大学物理研究

Daxuewuli yanjiu

兰 民 王丽丽 ◆ 编著

吉林大学出版社
JILIN UNIVERSITY PRESS

大学物理研究

Daxuewuli yanjiu

兰　民　王丽丽◆编著

吉林大学出版社
JILIN UNIVERSITY PRESS

图书在版编目（CIP）数据

大学物理研究 / 兰民，王丽丽编著．—— 长春：吉林大学出版社，2013.1

ISBN 978－7－5601－9635－0

Ⅰ．①大… Ⅱ．①兰… ②王… Ⅲ．①物理学－教学研究－高等学校 Ⅳ．①O4－42

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 020908 号

书　名：大学物理研究

作　者：兰　民　王丽丽　编著

责任编辑：孙　群　责任校对：刘守秀　装帧设计：李　宁

吉林大学出版社出版、发行

吉林省吉财印务有限公司　印刷

开本：787×1092 毫米　1/16

2013 年 2 月 第 1 版

印张：19　字数：300 千字

2013 年 2 月 第 1 次印刷

ISBN 978－7－5601－9635－0

定价：68.00 元

社址：长春市明德路 501 号　邮编：130021

发行部电话：0431－89580026/28/29

网址：http：//www.jlup.com.cn

E－mail：jlup@mail.jlu.edu.cn

前 言

物理学是一切自然科学的基础，处于诸多自然科学学科的核心地位．物理学研究的粒子和原子构成了蛋白质、基因、器官、生物体，构成了一切天然的和人造的物质以及广袤的陆地、海洋、大气，甚至整个宇宙．因此，物理学是化学、生物、材料科学、地球物理和天体物理等学科的基础．今天，物理学和这些学科之间的边缘领域中又形成了一系列分支学科和交叉学科，如粒子物理、核物理、凝聚态物理、原子分子物理、电子物理、生物物理等等．这些学科都取得了引人瞩目的成就．

物理学的发展，广泛而直接地推动着技术的革命和社会的文明．18 世纪 60 年代开始的第一次技术革命以蒸汽机应用为标志，它是牛顿力学和热力学发展的结果．事实证明，几乎所有重大的新技术领域学科（如电子学、原子能、激光和信息技术等）的创立，事前都在物理学中经过长期的酝酿、在理论和实验两方面积累了大量知识后，才突然迸发出来的．物理学是科技生产力发展的不竭源泉．在新世纪开始的今天，全世界范围内正面临着以信息、能源、材料、生物工程和空间技术等为核心的一场新技术革命．在这些高科技领域中必将层出不穷地涌现人们今天尚不知道的一系列新技术和新产品．物理学以其最广泛和最基本的内容正成为各个新兴学科的先导．

大学物理课程是理工科大学生一门重要的基础课，这是为提高学生现代科学素质服务的．我们在编写时，既保持了物理基础学科知识的系统性与完整性，同时也注意培养学生的科学思想与物理学的研究方法，以期受到启迪，激发其创新意识和求知欲望．

本书由兰民、王丽丽编著．在编写过程中，得到了长春工业大学董小刚、韦韧、李宁、李慧玲、向鹏、程道文等老师的帮助和指导，在此一并致谢．

由于编者水平有限，不妥和疏漏之处，恳请读者批评指正，以便再版时改进．

编者

2012 年 7 月

目 录

第一章 质点运动学

物理学是研究物质运动中最普遍、最基本运动形式的基本规律的一门学科．力学是一门古老的学问，它是研究物体的机械运动规律的科学．力学中描述物体运动的内容叫做运动学．自然界中的物质都处于不停的运动和变化之中．物质的运动形式多种多样，最为简单的是物质的机械运动，牛顿力学（经典力学）就是研究物质的机械运动的学科．本章我们将首先讨论对物体运动的基本描述，引入描述物质运动的基本物理思想和方法，讨论质点的运动学问题．运动学以几何观点来研究和描述物体的机械运动，而不考虑物体的质量及其所受的力．本章在引入质点、参考系、坐标系等概念的基础上，介绍确定质点位置的方法及描述质点运动的重要物理量——位移、速度和加速度，并讨论质点匀变速圆周运动等．

1.1 质点运动学的基本概念

1.1.1 质点

物体的运动一般比较复杂．由于物体本身具有一定的形状和大小，物体上各点处于空间的不同位置，因而在运动时，物体上各点的位置变动通常也不尽相同；同时，物体本身的大小和形状也可能不断改变．所以，要详细描述物体的运动并不容易．例如，炮弹在空中飞行时，除了整体沿一定的曲线平移以外，它还做复杂的转动．

如果我们要研究的只是物体整体的平移运动规律，例如，只研究炮弹沿空间轨道的整体平移，我们可以忽略那些与整体运动关系不大的次要运动，把物体上各点的运动都看成完全一样．这时就不需要考虑物体的大小和形状，物体的运动可用一个点的运动来代表．这种把物体看成没有大小和形状，只具有物体全部质量的点，称为质点．质点是一种理想化的模型，是对实际物体的一种科学抽象和简化．通过这样的科学抽象，可以使问题的研究简化而不影响所得到的主要结论．

能否把一个物体看做质点的关键并不在于物体本身的大小，而是取决于对这个物体进行研究的问题的性质和具体的情况．比如，地球的半径约为

6370 km，算得上是个庞然大物；然而，当研究地球绕太阳的公转运动时，由于地球的半径与地球公转的轨道半径（约为 1.5×10^{11} m）相比，还不到它的万分之一，地球上各点绕太阳的公转运动可看成基本上一样，因而可以不考虑地球的大小和形状，而把整个地球当做质点．又比如，炮弹的尺寸大小（0.5 m 左右）比起地球来讲，小七个数量级，真可谓沧海一粟；若是在研究空气阻力对炮弹高速飞行的影响（这种阻力明显与炮弹的几何形状和大小有关）时，就不能把炮弹视为质点．

同一个物体是否可以看成质点不是一成不变的，也是取决于问题的性质和具体的情况．同样是地球，在研究它绕太阳公转时，可以将它看做质点；在研究它的自转问题时，就不能把它看做质点．另外，当物体单纯地只做平移运动时，物体上各点的运动情况都完全相同，可以把它简化成一个质点来看待．当然，在很多问题中，物体大小和形状不能忽略，这时就不能把整个物体当做质点看待，但是质点的概念仍然十分有用．因为能够把物体视为由许许多多小体积元组成，每个体积元都小到可以按质点（有时也称为质元）来处理，则整个物体可以看成是由若干质点（质元）组成的系统（质点系）或是由无数质点组成的整体，通过分析这些质点的运动，便可弄清楚整个物体的运动．所以研究质点运动也是进一步研究物体（例如，刚体、弹性体和流体等）复杂运动的基础．

1.1.2 参考系与坐标系

物体的机械运动是指它的位置随时间的改变．在自然界中所有的物体都在不停地运动，绝对静止不动的物体是没有的，这就是说任何物体的位置总是相对于其他物体或物体系来确定的．在观察一个物体的位置及位置变化时，总要选取其他物体作为标准，选取的标准物不同，对物体运动情况的描述结果也不同．这就是运动描述的相对性．为描述物体的运动而选的标准物叫做参考系．不同的参考系对同一物体运动情况的描述是不同的．因此，在描述物体运动情况时，必须指明是对什么参考系而言的．例如，一个自由下落的石块的运动，在地面参考系中观察，它做的是直线运动．如果在近旁驰过的车厢内观察，即以行进的车厢为参考系，则石块做曲线运动．参考系的选择是任意的，在讨论地面上物体的运动时，通常选用固定在地面上的一些物体作为参考系，这样的参考系叫做地面参考系．

选定参考系后，只能对物体的机械运动作定性描述，要定量地说明一个质点相对于此参考系的位置，还必须在参考系中建立固定的坐标系．运动物体的位置就由它在固联于参考系的坐标系中的坐标值来描述．这个坐标系一旦与参考系固联在一起，则物体相对于坐标系的运动，也就是相对于参考系

的运动．

坐标系的类型可有不同的选取方法，常用的是直角坐标系．

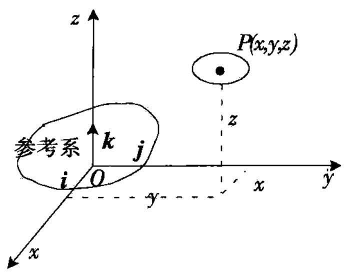

图 1.1

设某时刻质点在 P 点，建立一个固结在参考系上的三维直角坐标系 $Oxyz$，如图 1.1 所示，这样 P 点的位置就可以用直角坐标 (x,y,z) 来确定．在二维空间所取的平面直角坐标系 Oxy 中，用两个坐标 (x,y) 便可确定一物体的位置；在一维空间中所取的直线坐标轴 Ox 或 Oy 上，用一个坐标 x 或 y 便可确定一物体的位置．而且，还得在各坐标轴上取上相应的单位矢量，如图 1.1 所示，P 点的直角坐标为 $P(x,y,z)$，用 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x,y,z 三个坐标轴正方向的单位矢量．有时还用到自然坐标系，这种坐标系常用于质点做曲线运动的情况．自然坐标系由相互垂直的两个坐标轴组成．例如，质点在做圆周运动时，以质点运动到圆周上某点 P 为坐标原点，P 点处切线为切向坐标轴，在其上运动前进方向取单位矢量 $\boldsymbol{\tau}$，P 点处指向圆心的法线为法向坐标轴，在其上取单位矢量 $\boldsymbol{n}$．

虽然，坐标系与参考系有联系，但两者不能混同．参考系是实物，而坐标系是参考系的数学抽象．这是它们的区别．然而，从另一个角度来说，在研究物体的具体运动时常常把坐标系与参考系联系在一起．从而，当我们一经建立了坐标系，实际上就意味着参考系也已选定．在没有特殊说明的情况下，本书后面的内容就不把它们加以仔细区分了．

1.2 质点运动学的基本物理量

1.2.1 位置矢量

为了定量地研究质点的运动，必须对质点的位置作定量的描述．为此，我们引入位置矢量的概念．首先选好参考系，再在参考系上建立一个固定的坐标系．图 1.2 表示一个直角坐标系，质点的位置还可以用一个矢量来确定．设某时刻质点在 P 点，我们在选定的参考系上任选一固定点 O，由 O 点向 P 点作一矢量 $\boldsymbol{r}$，如图 1.2 所示．矢量 $\boldsymbol{r}$ 的大小和方向完全确定了质点相对参考系的位置，称为位置矢量，简称位矢．

以位矢 $\boldsymbol{r}$ 的起点 O 为原点，建立直角坐标系 $Oxyz$，这样 P 点的直角坐标 (x,y,z) 也就是位矢 $\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴 x,y,z 的投影．用 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 分别表示沿 x,y,z 三

个坐标轴正方向的单位矢量，则位矢为

$$\boldsymbol{r} = x\boldsymbol{i} + y\boldsymbol{j} + z\boldsymbol{k} \qquad (1.1)$$

例如，一个质点在 t 时刻的直角坐标为（-3cm，2cm，5cm），则该质点在 t 时刻以坐标原点为起点的位矢是 $\boldsymbol{r} = -3\boldsymbol{i} + 2\boldsymbol{j} + 5\boldsymbol{k}$，位矢 $\boldsymbol{r}$ 沿 Ox、Oy、Oz 三个坐标轴的投影分别为 $x = -3\text{cm}$，$y = 2\text{cm}$，$z = 5\text{cm}$．用 $|\boldsymbol{r}|$ 表示 $\boldsymbol{r}$ 的大小，则

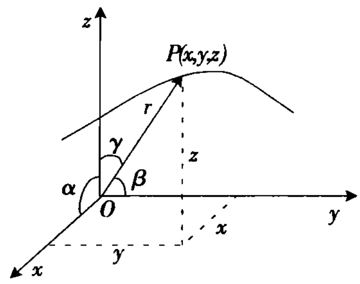

图 1.2

$$|\boldsymbol{r}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \qquad (1.2)$$

令 α,β,γ 分别表示 $\boldsymbol{r}$ 与 x,y,z 三个坐标轴的夹角，则有

$$\left.\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{x}{|\boldsymbol{r}|} \\ \cos\beta &= \frac{y}{|\boldsymbol{r}|} \\ \cos\gamma &= \frac{z}{|\boldsymbol{r}|} \end{aligned}\right\} \qquad (1.3)$$

质点运动时，它的位置随时间变化，这时，质点的位置矢量和坐标是时间的函数，即

$$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t) \qquad (1.4)$$

这称为质点的运动方程．其在直角坐标系中的分量式为

$$x = x(t)\ ,\ y = y(t)\ ,\ z = z(t) \qquad (1.5)$$

从（1.5）式中消去 t，可得运动质点的轨迹方程．例如，已知质点的运动方程为

$$x = R\sin\omega t\ ,\ y = R\cos\omega t\ ,\ z = 0$$

上式中 R，ω 为大于零的常数．消去 t 得轨迹方程为

$$x^2 + y^2 = R^2\ ,\ z = 0$$

它表示质点在 x，y 平面内做以原点为圆心、半径为 R 的圆周运动．（1.5）式也称为轨迹的参数方程（参数为 t）．

1.2.2 位移矢量

质点在一段时间内位置的改变叫做它在这段时间内的位移．质点做一般曲线运动，在 t 时刻质点位于 A 点，位矢为 $\boldsymbol{r}_1$，在 $t + \Delta t$ 时刻运动到 B 点，位矢为 $\boldsymbol{r}_2$，显然在时间间隔 Δt 内位矢的大小和方向都发生了变化，我们用由 A 指向 B 的矢量 $\Delta\boldsymbol{r}$ 表示 Δt 时间间隔内质点位置的变化．由图 1.3 可知 $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}_2 - \boldsymbol{r}_1$．

以位矢起点 O 为原点，建立直角坐标系 $Oxyz$，则有

$$\boldsymbol{r}_1 = x_1\boldsymbol{i} + y_1\boldsymbol{j} + z_1\boldsymbol{k}$$
$$\boldsymbol{r}_2 = x_2\boldsymbol{i} + y_2\boldsymbol{j} + z_2\boldsymbol{k}$$

时间 Δt 内质点的位移为

$$\Delta\boldsymbol{r} = (x_2 - x_1)\boldsymbol{i} + (y_2 - y_1)\boldsymbol{j} + (z_2 - z_1)\boldsymbol{k}$$

令 Δx，Δy,Δz 分别表示 $\Delta\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴 x，y,z 的投影，则有

$$\Delta\boldsymbol{r} = \Delta x\boldsymbol{i} + \Delta y\boldsymbol{j} + \Delta z\boldsymbol{k} \qquad (1.6)$$

显然 $\Delta x = x_2 - x_1, \Delta y = y_2 - y_1, \Delta z = z_2 - z_1$

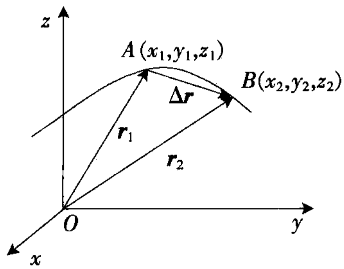

图 1.3

位移的大小和方向可以表示为

$$|\Delta\boldsymbol{r}| = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2}$$

$$\cos\alpha = \frac{\Delta x}{|\Delta\boldsymbol{r}|}, \cos\beta = \frac{\Delta y}{|\Delta\boldsymbol{r}|}, \cos\gamma = \frac{\Delta z}{|\Delta\boldsymbol{r}|}$$

$\Delta\boldsymbol{r}$ 不能简写为 Δr，因为 $\Delta\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)$，它是位矢的大小在 t 到 $t+\Delta t$ 这一段时间内的增量．一般情况下，$|\Delta\boldsymbol{r}| \neq \Delta r$．

位移与路程不同，位移是矢量，是一段有方向的线段．一般情况下，这一线段并不表示质点运动的实际轨道；路程可以是直线，也可以是曲线，它代表了质点运动的实际轨道，如图 1.3 中从 A 到 B 的曲线段．常用 Δs 表示．位移是矢量，路程是标量，因而位移的大小与路程一般不等，例如质点沿圆周绕行一圈回到起点，相应的位移等于零，而路程等于圆的周长．

1.2.3 速度

质点的位置随着时间变化，产生了位移，而位移一般也是随时间变化的，那么位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 和产生这段位移所用的时间 Δt 之间有怎样的关系呢？$\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 是一个怎样的物理量呢？

1.2.3.1 平均速度

从物理意义上来看，$\frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t}$ 描述的是质点位置变化的快慢和位置变化的方向，由于它对应的是时间间隔，而不是某一时刻或位置，所以我们称其为在 Δt 时间内的平均速度，用 $\bar{\boldsymbol{v}}$ 表示，即

$$\bar{\boldsymbol{v}} = \frac{\boldsymbol{r}(t+\Delta t) - \boldsymbol{r}(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta\boldsymbol{r}}{\Delta t} \qquad (1.7)$$

平均速度是矢量，其方向与位移 $\Delta\boldsymbol{r}$ 的方向相同（如图 1.3 所示）．它表示在时间 Δt 内位矢 $\boldsymbol{r}(t)$ 随时间的平均变化率．

1.2.3.2 瞬时速度

当 Δt 趋于零时，（1.7）式的极限，即质点位矢对时间的变化率，叫做质

点在时刻 t 的瞬时速度，简称速度．用 $\boldsymbol{v}$ 表示速度，就有

$$\boldsymbol{v}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta \boldsymbol{r}}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t} \tag{1.8}$$

速度的方向，就是 $\Delta t\to 0$ 时，$\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向（图 1.3），当 $\Delta t\to 0$ 时，$A\to B$，而 $\Delta \boldsymbol{r}$ 的方向最后将与质点运动轨道在 B 点的切线一致．因此，质点在时刻 t 的速度方向就沿着该时刻质点所在处运动轨道的切线而指向运动的前方．质点在做曲线运动时，速度沿轨迹的切线方向，这在日常生活中经常可见，如转动雨伞，水滴将沿切线方向离开雨伞等．

速度的大小叫速率，以 v 表示，则有

$$v=|\boldsymbol{v}|=\left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t} \tag{1.9}$$

用 Δs 表示在 Δt 时间内质点沿轨道所经过的路程．当 $\Delta t\to 0$ 时，$|\Delta \boldsymbol{r}|$ 和 Δs 趋于相同，因此可以得到

$$v=|\boldsymbol{v}|=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{|\Delta \boldsymbol{r}|}{\Delta t}=\lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta s}{\Delta t}=\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}t} \tag{1.10}$$

这就是说速率的大小又等于质点所走过的路程对时间的变化率．

设时刻 t 质点在 P 点，位矢为 $\boldsymbol{r}$，速度为 $\boldsymbol{v}$，加速度为 $\boldsymbol{a}$，如图 1.4 所示．用 x,y,z 分别表示位矢 $\boldsymbol{r}$ 沿坐标轴 x,y,z 的投影，则有

$$\boldsymbol{r}=x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k}$$

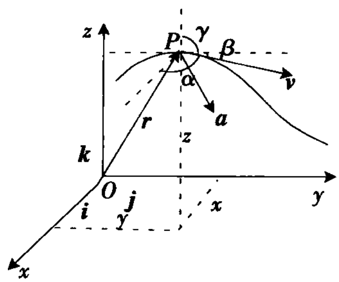

图 1.4

根据速度的定义，有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(x\boldsymbol{i}+y\boldsymbol{j}+z\boldsymbol{k})$$

考虑到所选用的是固定坐标系，单位矢量 $\boldsymbol{i},\boldsymbol{j},\boldsymbol{k}$ 的大小和方向都不随时间变化，即

$$\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{i}}{\mathrm{d}t}=0\ ,\ \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{j}}{\mathrm{d}t}=0\ ,\ \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{k}}{\mathrm{d}t}=0$$

故有

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k} \tag{1.11}$$

用 v_x,v_y,v_z 分别表示速度 $\boldsymbol{v}$ 沿坐标轴 x,y,z 的投影，则有

$$\boldsymbol{v}=v_x\boldsymbol{i}+v_y\boldsymbol{j}+v_z\boldsymbol{k} \tag{1.12}$$

比较式（1.11）和（1.12），可得

$$v_x=\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t},\ v_y=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t},\ v_z=\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}, \tag{1.13}$$

即速度沿直角坐标系中某一坐标轴的投影，等于质点对应该轴的坐标对时间的一阶导数．

速度的大小可表示为

$$|\boldsymbol{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} = \sqrt{\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t}\right)^2 + \left(\frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}t}\right)^2} \tag{1.14}$$

令 α,β,γ 分别表示速度 $\boldsymbol{v}$ 与 x,y,z 三个坐标轴的夹角，则速度的方向由下式决定

$$\cos\alpha = \frac{v_x}{|\boldsymbol{v}|},\ \cos\beta = \frac{v_y}{|\boldsymbol{v}|},\ \cos\gamma = \frac{v_z}{|\boldsymbol{v}|} \tag{1.15}$$

如果已知用直角坐标表示的质点运动学方程 $x = f_1(t), y = f_2(t), z = f_3(t)$，就可以求出质点在任意时刻 t 速度的大小和方向．

根据位移的大小 $|\Delta\boldsymbol{r}|$ 与 Δr 的区别可以知道，一般地，$v = \left|\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}\right| \neq \frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}t}$.

1.2.4 加速度

当质点的运动速度随时间改变时，常常要搞清速度的变化情况．速度的变化情况常以另一个物理量加速度来表示，因此我们引入加速度这一物理量．加速度的定义方法与速度类似．先定义平均加速度，再用极限方法定义瞬时加速度．

1.2.4.1 平均加速度

设质点在 t 时刻的速度为 $\boldsymbol{v}(t)$，在 $t+\Delta t$ 时刻的速度为 $\boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，则 Δt 时间内速度的增量为 $\Delta\boldsymbol{v} = \boldsymbol{v}(t) - \boldsymbol{v}(t+\Delta t)$，我们将速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 与发生这一增量经历的时间间隔 Δt 的比值称为质点在这段时间内的平均加速度．用 $\bar{\boldsymbol{a}}$ 表示，即 $\bar{\boldsymbol{a}} = \frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}$. 显然，平均加速度是矢量，其大小 $|\bar{\boldsymbol{a}}| = \left|\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t}\right|$，其方向与速度增量 $\Delta\boldsymbol{v}$ 方向相同．

1.2.4.2 瞬时加速度

为了精确描述质点在某一瞬时速度变化的情况，我们引入瞬时加速度概念．定义在 Δt 趋近于零时平均加速度矢量的极限为瞬时加速度，简称为加速度．即

$$\boldsymbol{a} = \lim_{\Delta t\to 0}\frac{\Delta\boldsymbol{v}}{\Delta t} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2} \tag{1.16}$$

显然，瞬时加速度等于速度对时间的一阶导数，也等于位矢对时间的二阶导数．因此只要知道了速度 $\boldsymbol{v}(t)$ 或位矢 $\boldsymbol{r}(t)$ 就可以求出加速度．

瞬时加速度是矢量，它的大小 $|\boldsymbol{a}| = \frac{|\mathrm{d}\boldsymbol{v}|}{\mathrm{d}t}$，其方向与 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方向相同，如图 1.5 所示．$\Delta\boldsymbol{v}$ 的方向和它的极限方向一般并不在速度 $\boldsymbol{v}$ 的方向上，因而瞬时加速度的方向一般与该时刻速度的方向并不一致．由于 $\Delta\boldsymbol{v}$ 的极限方

向总是指向轨迹曲线凹侧，所以曲线运动中加速度总是指向运动轨迹凹侧．在一维运动情况下，$\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的方向在同一直线上．

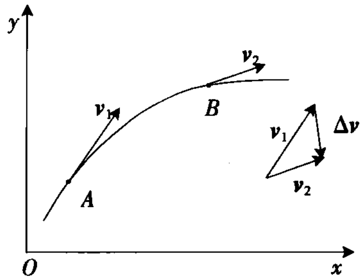

图 1.5

在直角坐标系中，加速度的矢量表达式为

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{i}+\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{j}+\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}\boldsymbol{k}$$
$$=a_x\boldsymbol{i}+a_y\boldsymbol{j}+a_z\boldsymbol{k} \tag{1.17}$$

其中

$$a_x=\frac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$$

$$a_y=\frac{\mathrm{d}v_y}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2y}{\mathrm{d}t^2}$$

$$a_z=\frac{\mathrm{d}v_z}{\mathrm{d}t}=\frac{\mathrm{d}^2z}{\mathrm{d}t^2}$$

加速度矢量在某一坐标轴上的分量等于速度沿同一坐标轴分量对时间的一阶导数，或等于质点对应该轴的位置坐标对时间的二阶导数．加速度的大小和方向余弦可表示如下：

$$a=|\boldsymbol{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

$$\cos\alpha=\frac{a_z}{|\boldsymbol{a}|},\cos\beta=\frac{a_y}{|\boldsymbol{a}|},\cos\gamma=\frac{a_z}{|\boldsymbol{a}|}$$

在一维运动的情况下，加速度 $\boldsymbol{a}=a_x=\dfrac{\mathrm{d}v_x}{\mathrm{d}t}=\dfrac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}$，其方向可用正负号来表示：$\boldsymbol{a}>0$，其方向沿 x 轴正向；$\boldsymbol{a}<0$，其方向沿 x 轴负向．应该注意，$\boldsymbol{a}<0$ 时，质点不一定做减速运动，质点做加速运动还是减速运动并不是由 $\boldsymbol{a}$ 的正负确定，而是由 $\boldsymbol{a}$ 与 $\boldsymbol{v}$ 的符号（正或负）相同或相反来确定．$\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 同号，质点做加速运动，$\boldsymbol{v}$ 与 $\boldsymbol{a}$ 异号，质点做减速运动．对此，读者只要联系自由落体和上抛运动的实例是不难理解的．

在定义速度和加速度时，都用到了求极限的方法，这种做法在物理学各部分经常出现，求极限是人类对物质和运动作定量描述时在准确程度上的一次重大飞跃．实际上极限概念是牛顿在 17 世纪对物体的运动作定量研究时提出的，可见微积分的创立是与对物体运动的定量研究分不开的，微积分是数学的一个重要分支，也是研究物理学不可缺少的重要工具．

1.3 质点运动学的两类问题

质点运动学中比较常见的需要求解的基本问题，大致可分为两类．

1.3.1 第一类问题

已知质点的运动方程，可求某一时刻质点的位置矢量或质点的速度、加速度以及某一时刻的值，或求某一段时间内的位移，还可求轨迹方程，但主要是求速度和加速度．这些称为第一类问题．解这类题的基本方法是，由前面几节的内容可知，将运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$ 对时间求一阶导数，即 $\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{v}$，可求得速度；对时间求二阶导数，即 $\frac{\mathrm{d}^2\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t^2}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}=\boldsymbol{a}$，可求得加速度．

1.3.2 第二类问题

已知质点的加速度（或速度）和其初始条件（即 $t=0$ 时，质点的 $\boldsymbol{r}_0$，$\boldsymbol{v}_0$，$\boldsymbol{a}_0$），求质点的速度、运动方程，或某一时刻的速度、位置矢量，还可求轨迹方程等，但主要是求速度和运动方程，称之为第二类问题．解这类题的基本方法是，按有关物理量的定义式，写出有关该物理量的微分方程；用分离变量法，运用初始条件并积分，可求得相应的物理量（对有关变量的函数关系）．

运动学的两类问题简单地表述如下：

第一类问题是已知运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$，求速度 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$，加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$．需要用到数学工具求导（微分运算），或者说要用物理公式

$$\boldsymbol{v}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$$

和

$$\boldsymbol{a}=\frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$$

第二类问题是已知加速度 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$ 与初始条件 $t=0$ 时，质点的 $\boldsymbol{r}_0$，$\boldsymbol{v}_0$，$\boldsymbol{a}_0$，求速度 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$、运动方程 $\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}(t)$．需要用到数学工具积分，或者说要用物理公式

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_0+\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{a}\,\mathrm{d}t \tag{1.18}$$

和

$$\boldsymbol{r}=\boldsymbol{r}_0+\int_{t_0}^{t}\boldsymbol{v}\,\mathrm{d}t \tag{1.19}$$

对于两类问题要注意的是：有时问题给出的只是其中的一段．例如，在第一类问题中，已知 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$．求 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$．例如，在第二类问题中，已知 $\boldsymbol{a}=\boldsymbol{a}(t)$ 和初始条件，只求 $\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}(t)$．这样的题目也属于两类问题．有时两类问题同处于一个大问题之中，部分混合．