减弱,有些只是把应用的例题穿插到有关节目中,不再单独成节.

本书条理清晰,论述确切;由浅入深,循序渐进;重点突出,难点分散;例题较多,典型性强;深广度恰当,便于教和学.本书可作为普通高校(特别是“二本”及“三本”院校)或成人高校工科类本科及专升本专业的“高等数学”课程的教材(对于“专升本”专业来说,可选用本书下册较为适宜).此外,本书也可供工程技术人员或参加国家自学考试的读者作为自学用书或参考书.

这次修订改版工作,由刘浩荣、郭景德合作完成.由于编者水平有限,难免还有不当或错误之处,敬请广大读者和同行批评指正.

编 者

2013年5月于同济大学

## 第四版前言

本书是在原同济大学函授教学教研室编著的《高等数学》(第三版)及所配《高等数学习题集》的基础上修订改编而成. 全书仍分上、下两册出版. 上册内容为一元函数微积分、向量代数与空间解析几何等. 本书为下册, 其内容包括多元函数微积分、无穷级数和微分方程等.

这次修订改版, 主要是考虑到为方便教学使用, 改变了原第三版的做法, 仍将习题和所附答案分别编入各章、节之后. 同时, 还参照教育部最新制定的“工科类本科数学基础课程教学基本要求”, 对某些超出基本要求或在教学中可供选读的内容, 也都作了删减或改写, 并以 \* 号标记. 此外, 为节省篇幅, 本书中除习题及答案外, 对各章末的“学习指导”及打 \* 号的内容, 也都采用了小号字排版. 因同济大学原函授教学教研室早已被改制, 故对本书的编者署名方式也作了改变, 敬请诸位同行及广大读者谅解.

曾先后参加过本套教材前几版编写工作的有: 刘浩荣、郭景德、谈祝多、顾吉衢、周忆行、周葆一、许新福等教授. 这次修订改版工作, 主要由刘浩荣、郭景德、谈祝多等教授参加完成.

本书原先是侧重于为函授生使用而编写的, 几次改版都注意保留了它便于自学的特色. 考虑到有些全日制工科院校本科或专升本专业的使用, 也不断地删减了某些专为函授教学操作的环节. 例如, 这次改版删去了原书中所配各阶段的“自我检测题”. 总之, 通过这次修订改版, 我们希望本套教材更能符合教学基本要求及当前教学实际需要, 也更能适合于高等成人教育或全日制“二本”及“三本”院校的理工类本科专业教学使用.

本书由北京航空航天大学李心灿教授主审. 李心灿教授在百忙中详细审读了本书, 并提出了许多宝贵建议和具体的修改意见, 谨此表示衷心的感谢!

由于编者水平有限, 教材中难免有疏漏或不足之处, 恳请广大读者及同行多加批评指正.

编者

2010年1月于同济

未 讫

学大在国于月 2 年 2103

# 第三版前言

本教材原来是侧重于为函授生使用而编写的,它比较便于自学,也适合于函授教学环节的操作.现考虑到有些全日制工科院校本科或专升本的教学,也都已选用本教材作为“高等数学”课程的教学用书.为了使这套教材除了可供函授教学使用外,也能适用于全日制工科类各专业的本科或专升本教学使用,我们在原书的基础上,特作了修订和改版.

这次改版,全书仍分为上、下两册,除了对原书的某些内容作了修改外,还重新组编了各节后的习题,另编成《高等数学学习题集》,改变了原书中把习题分为节后“练习题”和章后“习题”的两段做法.为了帮助学生掌握各章内容要点,提高运用所学知识解题的能力,我们还着重改编了各章后的“学习指导”,以内容小结和例题分析为主要内容.

参加这次修订工作的有刘浩荣、郭景德、顾吉衢、谈祝多、许新福等.由于我们的水平有限,修订的时间又较匆促,难免还有许多错误或不当之处,恳请读者或同行不吝批评指正.

编者

2002年3月于同济大学

## 第二版前言

本书由同济大学函授数学教研室编著、同济大学出版社出版的高等工科院校函授自学教材《高等数学》(上、下册),自1993年出版以来,得到了许多兄弟院校的大力支持,三年内已五次印刷,总计印数近五万套,为了进一步提高教材的质量,更好地适应成人教育发展的需要,保证函授本科教育的质量,我们认真总结原教材在试用中存在的问题,听取有关兄弟院校对使用教材的意见,参照1993年修订的“教学基本要求”,重新修订编写了这套本科函授《高等数学》教材.新版教材仍分上、下两册.上册除“函数、极限和连续”、“一元函数微积分”外,还有“向量代数及空间解析几何”;下册包括“多元函数微积分”、“无穷级数”和“微分方程”等.

新版教材继续保留了原教材的特色,它既便于自学,也具有适合于函授教学操作使用的多功能作用.为使教材的质量和水平更上一个新的台阶,我们在新版教材中主要采取了以下一些新的举措:

(1) 使教材的内容及深广度更加符合“成人教育工科类各专业本科《高等数学》课程的教学基本要求”.按照全国普通理工院校成人教育研究会数学学科委员会于1993年修订的“教学基本要求”,我们在新编教材中又删去了若干超出基本要求的或打“\*”号的内容.例如,在上册中,删去了“反双曲函数”、“ $\Gamma$ 函数”、“向量的混合积”等.此外,对有关附录及“自学指导”中不必要的重复内容,也都作了删减,以有利于压缩教材的篇幅.

(2) 考虑到对原教材使用的习惯性和连续性,新版教材基本上保留了原有的体系,只是从有利于组织教学和使用方便的角度考虑,对部分章节内容及安排次序作了适当的调整或变动.例如,考虑到许多学校分两学期教学的安排,我们把原教材下册中的“向量代数”及“空间解析几何”提前放入上册之末,且对这部分内容作了较大的修改,使内容安排上更为紧凑些.与此同时,还删去了“空间立体图形的作法”这一节,把作图的要求分散到前面各节的例题中去,并有待于学习“三重积分”时再反复深化.

此外,从有利于突出重点或分散难点考虑,在对部分章节的内容组织及写法上都作了较大的变动或修改.例如,“复合函数”、“函数的极限”、“不定积分的换元法”、“向量的坐标表示法”等重点内容都作了较多的修改或重写.又如,为了分散难点,把原教材中“有关极限的定理”这一节拆散,分别放入“函数的极限”和“无穷小与无穷大”等有关节内,以避免几个极限定理过于集中在一起,增加自学的难度.

(3) 为了方便自学者在完成作业时参考或查对答案,我们改变了过去把答案附于书末的传统习惯,紧跟各次习题作业之后,便附上有关答案或提示,这样,既方便查找,也有利于编者校对,以减少原书稿或排版中的错误.为了加强对基本概念的训练,适应考试题型的更新,我们在每章之末的“复习思考题”部分,都配有(A),(B)类题.前者是普通题型(计算题、应用题、证明题等),后者是标准化题(选择题、填空题、是非题等).

(4) 修改了原书中部分不恰当的例题或习题.为适应社会主义市场经济的发展需要,在不增加教学内容的前提下,适当地扩充应用题的范围.例如,把求函数的最大值和最小值的原理与方法,扩充应用于经济决策分析中,求某种条件下的“最大利润”、“最低成本”、“最佳

产量”等,对于数学在物理、力学中的应用仍不减弱,以充分体现工科教材理论联系实际、重视实际应用的特色。

(5) 新版教材按国际规定使用有关数学符号。如“ $x$ 的正切”和“ $x$ 的反正切”,分别用“ $\tan x$ ”和“ $\arctan x$ ”表示,而不再用“ $\operatorname{tg}x$ ”和“ $\operatorname{arctg}x$ ”;“ $x$ 的余切”和“ $x$ 的反余切”,分别用“ $\cot x$ ”和“ $\operatorname{arccot}x$ ”表示,而不再用“ $\operatorname{ctg}x$ ”和“ $\operatorname{arcctg}x$ ”。

通过严格把握教材内容及出版的质量,我们相信,新版教材将会更受成人教育界的欢迎。本书可供各类成人学历教育工科类本科或专升本层次的专业学生作为教材,也可作为全日制本科专业学生或自学考试者的教材或参考书。

本教研室参加这次修订编写工作的有:刘浩荣、郭景德、许新福、周忆行、谈祝多、顾吉衡等。由于我们的水平所限,书中难免还有不足或错误之处,恳请诸位读者不吝指正。

编者

1998年1月



## 第一版前言

本书是在总结我校原有的函授《高等数学》教材及多年来的函授教学经验的基础上,根据全国普通高等理工院校成人教育研究会数学研究组制定的“成人教育本科《高等数学》教学基本要求”编写而成的.全书分上、下两册,其中上册为一元函数微积分;下册包括向量代数及空间解析几何、多元函数微积分、级数与微分方程等.

根据函授教学以“自学为主,面授为辅”的特点,我们在编写此书时,力求做到:概念清楚,论述正确;循序渐进,由浅入深;例题较多,台阶较小;重点突出,难点分散.为使教材便于自学,便于使用,具有多种功能,我们在编写时,注意采取了以下一些措施:

(1) 取材“少而精”.对于超出教学基本要求的内容,一般都不编入;对于个别后继课程用得较多的内容,则以“\*”号标出,可以不作为必读的内容,仅供需要时查阅参考.

(2) 在内容的安排上,尽量保持章节间相对的独立性.照顾到少学时专业或专科类专业函授生使用时,可以方便地删减取舍.

(3) 注意理论联系实际,重视学生能力的培养.尽可能使数学的概念、理论与应用相结合,并适当增加数学在物理、力学中的应用举例.

(4) 在每章之末都编写了“自学指导”.一方面指出学习该章的基本要求及重点,使学生自学后能够“心中有数”;另一方面对于某些概念、重点或难点,为避免多占正文的篇幅,放入“自学指导”,指出应当注意的问题,并适当地解释和说明,以弥补函授生在自学中缺少教师指导的不足.

(5) 贯彻“学练结合,适当反复”的教学原则.在每节后都附有较为简单的练习题,以供学生消化所学的内容;在每章之末配有习题,以供学生在自学的基础上系统而又全面消化巩固所学的知识;为便于复习或提高的需要,在每章之末还选编了适量的复习思考题.这些习题在书后均附有答案,个别较难的题也都附有提示,可供学生参考.此外,为了定期检查学生的自学效果,书中还精心地选编了阶段性的测验作业题.

(6) 考虑到学生多分散于各基层单位,查找有关资料可能不便,我们在上册书末还特地附有积分表、初等数学常用公式及平面解析几何(摘要)等附录,可供查阅.

参加本书编写的有本教研室顾吉衢、谈祝多、周忆行、周葆一、郭景德、刘浩荣等同志.其中第一、二、九、十、十一章由郭景德执笔;第三、五章由周葆一执笔;第四、十四、十五、十六章由周忆行执笔;第六、七、八、十二、十三章由刘浩荣执笔.顾吉衢、谈祝多担任编写工作的指导,刘浩荣组织全书的汇总定稿,并选编了上册末的有关附录的内容.

本书经同济大学谈祝多副教授及北京科技大学原函授部主任钱文侠研究员详细审阅.他们对全书的初稿提出了许多宝贵的意见,对于修改定稿起到了重要的作用.在编写过程中,我们曾广泛地参考了许多国内外的《高等数学》教材,特别是本校及其他兄弟院校编写出版(或未正式出版)的《高等数学》教材或函授专用教材.在此,我们一并表示衷心的感谢.

这套函授自学教材的编写出版,曾得到同济大学函授学院、应用数学系及同济大学出版社有关同志的关心与支持,也得到了本教研室的许多老师的热情帮助与支持,我们也深表

感谢.

本书除了工科专业函授生可以作为“高等数学”教材使用外,也可供工科类成人教育的电大、职大、夜大学生及广大自学者或工程技术人员作为教材或自学参考书.对于全日制工科类专业的大学生,也是比较合适的参考书.

由于我们的水平所限,书中难免有许多不足或错误之处,诚恳地希望广大读者批评指正.

编 者

1991年4月于同济

# 目 录

(88)	前 言	(1)
(88)	第四版前言	(1)
(88)	第三版前言	(1)
(88)	第二版前言	(1)
(88)	第一版前言	(1)
(88)	第 9 章 向量代数	(1)
(88)	9.1 空间直角坐标系	(1)
(88)	9.1.1 空间直角坐标系	(1)
(88)	9.1.2 空间内点的直角坐标	(1)
(88)	9.1.3 空间内两点间的距离公式	(2)
(88)	习题 9-1	(3)
(88)	9.2 向量的概念及其几何运算	(4)
(88)	9.2.1 向量的概念	(4)
(88)	9.2.2 向量的加、减运算	(4)
(88)	9.2.3 数与向量的乘法	(5)
(88)	习题 9-2	(7)
(88)	9.3 向量的坐标	(8)
(88)	9.3.1 向量的坐标	(8)
(88)	9.3.2 向量线性运算的坐标表示式	(9)
(88)	9.3.3 向量的模及方向余弦的坐标表示式	(11)
(88)	习题 9-3	(14)
(88)	9.4 向量的数量积	(14)
(88)	9.4.1 数量积的定义及其运算性质	(14)
(88)	9.4.2 数量积的坐标表示式及两个向量垂直的充分必要条件	(16)
(88)	习题 9-4	(18)
(88)	9.5 向量的向量积	(19)
(88)	9.5.1 向量积的定义及其运算性质	(19)
(88)	9.5.2 向量积的坐标表示式及两个向量平行的充分必要条件	(20)
(88)	习题 9-5	(22)
(88)	学习指导	(23)
(88)	复习思考题(九)	(26)

<b>第 10 章 空间解析几何</b> .....	(28)
10.1 空间平面及其方程 .....	(28)
10.1.1 平面的点法式方程 .....	(28)
10.1.2 平面的一般方程 .....	(29)
10.1.3 平面的截距式方程 .....	(31)
10.1.4 两平面的夹角及两平面平行或垂直的条件 .....	(32)
10.1.5 点到平面的距离公式 .....	(33)
习题 10-1 .....	(34)
10.2 空间直线及其方程 .....	(35)
10.2.1 空间直线的一般方程 .....	(35)
10.2.2 空间直线的点向式、两点式及参数方程 .....	(35)
10.2.3 两直线的夹角及两直线平行或垂直的条件 .....	(38)
10.2.4 直线与平面的夹角及平行或垂直的条件 .....	(39)
10.2.5 平面束方程 .....	(40)
习题 10-2 .....	(42)
10.3 空间曲面及其方程 .....	(43)
10.3.1 曲面与方程的概念 .....	(43)
10.3.2 球面 .....	(43)
10.3.3 柱面 .....	(44)
10.3.4 旋转曲面 .....	(45)
10.3.5 二次曲面 .....	(47)
习题 10-3 .....	(49)
10.4 空间曲线及其方程 .....	(51)
10.4.1 空间曲线的一般方程 .....	(51)
10.4.2 空间曲线的参数方程 .....	(51)
10.4.3 空间曲线在坐标面上的投影 .....	(52)
习题 10-4 .....	(54)
学习指导 .....	(55)
复习思考题(十) .....	(59)
<b>第 11 章 多元函数微分法及其应用</b> .....	(62)
11.1 多元函数的概念 .....	(62)
11.1.1 邻域和区域的概念 .....	(62)
11.1.2 多元函数的概念 .....	(63)
11.1.3 二元函数的图形 .....	(66)
习题 11-1 .....	(67)
11.2 二元函数的极限与连续 .....	(67)
11.2.1 二元函数的极限 .....	(67)
11.2.2 二元函数的连续性 .....	(70)



(38)	习题 11-2 .....	(72)
(39)	11.3 偏导数 .....	(72)
(40)	11.3.1 偏导数的概念 .....	(72)
(41)	11.3.2 偏导数的求法 .....	(74)
(42)	11.3.3 二元函数偏导数的几何意义 .....	(76)
(43)	11.3.4 高阶偏导数 .....	(77)
(44)	习题 11-3 .....	(78)
(45)	11.4 全微分 .....	(80)
(46)	11.4.1 全微分的概念 .....	(80)
(47)	11.4.2 全微分在近似计算中的应用 .....	(83)
(48)	习题 11-4 .....	(84)
(49)	11.5 多元复合函数的导数 .....	(84)
(50)	11.5.1 多元复合函数的求导法则 .....	(84)
(51)	11.5.2 多元复合函数的高阶偏导数 .....	(90)
(52)	习题 11-5 .....	(93)
(53)	11.6 隐函数的求导公式 .....	(95)
(54)	11.6.1 由方程 $F(x, y) = 0$ 所确定的隐函数 $y = f(x)$ 的求导公式 .....	(95)
(55)	11.6.2 由方程 $F(x, y, z) = 0$ 所确定的隐函数 $z = f(x, y)$ 的求导公式 .....	(96)
(56)	习题 11-6 .....	(98)
(57)	11.7 方向导数与梯度 .....	(99)
(58)	11.7.1 方向导数 .....	(99)
(59)	11.7.2 梯度 .....	(101)
(60)	习题 11-7 .....	(103)
(61)	11.8 微分法在几何上的应用 .....	(103)
(62)	11.8.1 空间曲线的切线与法平面及其方程 .....	(103)
(63)	11.8.2 空间曲面的切平面与法线及其方程 .....	(105)
	习题 11-8 .....	(108)
(64)	11.9 多元函数的极值 .....	(109)
(65)	11.9.1 多元函数的极值与最值 .....	(109)
(66)	11.9.2 条件极值 拉格朗日乘法 .....	(113)
(67)	习题 11-9 .....	(116)
(68)	学习指导 .....	(117)
(69)	复习思考题(十一) .....	(123)
(70)	第 12 章 重积分 .....	(126)
(71)	12.1 二重积分的概念与性质 .....	(126)
(72)	12.1.1 二重积分的概念 .....	(126)
(73)	12.1.2 二重积分的性质 .....	(129)
(74)	习题 12-1 .....	(132)

12.2	二重积分的计算法	(132)
12.2.1	二重积分在直角坐标系中的计算法	(132)
	习题 12-2(1)	(140)
12.2.2	二重积分在极坐标系中的计算法	(140)
	习题 12-2(2)	(145)
12.3	二重积分的应用	(145)
12.3.1	计算空间立体的体积	(145)
12.3.2	计算平面图形的面积	(146)
12.3.3	计算曲面的面积	(147)
12.3.4	计算平面薄片的质量与质心	(149)
12.3.5	计算平面薄片的转动惯量	(152)
	习题 12-3	(153)
12.4	三重积分的概念及其在直角坐标系中的计算法	(154)
12.4.1	三重积分的概念	(154)
12.4.2	三重积分在直角坐标系中的计算法	(155)
	习题 12-4	(159)
12.5	利用柱面坐标和球面坐标计算三重积分	(160)
12.5.1	利用柱面坐标计算三重积分	(160)
12.5.2	利用球面坐标计算三重积分	(163)
	习题 12-5	(166)
12.6	三重积分的应用举例	(167)
12.6.1	计算空间立体的体积	(167)
12.6.2	计算空间物体的质量、质心坐标及转动惯量	(168)
	习题 12-6	(170)
	学习指导	(171)
	复习思考题(十二)	(181)
<b>第 13 章 曲线积分与曲面积分</b>		(186)
13.1	对弧长的曲线积分	(186)
13.1.1	对弧长的曲线积分的概念与性质	(186)
13.1.2	对弧长的曲线积分的计算法	(188)
	习题 13-1	(192)
13.2	对坐标的曲线积分	(192)
13.2.1	对坐标的曲线积分的概念与性质	(193)
13.2.2	对坐标的曲线积分的计算法	(196)
13.2.3	两类曲线积分之间的关系	(201)
	习题 13-2	(202)
13.3	格林公式及平面上曲线积分与路径无关的条件	(203)
13.3.1	格林公式	(203)

13.3.2	平面上曲线积分与路径无关的条件	(208)
	习题 13-3	(211)
13.4	对面积的曲面积分	(212)
13.4.1	对面积的曲面积分的概念与性质	(213)
13.4.2	对面积的曲面积分的算法	(214)
	习题 13-4	(218)
13.5	对坐标的曲面积分	(219)
13.5.1	对坐标的曲面积分的概念与性质	(219)
13.5.2	对坐标的曲面积分的算法	(223)
13.5.3	两类曲面积分之间的关系	(225)
	习题 13-5	(225)
13.6	高斯公式	(226)
	习题 13-6	(229)
	学习指导	(230)
	复习思考题(十三)	(241)
<b>第 14 章 无穷级数</b>		(246)
14.1	常数项级数的概念与性质	(246)
14.1.1	常数项级数及其收敛与发散的概念	(246)
14.1.2	级数收敛的必要条件	(249)
14.1.3	级数的基本性质	(249)
	习题 14-1	(251)
14.2	正项级数的审敛法	(252)
14.2.1	正项级数及其收敛的充要条件	(252)
14.2.2	比较审敛法及其极限形式	(254)
14.2.3	比值审敛法(达朗贝尔(D'Alembert)判别法)	(256)
* 14.2.4	根值审敛法(柯西(Cauchy)判别法)	(258)
	习题 14-2	(258)
14.3	任意项级数的审敛法	(259)
14.3.1	交错级数及其审敛法	(259)
14.3.2	任意项级数的收敛性——绝对收敛与条件收敛	(261)
	习题 14-3	(262)
14.4	函数项级数的概念与幂级数	(263)
14.4.1	函数项级数的概念	(263)
14.4.2	幂级数及其收敛性	(264)
14.4.3	幂级数的运算	(268)
	习题 14-4	(270)
14.5	把函数展开成幂级数及其应用	(271)
14.5.1	泰勒公式	(271)

14.5.2	泰勒级数	(274)
14.5.3	把函数展开成幂级数	(275)
14.5.4	函数的幂级数展开式的应用	(279)
习题 14-5		(282)
14.6	周期为 $2\pi$ 的函数的傅里叶级数	(283)
14.6.1	三角级数及三角函数系的正交性	(283)
14.6.2	周期为 $2\pi$ 的函数的傅里叶级数及其收敛性	(284)
14.6.3	把周期为 $2\pi$ 的函数展开为傅里叶级数	(286)
14.6.4	把定义在 $[-\pi, \pi]$ 上的函数展开为傅里叶级数	(289)
习题 14-6		(290)
14.7	正弦级数和余弦级数	(291)
14.7.1	正弦级数和余弦级数	(291)
14.7.2	把定义在 $[0, \pi]$ 上的函数展开为正弦(或余弦)级数	(293)
习题 14-7		(295)
14.8	周期为 $2l$ 的函数的傅里叶级数	(296)
习题 14-8		(301)
	学习指导	(301)
	复习思考题(十四)	(321)



## 第9章 向量代数



向量是解决许多数学、物理、力学及工程技术问题的一个有力的工具,在下一章研究空间平面和直线时,我们将看到它的应用。

本章侧重介绍如何在空间直角坐标系中,建立向量的坐标表示式,用代数的方法表明向量的一些几何性质,并讨论向量的线性运算(加、减、数与向量相乘),向量的数量积,向量的向量积等基本运算和性质。

### 9.1 空间直角坐标系

#### 9.1.1 空间直角坐标系

空间直角坐标系的建立既是向量代数的基础,也是下一章空间解析几何的基础。

在空间内取定一个点  $O$ ,过点  $O$  作三条具有相同的长度单位,且相互垂直的数轴—— $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴,这样就称建立了一个空间直角坐标系  $O-xyz$ 。

点  $O$  称为坐标原点,简称原点.三条数轴统称为坐标轴.  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴又分别叫做横轴、纵轴、竖轴.由任意两条坐标轴所确定的平面称为坐标面(共有三个坐标面),由  $x$  轴和  $y$  轴所确定的坐标面叫做  $xOy$  面,由  $y$  轴和  $z$  轴所确定的坐标面叫做  $yOz$  面,由  $z$  轴和  $x$  轴所确定的坐标面叫做  $zOx$  面。

通常是把  $xOy$  面放置在水平面上,并规定  $x$  轴、 $y$  轴和  $z$  轴的位置关系遵循右手系.所谓右手系是指:当右手的四个手指指向  $x$  轴的正向,然后握拳转向  $y$  轴的正向时,大拇指所指的方向应是  $z$  轴的正向(图 9-1)。

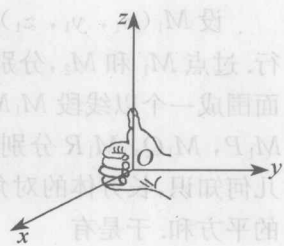


图 9-1

三个坐标面把空间分隔成八个部分,每个部分称为卦限.这八个卦限依次叫做第一卦限、……、第八卦限.第一卦限至第四卦限在  $xOy$  面上方,按逆时针方向排列,第五卦限至第八卦限在  $xOy$  面下方,也按逆时针方向排列,其中第五卦限在第一卦限下方。

#### 9.1.2 空间内点的直角坐标

现在讨论在空间直角坐标系中,空间内的点与三个数组成的有序数组之间的对应关系。

设  $M$  是空间内任一定点,过点  $M$  分别作垂直于三条坐标轴的平面,它们分别交  $x$  轴、 $y$  轴、 $z$  轴于点  $P, Q, R$ ,点  $P, Q, R$  称为点  $M$  在坐标轴上的投影(图 9-2),设  $P, Q, R$  在三条坐标轴上的坐标依次为  $x, y, z$ ,于是按照上面的作法,空间内的点  $M$  唯一地确定了一组有序数组:  $x, y, z$ .有序数组  $x, y, z$  称为点  $M$  的坐标,它们分别叫做点  $M$  的横坐标,纵坐标,竖坐标.这时,点  $M$  可记作  $M(x, y, z)$ 。

反之,如果任意给定一组有序数组:  $x, y, z$ .可以在三条坐标轴上找到分别以它们为坐