



普通高等教育“十二五”规划教材

陈俊 叶宇煌 陈盈 郑明魁 编著

# 电磁场理论与 电磁波应用

DIANCICHANG LILUN YU  
DIANCIBO YINGYONG



北京邮电大学出版社  
[www.buptpress.com](http://www.buptpress.com)

013063932

0441.4  
111

普通高等教育“十二五”规划教材

内容简介

本书是普通高等教育“十二五”规划教材，是根据教育部颁布的《普通高等学校本科专业目录》和《普通高等学校本科专业设置和调整方案》的要求，在广泛征求有关专家、学者意见的基础上，参照国内外同类教材的编写经验，结合我国电磁场理论与电磁波应用的教学实际，精心编写而成的。本书可作为高等院校电子信息类、电气工程及其自动化专业及相关专业的教材，也可供从事电磁场理论与电磁波应用工作的工程技术人员参考。

# 电磁场理论与电磁波应用

陈俊 叶宇煌 陈盈 郑明魁 编著



北京航空航天大学出版社  
地址：北京市海淀区学院路10号（邮编：100084）  
发行部：电话：010-82382185 传真：010-82382928  
E-mail: publish@buaa.edu.cn  
编辑：谷雁群  
印刷：北京联兴印刷厂  
开本：787mm×1092mm  
印张：20.25  
字数：525千字  
印数：1—3000册  
定价：38.00元

5.00元 付 宝



北京邮电大学出版社  
www.buptpress.com



北航 C1665063

0441.4  
111

013083235

## 内 容 简 介

本书主要为电子信息、通信工程、电子应用和电气工程等专业的专业基础课程而编写,希望通过本书所介绍的内容,提高同学们的理论水平和实践能力,激发他们的求学热情,为更好地学习后继的专业课程打下坚实的基础。全书分成上、中、下三篇,上篇是理论篇,主要介绍了电磁场理论的基本知识,涵盖了矢量分析、静电场、恒定电场、恒定磁场、静态场的边值问题、时变电磁场以及平面电磁波等内容;中篇是应用篇,主要介绍了传输线理论、规则波导、微波集成传输线、微波网络基础以及微波元件等内容;下篇是实践篇,主要有微波测量系统的认识与调试、晶体检波及驻波比测量、波导波长(导内波长)的测量和驻波测量、阻抗测量(归一化阻抗测试实例)以及阻抗匹配等内容。

本书的内容涉及面广,几乎与电磁场、微波有关的问题都有涉及,在编写过程中主要侧重于基本概念和基本理论的叙述,并不追求数学推导的完整性,可能在内容的选择、广度和深度的掌握方面还存在欠缺之处,殷切希望读者提出宝贵意见。

本书可作为本科高等院校电子信息、通信工程、电子应用、微电子学和电气工程等专业的电磁场与电磁波课程教材,也可作为高职高专院校电子、电气、信息、通信及相关专业的电磁场课程教材,同时还可以为从事电子技术研究和开发的工程技术人员提供参考。

### 图书在版编目(CIP)数据

电磁场理论与电磁波应用 / 陈俊等编著. --北京:北京邮电大学出版社, 2013. 8

ISBN 978-7-5635-3585-9

I. ①电… II. ①陈… III. ①电磁场—高等学校—教材②电磁波—高等学校—教材 IV. ①O441.4

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 169250 号

书 名: 电磁场理论与电磁波应用

著作责任者: 陈俊 叶宇煌 陈盈 郑明魁 编著

责任编辑: 张珊珊

出版发行: 北京邮电大学出版社

社 址: 北京市海淀区西土城路 10 号(邮编:100876)

发行部: 电话: 010-62282185 传真: 010-62283578

E-mail: publish@bupt.edu.cn

经 销: 各地新华书店

印 刷: 北京联兴华印刷厂

开 本: 787 mm×1 092 mm 1/16

印 张: 20.25

字 数: 525 千字

印 数: 1—3 000 册

版 次: 2013 年 8 月第 1 版 2013 年 8 月第 1 次印刷

ISBN 978-7-5635-3585-9

定 价: 42.00 元

· 如有印装质量问题,请与北京邮电大学出版社发行部联系 ·



# 前 言

随着信息时代的到来,国家对人才的素质要求越来越高,除了掌握理论知识外,对个人的实践能力也提出了很高的要求。并且随着我国的第二、第三产业迅猛发展,社会分工不断细化,对生产技术的要求日益增高,使得开放的市场经济环境急需大量的有实践能力的人才。

学校教育改革的成效是影响人才培养质量的关键,而教育的核心是教学改革,教材则为教学之本。多年来,能让教学一线满意的专业教材不多,特别是理论结合应用并配合实践的教材更少。鉴于此,《电磁场理论与电磁波应用》以教材改革为突破口,在对理论进行深入分析的基础上,将理论与实际应用结合进来,并给出了相应的工程实践,尝试编写适合本科及大中专院校使用的教材。全书按照高等院校电子、信息、通信等专业培养目标的要求,以教育部颁发的教学大纲为指导,本着与电子相关学科成体系的原则编写而成。

本书内容共分13章,陈俊完成第2~5章、第7~12章的编写工作;叶宇煌完成第6章的编写工作;陈盈完成第1章的编写工作;郑明魁完成第13章的编写工作。在编写过程中,庄丽静、余之喜和杨华炜等参与了插图的绘制,李琳、温毅荣等参与了各章节的编排与校对,对他们的辛勤劳动,作者在此表示衷心的感谢。本书是作者长期实践教学的积累,尚有许多不妥之处,恳请广大专家同行能给予批评指正,也希望广大学生能够提出宝贵的意见和建议。

作者

# 目 录

## 上篇 理论篇——电磁场基础知识

第 1 章 矢量分析	3
1.1 标量、矢量及其运算	3
1.1.1 标量和矢量	3
1.1.2 矢量的代数运算	4
1.2 矢量场的通量与散度	5
1.2.1 矢量场的矢量线	5
1.2.2 矢量的通量	6
1.2.3 矢量场的散度	7
1.3 矢量场的环量与旋度	8
1.3.1 环量的定义	8
1.3.2 旋度	9
1.4 标量场的梯度	11
1.4.1 标量场的等值面	11
1.4.2 方向导数	11
1.4.3 标量场的梯度	12
1.5 三种常用的正交坐标系	13
1.6 拉普拉斯运算与格林定理	18
1.6.1 拉普拉斯运算	18
1.6.2 格林定理	18
1.7 亥姆霍兹定理	19
习题	20
第 2 章 静电场	22
2.1 电场的基本性质	22
2.1.1 电荷与电荷分布	22
2.1.2 库仑定律	24
2.1.3 电场强度	24
2.2 真空中静电场的基本方程	25
2.2.1 静电场的散度与高斯定理	26



2.2.2	电场的旋度与静电场的环路定理	26
2.2.3	静电场的性质	27
2.3	电位函数	28
2.3.1	电位的定义	28
2.3.2	电位的表达式	29
2.4	电介质的极化与极化强度	30
2.4.1	介质的极化	30
2.4.2	极化电荷与极化强度矢量的关系	31
2.5	介质中的高斯定理与边界条件	33
2.5.1	介质中的高斯定理	33
2.5.2	边界条件	35
2.6	导体系统的电容	38
2.6.1	静电场中的导体	38
2.6.2	导体系统的电容	39
2.7	电场能量 静电力	42
2.7.1	电场能量	42
2.7.2	静电力	44
	习题	46
<b>第3章</b>	<b>恒定电场</b>	<b>49</b>
3.1	电流与电流密度	49
3.2	电荷守恒定律与电流连续性方程	50
3.3	恒定电场的基本方程	51
3.3.1	恒定电场的基本方程	51
3.3.2	恒定电场的电位	52
3.3.3	导电媒质中的电荷分布	52
3.4	恒定电场的边界条件	52
3.5	能量损耗与电动势	54
3.5.1	焦耳定律	54
3.5.2	电动势	54
3.5.3	接地电阻	56
3.6	恒定电场的边值问题	57
3.6.1	恒定电场与静电场的类比	57
3.6.2	恒定电场的求解方法	57
	习题	61
<b>第4章</b>	<b>恒定磁场</b>	<b>65</b>
4.1	恒定磁场的实验定律与磁感应强度	65
4.1.1	安培力定律	65
4.1.2	磁感应强度	66

4.1.3	磁通连续性原理	67
4.2	安培环路定律	69
4.2.1	安培环路定律	69
4.2.2	磁场强度	71
4.2.3	磁化率	71
4.3	矢量磁位	71
4.4	介质的磁化	74
4.4.1	磁化强度	74
4.4.2	媒质磁化后的磁效应	75
4.4.3	安培环路定律的一般形式	77
4.4.4	磁介质中恒定磁场基本方程	78
4.5	磁标量位	80
4.5.1	磁标量位的概念	80
4.5.2	磁标量位的多值性	80
4.5.3	标量位的微分方程	81
4.6	媒质分界面上的边界条件	81
4.6.1	磁场强度 $\mathbf{H}$ 所满足的分界面边界条件	81
4.6.2	磁感应强度应满足的分界面边界条件	82
4.6.3	折射定律	83
4.6.4	用磁矢量位表示的媒质分界面边界条件	83
4.7	电感	84
4.8	磁场能量与力	87
4.8.1	恒定磁场中的能量	87
4.8.2	电磁能量的分布	89
4.8.3	磁场力	90
	习题	91
<b>第 5 章 静态场的边值问题</b>		<b>94</b>
5.1	边值问题的提出	94
5.1.1	边值问题的分类	94
5.1.2	唯一性定理	94
5.2	镜像法	96
5.2.1	导体平面的镜像	97
5.2.2	导体球面的镜像	99
5.2.3	线电荷对导体圆柱面的镜像	102
5.2.4	点电荷对无限大介质平面的镜像	103
5.3	分离变量法	104
5.3.1	直角坐标系中的分离变量法	105
5.3.2	柱坐标中的分离变量法	107
5.3.3	球坐标中的分离变量法	112



5.4	有限差分法	116
5.4.1	有限差分方程	117
5.4.2	差分方程的求解	118
5.5	复变函数法	119
	习题	119
<b>第6章 时变电磁场</b>		122
6.1	法拉第电磁感应定律	122
6.1.1	电磁感应定律	122
6.1.2	法拉第电磁感应定律的积分与微分形式	123
6.1.3	电磁感应定律的意义	124
6.2	位移电流	124
6.2.1	问题的提出	124
6.2.2	位移电流假设	124
6.3	麦克斯韦方程	126
6.3.1	麦克斯韦方程组	126
6.3.2	麦氏方程的限定形式和非限定形式	127
6.4	时变电磁场的边界条件	128
6.4.1	时变电磁场的边界条件	128
6.4.2	两种特殊情况	129
6.5	坡印廷定理和坡印廷矢量	131
6.5.1	坡印廷定理	131
6.5.2	坡印廷矢量	132
6.6	正弦电磁场	132
6.6.1	正弦电磁场的复数表示法	132
6.6.2	麦克斯韦方程的复数形式	134
6.6.3	复坡印廷矢量	134
6.7	波动方程	136
6.8	动态矢量位和标量位	137
6.8.1	动态矢量位和标量位的定义	137
6.8.2	达朗贝尔方程	137
6.8.3	小结	138
	习题	139

## 中篇 应用篇——电磁波及其基础应用

<b>第7章 平面电磁波</b>		143
7.1	均匀平面波	143
7.2	理想介质中的均匀平面波	143
7.2.1	沿 $+z$ 轴方向传播的均匀平面波	143



7.2.2	沿任意方向传播的均匀平面波	144
7.2.3	均匀平面波的性质	144
7.3	导电媒质中的均匀平面波	147
7.3.1	导电媒质中的波动方程及其解	147
7.3.2	导体中均匀平面波的性质	148
7.3.3	讨论	149
7.3.4	相速和群速	151
7.4	电磁波的极化	152
7.4.1	线极化波	153
7.4.2	圆极化平面波	153
7.4.3	椭圆极化平面波	154
7.5	平面边界上的反射和折射	156
7.5.1	任意方向传播的平面波	156
7.5.2	Snell 定律	157
7.5.3	反射系数和透射系数	158
7.5.4	无反射和全反射	159
7.5.5	导电介质中的折射波	161
7.6	波速	163
	习题	165
<b>第 8 章 传输线理论</b>		168
8.1	均匀传输线理论概述	168
8.1.1	导波形式及传输线的分类	168
8.1.2	双导线型传输线基本要求以及分布参数	169
8.1.3	传输线分析方法	170
8.2	传输线方程及其解	170
8.2.1	均匀双导体传输线的分布参数及其等效电路	170
8.2.2	电路方程及其解	171
8.2.3	无耗传输线的基本特性	173
8.3	均匀无耗传输线的等效	177
8.3.1	行波工作状态	177
8.3.2	纯驻波工作状态	178
8.3.3	行驻波工作状态	181
8.4	圆图及其应用	182
8.4.1	等反射系数圆	183
8.4.2	阻抗圆图	183
8.4.3	导纳圆图	186
8.4.4	圆图应用举例	187
8.5	有耗传输线	189
8.5.1	有耗传输线的特性参数	189

8.5.2	有耗传输线上的电压、电流和阻抗的分布	191
8.5.3	有耗线上传输效率的计算	191
8.6	双导线与同轴线	192
8.6.1	平行双导线	192
8.6.2	同轴线	193
8.6.3	同轴线中不连续性的等效电路	194
8.7	传输线的匹配	195
8.7.1	三种匹配状态及其匹配方法	195
8.7.2	阻抗匹配网络	196
	习题	199
<b>第9章 规则波导</b>		201
9.1	导波原理	201
9.1.1	规则金属管内电磁波	201
9.1.2	传输特征	202
9.1.3	导行波的分类	204
9.2	矩形波导	205
9.2.1	矩形波导中的场	205
9.2.2	矩形波导的传输特性	207
9.2.3	主模 $TE_{10}$ 波	209
9.2.4	矩形波导尺寸选择原则	212
9.3	圆形波导	213
9.3.1	圆波导中的场	213
9.3.2	圆波导的传输特性	216
9.3.3	圆波导中几种常用模式	218
9.4	波导的激励与耦合	219
9.4.1	探针激励	220
9.4.2	环激励	220
9.4.3	孔(缝)激励	220
	习题	221
<b>第10章 微波集成传输线</b>		223
10.1	带状线	224
10.1.1	特性阻抗	224
10.1.2	带状线的衰减常数	225
10.1.3	相速和波导波长	226
10.1.4	带状线的尺寸选择	226
10.2	微带线	226
10.2.1	特性阻抗与相速	227
10.2.2	波导波长	230



10.2.3	微带线的衰减常数	230
10.2.4	微带线的色散特性	231
10.2.5	微带尺寸的选择	232
10.3	耦合微带线	233
10.3.1	奇偶模分析方法	233
10.3.2	奇偶模分别激励时耦合传输线方程的解	234
10.4	其他形式平面传输线	237
10.4.1	悬置微带线和倒置微带线	237
10.4.2	槽线	237
10.4.3	共面传输线	238
	习题	238
<b>第 11 章 微波网络基础</b>		239
11.1	微波系统等效为网络	240
11.1.1	等效电压和等效电流	240
11.1.2	不均匀区域等效为网络	242
11.1.3	单端口网络	243
11.2	阻抗、导纳和转移参量	244
11.2.1	阻抗参量	244
11.2.2	导纳矩阵	245
11.2.3	转移矩阵	246
11.3	散射矩阵与传输矩阵	248
11.3.1	散射矩阵	249
11.3.2	传输矩阵	250
11.3.3	散射参量与其他参量转换	251
11.3.4	S 参数测量	252
11.3.5	多端口网络的散射矩阵	253
11.4	基本电路单元的参量矩阵	254
11.5	微波网络的工作特性参数	255
11.5.1	电压传输系数 $T$	255
11.5.2	插入相移	255
11.5.3	插入驻波比	256
11.5.4	插入衰减	256
	习题	257
<b>第 12 章 微波元件</b>		260
12.1	连接匹配元件	260
12.1.1	终端负载元件	260
12.1.2	微波连接元件	262
12.1.3	阻抗匹配元件	264

12.2	功率分配元件	268
12.2.1	定向耦合器	268
12.2.2	功率分配器	273
12.2.3	波导分支器	275
12.3	微波谐振器	277
12.3.1	微波谐振器的基本参量	278
12.3.2	矩形空腔谐振器	279
12.3.3	微带谐振器	280
12.3.4	谐振器的耦合和激励	281
12.4	微波铁氧体元件	282
12.4.1	隔离器	282
12.4.2	铁氧体环行器	285
	习题	286

## 下篇 实践篇——电磁场与电磁波实验

第 13 章	实践训练	291
13.1	微波测量系统的认识与调试	291
13.2	晶体检波器校准	294
13.3	驻波比的测量	297
13.4	阻抗测量与阻抗匹配	300
附录 1	常用矢量分析公式	305
附录 2	Smith 圆图	307
	参考文献	311



# 上篇 理论篇——电磁场基础知识

本篇将对电磁场理论的基本知识进行介绍,主要涉及矢量分析、静电场、恒定电场、恒定磁场、静态场的边值问题、时变电磁场等内容。





# 第1章 矢量分析

实数域内任一代数,即一个只有大小的量称之为标量,而一个既有大小又有方向特性的量称之为矢量。无论是标量还是矢量,一旦被赋予物理单位,则成为一个具有物理意义的量,即所谓的物理量。物理量数值的无穷集合称为场。如果这个物理量是标量,就称其为标量场;如果物理量是矢量就称这个场为矢量场。场的一个重要属性是它占有一个空间,而且在该空间域内,除有限个点或表面外,它是处处连续的。如果场中各处物理量不随时间变化,则称该场为静态场;不然,则称为动态场或时变场。

本章从标量和矢量的定义出发,首先讨论了矢量的代数运算,然后介绍了矢量场的通量与散度、环量与旋度等概念,紧接着讨论了标量场的梯度,最后介绍了矢量在直角坐标系、圆柱坐标系和球坐标系三种坐标系中的表示法及相互关系,并引入亥姆霍兹定理,对矢量场的共同性质进行了总结。

## 1.1 标量、矢量及其运算

### 1.1.1 标量和矢量

电磁场中遇到的绝大多数物理量,能够容易地区分为标量(scalar)和矢量(vector)。一个仅用大小就能够完整地描述的物理量称为标量,例如,电压、温度、时间、质量、电荷等。实际上,所有实数都是标量。一个有大小和方向的物理量称为矢量,电场、磁场、力、速度、力矩等都是矢量。例如,矢量  $\mathbf{A}$  可以写成

$$\mathbf{A} = A e_A \quad \text{或} \quad e_A = \frac{\mathbf{A}}{A} \quad (1-1)$$

其中,  $A$  是矢量  $\mathbf{A}$  的大小,  $e_A$  的大小等于 1, 代表矢量  $\mathbf{A}$  的方向。

一个大小为零的矢量称为空矢(null vector)或零矢(zero vector),一个大小为 1 的矢量称为单位矢量(unit vector)。在直角坐标系中,用单位矢量  $e_x, e_y, e_z$  表征矢量分别沿  $x, y, z$  轴分量的方向。

空间的一点  $P(x, y, z)$  能够用它在三个相互垂直的轴线上的投影唯一地被确定,如图 1-1 所示。

从原点指向点  $P$  的矢量  $\mathbf{r}$  称为位置矢量(position vector),它在直角坐标系中表示为

$$\mathbf{r} = X e_x + Y e_y + Z e_z \quad (1-2)$$

式中,  $X, Y, Z$  是  $\mathbf{r}$  在  $x, y, z$  轴上的标投影。

任一矢量  $\mathbf{A}$  在三维正交坐标系中都可以给出其三个分量。例如,在直角坐标系中,矢量  $\mathbf{A}$

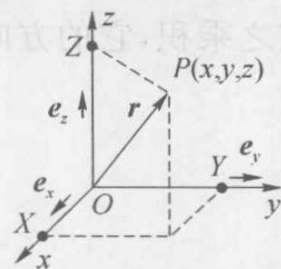


图 1-1 直角坐标系中一点的投影

的三个分量分别是  $A_x, A_y, A_z$ , 利用三个单位矢量  $e_x, e_y, e_z$  可以将矢量  $A$  表示成:

$$\mathbf{A} = A_x \mathbf{e}_x + A_y \mathbf{e}_y + A_z \mathbf{e}_z \quad (1-3)$$

矢量  $A$  的大小  $A$ :

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} \quad (1-4)$$

### 1.1.2 矢量的代数运算

#### 1. 矢量的加法和减法

任意两个矢量  $A$  和  $B$  的相加等于两个矢量相应分量相加, 它们的和仍然为矢量, 即

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B} = (A_x + B_x) \mathbf{e}_x + (A_y + B_y) \mathbf{e}_y + (A_z + B_z) \mathbf{e}_z \quad (1-5)$$

任意两个矢量  $A$  和  $B$  的相减, 把其中的一个矢量变号后再相减就得到它们的差, 即

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{B} = \mathbf{A} + (-\mathbf{B}) = (A_x - B_x) \mathbf{e}_x + (A_y - B_y) \mathbf{e}_y + (A_z - B_z) \mathbf{e}_z \quad (1-6)$$

#### 2. 矢量的乘积

矢量的乘积包括标量积和矢量积。

##### (1) 标量积 (scalar product)

任意两个矢量  $A$  和  $B$  的标量积是一个标量, 它等于两个矢量的大小与它们的夹角的余弦之乘积, 如图 1-2 所示。记为

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = AB \cos \theta \quad (1-7)$$

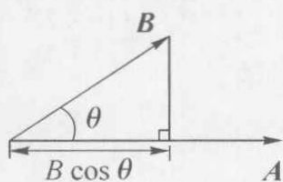


图 1-2 点积的图示

标量积也称为点积 (dot product), 如果两个不为零的矢量的标量积等于零, 则这两个矢量必然相互垂直, 或者说两个互相垂直的矢量的点乘一定为零。

例如, 直角坐标系中的单位矢量有下列关系式:

$$\left. \begin{aligned} e_x \cdot e_y = e_x \cdot e_z = e_z \cdot e_y = 0 \\ e_x \cdot e_x = e_y \cdot e_y = e_z \cdot e_z = 1 \end{aligned} \right\} \quad (1-8)$$

若用矢量的三个分量来表示标量积:

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z \quad (1-9)$$

标量积服从交换律和分配律, 即

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = \mathbf{B} \cdot \mathbf{A} \quad (1-10)$$

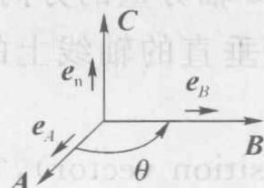
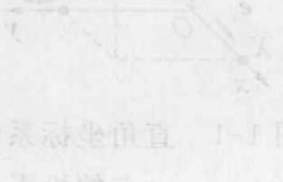
$$\mathbf{A} \cdot (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \cdot \mathbf{B} + \mathbf{A} \cdot \mathbf{C} \quad (1-11)$$

##### (2) 矢量积 (vector product)

任意两个矢量  $A$  和  $B$  的矢积是一个矢量, 它的大小等于两个矢量的大小与它们的夹角的正弦之乘积, 它的方向垂直于矢量  $A$  和  $B$  组成的平面, 如图 1-3 所示, 记为

$$\mathbf{C} = \mathbf{A} \times \mathbf{B} = e_n AB \sin \theta \quad (1-12)$$

$$e_n = e_A \times e_B \quad (\text{右手螺旋})$$



(a) 叉积

(b) 右手螺旋

图 1-3 叉积和右手螺旋

矢量积又称为叉积 (cross product), 如果两个不为零的矢量的叉积等于零, 则这两个矢量



必然相互平行。

矢量叉积不服从交换律,但服从分配律,即

$$\mathbf{A} \times \mathbf{B} = -\mathbf{B} \times \mathbf{A} \quad (1-13)$$

$$\mathbf{A} \times (\mathbf{B} + \mathbf{C}) = \mathbf{A} \times \mathbf{B} + \mathbf{A} \times \mathbf{C} \quad (1-14)$$

直角坐标系中的单位矢量有下列关系式:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z, \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y \\ \mathbf{e}_x \times \mathbf{e}_x = \mathbf{e}_y \times \mathbf{e}_y = \mathbf{e}_z \times \mathbf{e}_z = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1-15)$$

矢量叉积还可以用行列式来表示:

$$\begin{aligned} \mathbf{A} \times \mathbf{B} &= \begin{vmatrix} \mathbf{e}_x & \mathbf{e}_y & \mathbf{e}_z \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} \\ &= (A_y B_z - A_z B_y) \mathbf{e}_x + (A_z B_x - A_x B_z) \mathbf{e}_y + (A_x B_y - A_y B_x) \mathbf{e}_z \end{aligned} \quad (1-16)$$

矢量的其他运算详见附录 1。

## 1.2 矢量场的通量与散度

赋予物理意义的矢量在空间的分布和变化规律则称为矢量场(vector field)。为了考察矢量场在空间的分布状况及变化规律,我们引入矢量线、矢量的通量和散度及矢量的环量和旋度的概念。

### 1.2.1 矢量场的矢量线

矢量场中分布在各点处的矢量可以用一个矢性函数  $\mathbf{A} = \mathbf{A}(P)$  来表示。当选定了直角坐标系后,它就可以写成如下形式:

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}(x, y, z) \quad (1-17)$$

设  $A_x, A_y, A_z$  为矢性函数  $\mathbf{A}$  在直角坐标系中的三个坐标分量,且假定它们都具有一阶连续偏导数,则  $\mathbf{A}$  又可以表示为:

$$\mathbf{A} = \mathbf{e}_x A_x(x, y, z) + \mathbf{e}_y A_y(x, y, z) + \mathbf{e}_z A_z(x, y, z) \quad (1-18)$$

所谓矢量线,是这样一些曲线:在曲线上的每一点处,场的矢量都位于该点处的切线上(如图 1-4 所示)。

像静电场的电力线、磁场的磁力线、流速场中的流线等,都是矢量线的例子。

现在我们来讨论矢量线方程的表达式。

设  $P$  为矢量线上任一点,其矢径为  $\mathbf{r}$ ,则根据矢量线的定义,必有

$$\mathbf{A} \times d\mathbf{r} = 0 \quad (1-19)$$

在直角坐标系中

$$\mathbf{r} = \mathbf{e}_x x + \mathbf{e}_y y + \mathbf{e}_z z \quad (1-20)$$

矢量场的矢量线满足微分方程

$$\frac{dx}{A_x} = \frac{dy}{A_y} = \frac{dz}{A_z} \quad (1-21)$$

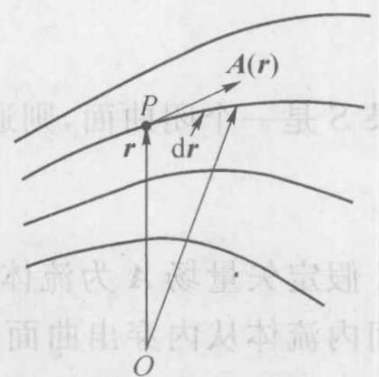


图 1-4 力线图