(訂正第五版)

解析幾何學講義

全

原濱吉講述

東京

金刺芳流堂

明治四十二年三月廿五日訂正五版印刷
明治四十二年三月廿八日訂正五版發行

解析幾何學講義合本奥付

正價金壹圓貳拾錢

（不許漢譯）

不許複製

著者　原濱吉

發行者　金刺源次
東京市神田區今川小路二丁目五番地

印刷者　椿市太郎
東京市京橋區本八丁堀四丁目五番地

販賣所　武田芳進堂
東京市牛込區肴町卅二番地

同　金武堂書店
東京市神田區中猿樂町廿二番地

同　武藏屋書店
東京市神田區表神保町十番地

同　東京堂書店
東京市神田區表神保町二番地

印刷所　芳水舍印刷所
東京市京橋區本八丁堀四丁目五番地

發行所
東京市神田區今川小路二丁目五番地（電話本局七六六番）
金刺芳流堂
振替貯金口座（東京八四二四番）

序.

我邦維新以來今日ニ至ル數學ノ進步ハ偉大ナルニモ關ハラズ,數學書ノ出版ハ啻ニ算術,代數,幾何,三角法ニ止マリ解析幾何以上ニ至リテハ譯編書僅カニ二三種アルノミ,誠ニ後進者ノ修學上不便察スルニ餘リアリ。

予ハ淺學ニシテ敢テ其ノ任ニ當ラズト雖モ先般斷然敎務ヲ辭シ高等數學書ノ出版ヲ企圖シ漸ク今ヤ「解析幾何學講義」ヲ世ニ公ニス,斯學ノ志望者ノ一助ニ供スルヲ得バ幸甚ナリ.

本書ハ實ニ簡明ニシテ要ヲ盡シタリトノ博評アルちやーるす,すみす氏ノ著書ヲ基礎トシ之レニさるもん氏,さごほんたー氏,ぱっくる氏,ぼーさー氏ノ粹ヲ加ヘテ解析幾何學ノ一斑ニ關スル本文並ニ問題悉皆ヲ解說シタルモノナリ.

尙ホ不日續編ヲ出版セントス,其ノ概目ヲ擧グレバ圓錐曲線ノ法式,包ミ,三線坐標,相反對極,射影論等ナリ,讀者之ヲ諒セヨ.

皇紀二千五百五十九年 (A.D. 1899)

東京ニ於テ　　原　濱吉識ス

第二版ノ序.

本版ニ於テハ初版ニ於ケル二三ノ誤植ヲ訂正シ,又不明ノ文字ヲ判明ナラシメタルノミナリ.

茲ニ深謝スベキハ細井正秀君ガ精密ニ校訂セラレタルコトナリ.

第三版及ビ第四版

ニ於テハ第二版ト異ナル所ナシ.

研數會ニ於テ　　　　原濱吉復識ス.

目　次

注意　重要ノ公式ハ黒太クシ且ツ其ノ右側ニ番號ヲ附記シタリ.

又本書中星標卽チ※ヲ附記セシ箇所ハ第九編ノ後ヲニ讓ルモ可ナリ.

第　一　編

第　二　編

第　三　編

第　四　編

第　五　編

第 六 編

第 七 編

第 八 編

第 九 編

第 十 編

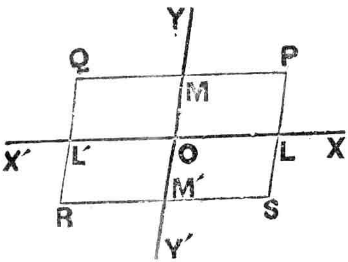
(目 次 終)

解析幾何學講義

第一編

坐標

1. でかると坐標 [Cartesian Co-ordinates] トハ一平面上ニ於ケル或點ノ位置ヲ決定スル方法ニシテ次ノ如シ.



一平面上ニ二定直線 XOX', YOY' ヲ引キ此面上ノ一點 P ヲ通過シテ此二定直線ニ夫々平行ニ二直線 PM, PL ヲ引ケ, 然ル片 PM, PL ノ長サヲ知レハ P 點ノ位置ハ決定ス.

何トナラハ既知ノ長サ PM, PL ニ夫々等シク OL, OM ヲ取リ以テ平行四邊形 OLPM ヲ完成スレハ P 點ノ位置ハ決定スルカ故ナリ.

軸 (Axes) OX ヲ横軸或ハ x 軸トイヒ, OY ヲ縱軸或ハ y 軸トイフ.

直交軸 (Rectangular) トハ兩軸ノ交角カ直角ナルモノ.又

斜交軸 (Oblique) トハ兩軸ノ交角カ直角ナラサルモノヲイフ.

原點 (Origin) トハ兩軸ノ交點ヲイフ

坐標 (Co-oridinates)　兩軸 OX, OY ニ關シテ P 點ノ位置ヲ決定スル所ノ長サ MP ト LP 卽 OL ト OM ヲ兩軸 OX, OY ニ關スル一點 P ノ坐標トイフ.

横坐標 (Abscissa)　OL ヲ P 點ノ横坐標トイヒ, 之ヲ x ニテ表ハス.

縱坐標 (Ordinate)　LP ヲ P 點ノ縱坐標トイヒ, 之ヲ y ニテ表ハス.

故ニ $OL=a$, $OM=b$ トスレハ P 點ノ坐標ハ $x=a$, $y=b$ ナリ, 之ヲ通例ハ $P(a,b)$ ト略記ス.

〔附言〕 此方法ハ西紀 1637 年ニ於テ佛國人 *Des Cartes* カ同氏ノ幾何學書ニ用ヒタルヲ以テでかるさ坐標ト呼フ.

2. 坐標ノ區別　前圖ニ於テ OM, OL ニ等シク OM′, OL′ ヲ取リ M′, L′ ヲ通過シテ兩軸ニ平行ニ二直線ヲ引ケ.

然ルトキハ三點 Q, R, S ノ坐標ハ皆 P ノ坐標ト其大サ相等シキカ故ニ OL, LP ハ長サヲ知ルノミナラス, 又其長サヲ測リタル方向ヲ知ルコヲ要ス.

或ル方向ニ測リタル線ヲ正トスレハ之ト反對ノ方向ニ測リタル線ハ恒ニ負トセサルヘカラス.

今 OX, OY ノ方向ニ測リタル直線ヲ正ト定メ, 又 OX′, OY′ ノ方向ニ測リタル直線ヲ負ト定ム.

然レハ四點 P, Q, R, S ノ坐標ハ容易ニ區別スルコヲ得, 卽 OL′ ト L′R ハ共ニ負ナルカ故ニ P ノ坐標ヲ (a,b) トスレハ R ノ坐標ハ $(-a,-b)$ トナリ, 又 S, Q ノ坐標ハ夫々 $(a,-b)$, $(-a,b)$ トナルナリ.

3. 一直線ノ正負　ハ之ヲ測リタル方向ニ關シ原點ノ位置ニ關セサルコヲ充分注意スヘシ.

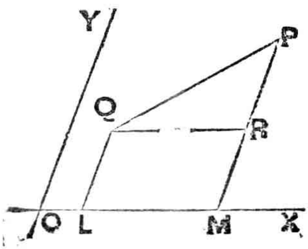
例ヘハ前圖ニ於テ OL ハ正ナルモ LO ハ負ナルカ如シ.

任意二點 K, L ノ連結直線上ニ一點 O ヲ取リ OK OL ノ長サヲ夫々 a, b トスレハ　距離 $KL=KO+OL=-OK+OL=-a+b$　トナル之レ距離ヲ測ルヘキ原點 O カ KL 上何レノ位置ニ在ルモ恒ニ成立ス. 例ヘハ $OA=-3, OB=4$ トスレハ $AB=-(-3)+4=7$ トナリ, 又 $OA=3, OB=-4$ トスレハ $AB=-3+(-4)=-7$ トナルナリ,

之レ圖ヲ畫ケハ容易ニ了解シ得ヘシ.

4. 二點間ノ距離ヲ其坐標ニテ表ハスコ.

P ヲ點 (x', y') トシ, Q ヲ點 (x'', y'') トシ, 兩軸ノ交角ヲ ω トス.



圖ノ如ク OY ニ平行ニ PM, QL ヲ引キ又 OX ニ平行ニ QR ヲ引ケハ $OL=x'', LQ=y''$ 及ヒ $OM=x'$ $MP=y'$.

又 $QR=LM=OM-OL=x'-x''$.

及ヒ $RP=MP-MR=MP-LQ=y'-y''$.

而ソ $\angle QRP=\angle OMP=\pi-\angle XOY$

$=\pi-\omega$.

故ニ　$PQ^2=QR^2+RP^2-2QR.RP\cos QRP$　[∵ 三角法定理]

$=(x'-x'')^2+(y'-y'')^2+2(x'-x'')(y'-y'')\cos\omega$.

$$\therefore\ \mathbf{PQ}=\pm\sqrt{\{(x'-x'')^2+(y'-y'')^2+2(x'-x'')(y'-y'')\cos\omega\}}. \qquad (1)$$

直交軸即 ω カ直角ナル時ハ $\cos\omega=\cos 90^\circ=0$ トナル,

$$\therefore\ \mathbf{PQ}=\pm\sqrt{\{(x'-x'')^2+(y'-y'')^2\}}. \qquad (2)$$

又原點 O ヨリ P ニ至ル距離 OP ハ (1) ニ於テ $x''=0, y''=0$ トス

$$\therefore\ \mathbf{OP}=\pm\sqrt{\{x'^2+y'^2+2x'y'.\cos\omega\}}. \qquad (3)$$

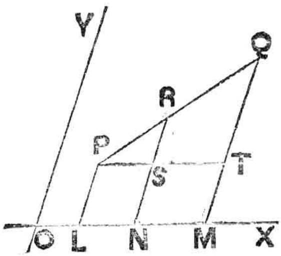
直交軸即 ω カ直角ナル時ハ $\cos\omega=0$ トナル.

$$\therefore\ \mathbf{OP}=\pm\sqrt{\{x'^2+y'^2\}}. \qquad (4)$$

〔注意〕 兩軸ニ平行セサル直線ノ正負ハ決定セサリシヲ以テPQ, QP ノ何レヲモ正トスルコヲ得,然レ𪜈同一直線上ニ三ツ或ハ三ツ以上ノ點 P, Q, R 等ノ在ル場合ニハ同方向ノ諸線ハ凡テ正トセサルヘカラス即 PQ+QR=PR ハ恒ニ成立スルモノトス.

5. 二定點ノ連結直線ヲ與比ニ分ツ所ノ一點ノ坐標ヲ求ムルコ.

P ヲ點 (x_1, y_1) トシ, Q ヲ點 (x_2, y_2) トシ,又直線 PQ ヲ與比 $m:n$ ニ分ツ所ノ點 R ヲ (x, y) トス.



圖ノ如ク y 軸ニ平行ニ PL, RN, QM ヲ引キ,又 x 軸ニ平行ニ PST ヲ引ケ然ルトキハ

$$LN : NM :: PS : ST$$

$$:: PR : RQ :: m : n,$$

即 $LN : NM :: m : n.$

$$\therefore\ n.LN - m.NM = 0,$$

即 $n(x-x_1)-m(x_2-x)=0$ 即 $(n+m)x=nx_1+mx_2$

$$\therefore\ \left.\begin{aligned} x&=(mx_2+nx_1)/(m+n) \\ y&=(my_2+ny_1)/(m+n) \end{aligned}\right\} \qquad (5)$$

同様ニ

上式ニ於テ $n=m$ トスレハ PQ ヲ R ニ於テ二等分スル場合トナル,即

$$x=\tfrac{1}{2}(x_1+x_2), \qquad y=\tfrac{1}{2}(y_1+y_2). \qquad (6)$$

此場合ハ實ニ緊要ナリ.

R カ PQ ノ引長上ニアルトキ即 PQ カ $m:n$ ニ外分セラルルトキハ

$LN : MN :: m : n$ 即 $LN : NM :: m : -n.$

$$\therefore\ \left.\begin{aligned} x&=(mx_2-nx_1)/(m-n) \\ y&=(my_2-ny_1)/(m-n) \end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

$n=-n$ トシテ (5) ニ代用スレハ亦タ上式ヲ得ヘシ.

〔注意〕此等ノ結果ハ凡テ兩軸ノ交角如何ニ關ハラス恆ニ合理ナリ,然レモ斜交軸ノ場合ノ公式ハ概ネ繁雜トナルヲ以テ爾後ハ特ニ明言スル場合ノ外ハ常ニ直交軸トシテ演述ス.

例　題　一.

1. $x=1, y=2$ 及ヒ $x=-3, y=-1$ ナル二點ヲ圖ニテ示セ.

又其二點間ノ距離ハ5ナルヿヲ證セ.

〔解答〕XX' 上ニ於テ原點Oヨリ右ニ1, YY' 上ニ於テ原點Oヨリ上ニ2ノ距離ニ夫々 L, M 點ヲ取リ此二點ヲ過キリテ YY' 及ヒ XX' ニ平行線ヲ引キ其交點ヲPトセハPハ點 $(x=1, y=2)$ ナリ.

同樣ニ原點ノ左ト下ニ夫々3,1ノ距離ヲ取リ他ノ一點ヲ得.

次ニ　其二點ノ距離 $=\sqrt{\{(1+3)^2+(2+1)^2\}}=5.$

2. (i) $(1,-1), (-1,1)$. (ii) $(a,-a), (-b,b)$, (iii) $(3,4), (-1,1)$ ノ各二點ノ連結直線ノ長サヲ求メヨ.

〔解答〕(i) $\sqrt{\{(1+1)^2+(-1-1)^2\}}=\sqrt{8}.$　(ii) $\sqrt{\{(a+b)^2+(-a-b)^2\}}=(a+b)\sqrt{2}$, (iii) $\sqrt{\{(3+1)^2+(4-1)^2\}}=\sqrt{25}=5.$

3. 三點 $(1,1), (-1,-1), (-\sqrt{3},\sqrt{3})$ ハ正三角形ノ各角點ナリ.

〔證〕二點宛ノ連結直線ノ長サハ $\sqrt{\{(-1+\sqrt{3})^2+(-1-\sqrt{3})^2\}}=\sqrt{8}$, $\sqrt{\{(-\sqrt{3}-1)^2+(\sqrt{3}-1)^2\}}=\sqrt{8}$,　$\sqrt{\{(1+1)^2+(1+1)^2\}}=\sqrt{8}$　即チ三線ハ等長ナルヲ以テ此三點ハ正三角形ノ各角點ナリ.

4. 四點 $(0,-1), (-2,3), (6,7), (8,3)$ ハ矩形ノ各角點ナリ.

〔證〕先ヅ四點ヲ順次ニ A, B, C, D トスレハ

$$AB=\sqrt{\{2^2+(-1-3)^2\}}=\sqrt{20},\qquad CD=\sqrt{\{(6-8)^2+(7-3)^2\}}=\sqrt{20}.$$

又 $BC=\sqrt{\{(-2-6)^2+(3-7)^2\}}=\sqrt{80}.$　$DA=\sqrt{\{8^2+(3+1)^2\}}=\sqrt{80}.$

$\therefore AB=CD, BC=DA$ ナルヲ以テ圖形ハ平行四邊形ナリ,然ルニ

$AC^2=6^2+(7+1)^2=100=AB^2+BC^2$　故ニ $\angle ABC$ ハ直角トナル,

$\therefore$ ABCD ハ矩形ナリ即所設ノ四點ハ矩形ノ各角點ナリ.

5. 四點 $(0,-1)$, $(2,1)$, $(0,3)$, $(-2,1)$ ノ位置ヲ圖ニテ示セ. 又此四點ハ正方形ノ各角點ナルヿヲ證セ.

〔證〕 $AB^2=(-2)^2+(-1-1)^2=8$, $BC^2=2^2+(1-3)^2=8$ 及ビ $CD^2=2^2+(3-1)^2=8$, $DA^2=(-2)^2+(1+1)^2=8$ $\therefore$ $AB=BC=CD=DA$.

又 $AC^2=(-1-3)^2=16=AB^2+BC^2$ $\therefore$ $AB\perp BC$.

$\therefore$ ABCD ハ正方形ナリ即所設ノ四點ハ正方形ノ各角點ナリ.

6. 四點 $(2,1)$, $(5,4)$, $(4,7)$, $(1,4)$ ハ平行四邊形ノ各角點ナルヿヲ證セ.

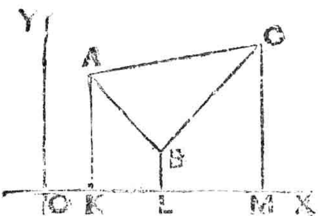
〔證〕 ハ 4 題ニ倣ヘハ可ナリ.

7. 點 (x,y) カ二點 $(3,4)$, $(1,-2)$ ヨリ等距離ナル片次式ヲ證セ, 即 $x+3y=5$.

〔證〕 $(x-3)^2+(y-4)^2=(x-1)^2+(y+2)^2$ 之ヲ最簡ニスレハ $x+3y=5$ ヲ得.

6. 三角形ノ面積ヲ其角點ノ坐標ニテ表ハスヿ.

角點 A, B, C ノ坐標ヲ夫々 (x_1,y_1), (x_2,y_2), (x_3,y_3) トス,



圖ノ如ク y ノ軸ニ平行ニ三直線 AK, BL, CM ヲ引ケ, 然ル片ハ

$\triangle ABC=KACM-MCBL-LBAK$

今 $KACM=\triangle ACM+\triangle AKM$

$=\frac{1}{2}KM.MC+\frac{1}{2}KM.KA$

$=\frac{1}{2}(x_3-x_1)(y_3+y_1)$.

同様ニ $MCBL=\frac{1}{2}(x_3-x_2)(y_3+y_2)$, $LBAK=\frac{1}{2}(x_2-x_1)(y_2+y_1)$.

$\therefore$ $\triangle ABC=\frac{1}{2}\{(y_3+y_1)(x_3-x_1)+(y_3+y_2)(x_2-x_3)+(y_2+y_1)(x_1-x_2)\}$,

之ヲ簡單ニスレハ

$$\triangle ABC=\frac{1}{2}(x_1y_2-x_2y_1+x_2y_3-x_3y_2+x_3y_1-x_1y_3) \quad (8)$$

$$=\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1, & y_1, & 1 \\ x_2, & y_2, & 1 \\ x_3, & y_3, & 1 \end{vmatrix}.$$

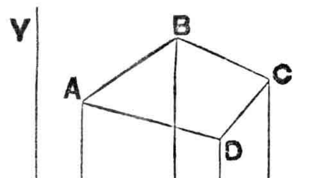
〔注意〕 此公式ニ依テ三角形ハ角點ノ順序左方ニ在レハ其面積ハ正ナルヿヲ知ル,故ニ上式ノ結果ノ右節カ負トナレハ角點ノ順カ前ノ逆トナルナリ.

〔例〕 (i) 點 (2, 1), (4, 3), (2, 5), (ii) 點 (4, −5), (5, −6), (3, 1) ヲ角點トセル三角形ノ面積ヲ求メヨ.

〔解答〕 (i) 面積 $=\frac{1}{2}(2.3-4.1+4.5-2.3+2.1-2.5)=4$. (ii) 答 $\frac{5}{2}$.

7. 四邊形ノ面積ヲ其角點ノ坐標ニテ表ハスヿ.

角點 A, B, C, D ノ坐標ヲ順次ニ (x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), (x_4, y_4) トス.



圖ノ如クｙノ軸ニ平行ニ AK, BL, CM, DN ヲ引ク.然ルトキハ

$$ABCD=KABL+LBCM-MCDN-NDAK.$$

而シテ前章ノ如ク

$KABL=\frac{1}{2}(y_1+y_2)(x_2-x_1)$,

$LBCM=\frac{1}{2}(y_2+y_3)(x_3-x_2)$,

及ヒ $MCDN=\frac{1}{2}(y_3+y_4)(x_3-x_4)$, $NDAK=\frac{1}{2}(y_4+y_1)(x_4-x_1)$.

$$\therefore\ ABCD=\tfrac{1}{2}\{(y_1+y_2)(x_2-x_1)+(y_2+y_3)(x_3-x_2)+(y_3+y_4)(x_4-x_3)+(y_4+y_1)(x_1-x_4)\}.$$

之ヲ簡單ニスレハ

$$\mathbf{ABCD}=\tfrac{1}{2}\{y_1x_2-y_2x_1+y_2x_3-y_3x_2+y_3x_4-y_4x_3+y_4x_1-y_1x_4\}. \qquad (9)$$

〔註〕 同法ニ依テ任意ノ多角形ノ面積ヲ求ムルヿヲ得.

〔例〕 (i) (1, 2), (3, 4), (5, 3), (6, 2). (ii) (2, 2), (−2, 3), (−3, −3), (1, −2) ヲ角點トセル四邊形ノ面積ヲ求メヨ.

〔解答〕 (i) 面積 $=\frac{1}{2}\{1.4-3.2+3.3-5.4+5.2-6.3+6.2-1.2\}=\frac{11}{2}$.

(ii) 上ト同法ニ依レ答 20.

8. 曲線ノ方程式 [Equation of the Curve].

代數學上ノ方程式アリテ或ル曲線上ノ各點ノ坐標ハ悉ク之ニ適シ其他ノ點ノ坐標カ之ニ適セサル片其方程式ヲ此曲線ノ方程式トイフ.

方程式ノ軌跡 (Locus) トハ上ノ曲線ヲイフ.

例ヘハ軸 OY ニ平行シ OY ト定距離 a ヲ有スル一直線ヲ引ケハ此線上ノ各點ハ定數 a ナル横坐標ヲ有ス,而シテ其他ノ點ハ a ナル横坐標ヲ有セサルヲ以テ, $x=a$ ハ此線ノ方程式ニシテ此線ハ方程式 $x=a$ ノ軌跡ナルカ如シ.

圓ノ方程式 中心 O, 半徑 c ナル圓ノ周上ノ一點 P ノ坐標ヲ x, y トスレハ 距離 $OP^2=x^2+y^2$ [∵ (4)] 然ルニ $OP=c$ ナルヲ以テ此圓周上ノ一點 P′ 坐標 x, y ハ $x^2+y^2=c^2$ ニ適ス,而シテ此圓周上ニアラサル各點ノ坐標ハ $x^2+y^2=c^2$ ニ適セス.

故ニ $x^2+y^2=c^2$ ハ此圓ノ方程式ニシテ,此圓ハ方程式 $x^2+y^2=c^2$ ノ軌跡ナリ.

解析幾何學ニ於テハ幾何上ノ性質ニ依テ決定セラレシ曲線ノ方程式ヲ求メ,或ハ代數學上ノ方程式ニ適スル曲線ノ位置及ヒ其幾何學上ノ性質ヲ研究スルモノナリ.

n 次方程式 トハ方程式ヲ簡單ニ直シテ其變數ノ指數ヲ最小正整數トナシタル時其最高次ノ項カ n 次ナルモノヲイフ.

例ヘハ $axy+bx+c=0$, $x^2+xy\sqrt{a}+b^3=0$, $\sqrt{x}+\sqrt{y}=1$ ハ凡テ二次方程式ナルカ如シ.

例題二.

1. 二點 $(3,4)$ $(5,-2)$ ヨリ等距離ニ在ル點ノ軌跡ノ方程式ヲ求メヨ.

〔解答〕 軌跡上ノ一點ヲ (x,y) トスレハ

$$(x-3)^2+(y-4)^2=(x-5)^2+(y+2)^2 \qquad \therefore\ x-3y=1.$$

2. 二定點 $(a,0),(-a,0)$ ヨリ某一點ニ至ル距離ノ平方ノ和カ定數即 $2c^2$ ニ等シキトキ某點ノ軌跡ノ方程式ヲ求メヨ.

〔解答〕 軌跡上ノ一點ヲ (x,y) トスレハ

$$\{(x-a)^2+y^2\}+\{(x+a)^2+y^2\}=2c^2 \qquad \therefore\ x^2+y^2=c^2-a^2.$$

3. 二定點 $(a,0),(-a,0)$ ヨリ某一點ニ至ル距離ノ平方ノ差カ定數即 c^2 ニ等シキトキ某點ノ軌跡ノ方程式ヲ求メヨ

〔解答〕 軌跡上ノ一點ヲ (x,y) トスレハ

$$\{(x-a)^2+y^2\}\sim\{(x+a)^2+y^2\}=c^2 \qquad \therefore\ 4ax=\pm c^2.$$

4. 二定點ヨリ某一點ニ至ル距離ノ比カ定數ナルトキ某點ノ軌跡ノ方程式ヲ求メヨ.

〔解答〕 二定點ヲ (x_1,y_1), (x_2,y_2) トシ;軌跡上ノ一點ヲ (x,y) トシ, 又 $\sqrt{\{(x-x_1)^2+(y-y_1)^2\}}$ ト $\sqrt{\{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2\}}$ ノ比ヲ定數比 $k:1$ トスレハ $(x-x_1)^2+(y-y_1)^2=k^2\{(x-x_2)^2+(y-y_2)^2\}$ ハ所求ノ方程式ナリ.

5. x ノ軸ヨリノ距離カ原點ヨリノ距離ノ半ニ等シキ點ノ軌跡ノ方程式ヲ求メヨ

〔解答〕 軌跡上ノ一點ヲ (x,y) トスレハ

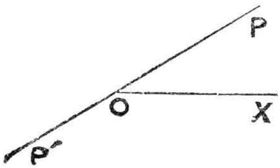
原點ト其點ノ距離ハ $\sqrt{(x^2+y^2)}$, x ノ軸ト其點ノ距離ハ y ナリ,

故ニ $\quad y=\frac{1}{2}\sqrt{(x^2+y^2)} \qquad \therefore\ 3y^2-x^2=0.$

6. x ノ軸ヨリノ距離カ點 $(1,1)$ ヨリノ距離ニ等シキ一點ノ軌跡ノ方程式ヲ求メヨ.

〔解答〕 前題ニ倣ヒ $y=\sqrt{\{(x-1)^2+(y-1)^2\}} \qquad \therefore\ x^2-2x-2y+2=0.$

9. 極坐標 [Polar Co-ordinates] 一平面上ノ點ノ位置ヲ決定スル方法ハ1章ニ述ヘシでかるさ坐標ノ他ニ緊要ノ一方法アリ,即次ノ如シ.



定點 O ヲ通過シテ定直線 OX ヲ引キ角 XOP ヲ作レ,然ルキ

角 XOP ト距離 OP ヲ知レハ P 點ノ位置ハ決定シ得ヘシ.

極 (Pole) トハ定點 O ヲイフ.

極軸 (Polar axis) 或ハ首線トハ OX ヲイフ.

動徑 (Radius vector) トハ距離 OP ヲイフ,之ヲ r ニテ示ス.

動角 (Vectorial angle) トハ角 XOP ヲイフ,之ヲ θ ニテ示ス.

極坐標 トハ此動角及ヒ動徑ヲイフ.

次ニ OX ヨリ時針ノ運動ト反對ノ方向ニ測リシ角ヲ正トス,

又 O ヨリ動角ヲ界セル線ニ沿フテ測リシ動徑ヲ正トシ,之ト反對ノ方向ニ測リタルキハ負トス.

故ニ PO ヲ P′ ニ延長シテ OP′ ヲ OP ト等長ナラシメ,而シテ P ノ極坐標ヲ r, θ トスレハ P′ ノ極坐標ハ $r, \pi+\theta$ 或ハ $-r, \theta$ トナルナリ.

10. 二點間ノ距離ヲ其極坐標ニテ表ハスフ.

二點 P, Q ノ極坐標ヲ夫々 $(r_1, \theta_1), (r_2, \theta_2)$ トス.

然レハ $PQ^2=OP^2+OQ^2-2.OP.OQ\cos POQ$ [∵ 平面三角法].

然ルニ $OP=r_1$, $OQ=r_2$, $\angle POQ=\angle XOQ-\angle XOP=\theta_2-\theta_1$.

$$\therefore\ \mathbf{PQ^2=r_1^2+r_2^2-2r_1r_2\cos(\theta_2-\theta_1)}. \qquad \mathbf{(10)}$$

〔註〕 點 (a, α) ヲ中心トシ c ヲ半徑トセル圓ノ極方程式ハ次ノ如シ,但シ (r, θ) ヲ其圓ノ周上ノ任意ノ一點ノ極坐標トス.

$$c^2=a^2+r^2-2ar\cos(\theta-\alpha).$$