

高校经典教材同步辅导丛书

配套高教版·郑君里主编

九章丛书

SIGNALS & SYSTEMS

信号与系统

第三版

下册

同步辅导及习题全解

主编 孙雨雷

- ◆ 知识点窍 ◆ 逻辑推理 ◆ 习题全解
- ◆ 全真考题 ◆ 名师执笔 ◆ 题型归类



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

新版

高校经典教材同步辅导丛书

信号与系统（第三版·下册）

同步辅导及习题全解

主 编 孙雨雷

TN911.6

0114-2



中国水利水电出版社
www.waterpub.com.cn

内容提要

本书是与高等教育出版社出版的、郑君里等主编的《信号与系统》(第三版·下册)一书配套的同步辅导和习题解答参考书。

本书共有6章,分别介绍离散时间系统的时域分析、 z 变换、离散时间系统的 z 域分析、离散傅里叶变换,以及其他离散正交变换、模拟与数字滤波器、反馈系统、系统的状态变量分析。本书按教材内容安排全书结构,各章均包括考试要求、知识点归纳、经典考题解析、历年考研真题评析、教材同步习题全解五部分内容,并针对各章节习题给出详细解答,思路清晰、逻辑性强,循序渐进地帮助读者分析并解决问题,内容详尽、简明易懂。

本书可作为高等院校学生学习信号与系统课程的辅导教材,也可作为考研人员复习备考的辅导教材,同时可供教师备课命题作为参考资料。

图书在版编目(CIP)数据

信号与系统(第三版·下册)同步辅导及习题全解 /
孙雨雷主编. — 北京:中国水利水电出版社, 2012.6
(高校经典教材同步辅导丛书)
ISBN 978-7-5084-9870-6

I. ①信… II. ①孙… III. ①信号系统—高等学校—
教学参考资料 IV. ①TN911.6

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第123589号

策划编辑:杨庆川 责任编辑:张玉玲 封面设计:李 佳

书 名	高校经典教材同步辅导丛书
作 者	信号与系统(第三版·下册)同步辅导及习题全解
出版发行	主 编 孙雨雷 中国水利水电出版社 (北京市海淀区玉渊潭南路1号D座 100038) 网址: www.waterpub.com.cn E-mail: mchannel@263.net (万水) sales@waterpub.com.cn
经 售	电话: (010) 68367658 (发行部)、82562819 (万水) 北京科水图书销售中心(零售) 电话: (010) 88383994、63202643、68545874 全国各地新华书店和相关出版物销售网点
排 版	北京万水电子信息有限公司
印 刷	航远印刷有限公司
规 格	170mm×227mm 16开本 15印张 345千字
版 次	2012年8月第1版 2012年8月第1次印刷
印 数	0001—7000册
定 价	20.00元

凡购买我社图书,如有缺页、倒页、脱页的,本社发行部负责调换

版权所有·侵权必究

郑君里等主编的《信号与系统》(第三版·下册)以体系完整、结构严谨、层次清晰、深入浅出等特点成为这门课程的经典教材,被全国许多院校采用。

为了帮助读者更好地学习这门课程,掌握更多的知识,我们根据多年的教学经验编写了这本与此教材配套的《信号与系统(第三版·下册)同步辅导及习题全解》。本书旨在帮助广大读者理解基本概念,掌握基本知识,学会基本解题方法与解题技巧,进而提高应试能力。

本书作为一种辅助性的教材,具有较强的针对性、启发性、指导性和补充性。考虑到信号与系统这门课程的特点,我们在内容上作了以下安排:

(1)考试要求。根据教学大纲要求,总结学习的重点和需要掌握的知识。

(2)知识点归纳。对每章知识点做了简练概括,梳理了各知识点之间的脉络联系,突出各章主要定理及重要公式,使读者在各章学习过程中目标明确,有的放矢。

(3)经典考题解析。该部分选取了一些具有启发性或综合性较强的经典例题,对所给例题先进行分析,再给出详细解答,意在抛砖引玉。

(4)历年考研真题评析。精选历年研究生入学考试中具有代表性的试题进行详细解答,开阔学生的解题思路,使其能更好地掌握该课程的基本内容和解题方法。

(5)教材同步习题全解。教材中课后习题丰富、层次多样,许多基础性问题从多个角度帮助学生理解基本概念和基本理论,促其掌握基本解题方法。我们对教材的课后习题给出了详细的解答。

由于时间仓促,加之编者水平有限,书中难免有疏漏之处,敬请各位同行和读者给予批评指正。

编者

2012年8月

前言

第七章	离散时间系统的时域分析	1
	考试要求	1
	知识点归纳	1
	经典考题解析	3
	历年考研真题评析	6
	教材同步习题全解	8
第八章	z 变换、离散时间系统的 z 域分析	38
	考试要求	38
	知识点归纳	38
	经典考题解析	44
	历年考研真题评析	48
	教材同步习题全解	51
第九章	离散傅里叶变换以及其他离散正交变换	86
	考试要求	86
	知识点归纳	86
	经典考题解析	89
	历年考研真题评析	91
	教材同步习题全解	93
第十章	模拟与数字滤波器	123
	考试要求	123
	知识点归纳	123

目 录

contents

经典考题解析	126
历年考研真题评析	129
教材同步习题全解	131
第十一章 反馈系统	164
考试要求	164
知识点归纳	164
经典考题解析	166
历年考研真题评析	168
教材同步习题全解	169
第十二章 系统的状态变量分析	201
考试要求	201
知识点归纳	201
经典考题解析	203
历年考研真题评析	208
教材同步习题全解	210

第七章

离散时间系统的时域分析

考试要求

本章要求熟练掌握离散时间系统的时域表达方式,并能利用离散时间系统的数学模型进行简单的性能分析。

知识点归纳

离散时间信号

1. 常用序列之间的关系

$$\delta(n) = u(n) - u(n-1)$$

$$u(n) = \sum_{m=0}^{\infty} \delta(n-m)$$

2. 离散时间信号的表示

$$x(n) = \sum_{m=0}^{\infty} x(m)\delta(n-m)$$

任意序列 $x(n)$ 可以表示为加权、延迟的单位样值序列之和的形式。

3. 离散信号的卷积和

$$x(n) * h(n) = \sum_{m=0}^{\infty} x(m)h(n-m)$$

卷积满足交换律、分配律、结合律:

$$x_1(n) * x_2(n) = x_2(n) * x_1(n)$$

$$[x_1(n) + x_2(n)] * x_3(n) = x_1(n) * x_3(n) + x_2(n) * x_3(n)$$

$$[x_1(n) * x_2(n)] * x_3(n) = x_1(n) * [x_2(n) * x_3(n)]$$

$x(n)$ 与 $\delta(n)$ 的卷积:

$$x(n) * \delta(n) = x(n)$$

$$x(n) * \delta(n-m) = x(n-m)$$

$$x(n-m_1) * \delta(n-m_2) = x(n-m_1-m_2)$$

■ 离散时间系统

1. 常系数线性差分方程

$$\begin{aligned} & a_0 y(n) + a_1 y(n-1) + \cdots + a_{N-1} y(n-N+1) + a_N y(n-N) \\ & = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + \cdots + b_{M-1} x(n-M+1) + b_M x(n-M) \end{aligned}$$

差分方程的两种解法:迭代法、时域经典法。

2. 离散线性时不变系统作为因果系统的充要条件是

$$h(n) = 0 \text{ (当 } n < 0 \text{ 时) 或 } h(n) = h(n)u(n)$$

3. 稳定系统的充要条件是单位样值响应绝对可积,即

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} |h(n)| \leq M, M \text{ 为有界正值}$$

4. 线性时不变系统的总响应可表示为

$$y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m)$$

上式称为卷积和,简化记为 $y(n) = x(n) * h(n)$

5. 卷积服从交换律、分配律和结合律。

6. 解卷积也称为反卷积、反演卷积或逆卷积。

由给定的 $h(n)$ 、 $y(n)$ 求 $x(n)$:

$$x(n) = [y(n) - \sum_{m=0}^{n-1} x(m)h(n-m)]/h(0)$$

由给定的 $x(n)$ 、 $y(n)$ 求 $h(n)$:

$$h(n) = [y(n) - \sum_{m=0}^{n-1} h(m)x(n-m)]/x(0)$$

■ 序列 $x(n)$ 的差分运算

1. 前向差分运算

一级 $\Delta x(n) = x(n+1) - x(n)$

二级 $\Delta^2 x(n) = \Delta[\Delta x(n)] = \Delta[x(n+1) - x(n)]$
 $= x(n+2) - 2x(n+1) + x(n)$

$$\begin{aligned}
 \text{三级 } \Delta^3 x(n) &= \Delta[\Delta^2 x(n)] \\
 &= \Delta[x(n+2) - 2x(n+1) + x(n)] \\
 &= x(n+3) - 3x(n+2) + 3x(n+1) - x(n)
 \end{aligned}$$

2. 后向差分运算

$$\begin{aligned}
 \text{一阶 } \nabla x(n) &= x(n) - x(n-1) \\
 \text{二阶 } \nabla^2 x(n) &= \nabla[\nabla x(n)] = \nabla[x(n) - x(n-1)] \\
 &= x(n) - 2x(n-1) + x(n-2) \\
 \text{三阶 } \nabla^3 x(n) &= \nabla[\nabla^2 x(n)] \\
 &= \nabla[x(n) - 2x(n-1) + x(n-2)] \\
 &= x(n) - 3x(n-1) + 3x(n-2) - x(n-3)
 \end{aligned}$$

3. 典型序列的差分

$$\begin{aligned}
 \delta(n) &= \epsilon(n) - \epsilon(n-1) = \nabla \epsilon(n) \\
 h(n) &= g(n) - g(n-1) = \nabla g(n)
 \end{aligned}$$

上式中 $h(n)$ 为单位样值响应, $g(n)$ 为阶跃响应。

■ 离散信号的卷积和单位样值响应

离散信号的卷积(卷积和或卷和)定义为

$$f_1(n) * f_2(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f_1(k) f_2(n-k)$$

借助这一关系,任意离散信号可以表示为

$$f(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} f(k) \delta(n-k) = f(n) * \delta(n)$$

经典考题解析

例 1 离散时间系统的差分方程 $2y(n) - y(n-1) = 4x(n) + 2x(n-1)$, 求系统的单位样值响应 $h(n)$ 。

逻辑推理 根据差分方程和 $h(n)$ 的定义求解。

解题过程 $2h(n) - h(n-1) = 4\delta(n) + 2\delta(n-1)$

$$2\alpha - 1 = 0 \quad \alpha = \frac{1}{2} \quad h(n) = c \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$2h_1(n) - h_1(n-1) = 4\delta(n) \quad 2h_2(n) - h_2(n-1) = 2\delta(n-1)$$

$$h_1(0) = 2 \quad c = 2 \quad h_1(n) = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

$$h_2(1) = 1 \quad c = 2 \quad h_2(n) = 2 \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n-1)$$

$$\begin{aligned}
 h(n) &= h_1(n) + h_2(n) = 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n) + 2\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n-1) \\
 &= 2\delta(n) + 4\left(\frac{1}{2}\right)^n u(n-1)
 \end{aligned}$$

例 2 已知离散系统的差分方程为 $y(n+2) - 3y(n+1) + 2y(n) = x(n+1) - 2x(n)$, $x(n) = 2^n u(n)$, $y_{zi}(0) = 0$, $y_{zi}(1) = 1$, 求系统的零输入响应、零状态响应及完全响应。

逻辑推理 已知系统差分方程求各种响应, 理解各响应的构成。

解题过程 求零输入响应 $y_{zi}(n)$:

$$y(n+2) - 3y(n+1) + 2y(n) = 0 \quad \alpha^3 - 3\alpha + 2 = 0 \quad \alpha_1 = 1, \alpha_2 = 2$$

$$y_{zi}(n) = c_1 + c_2 2^n \quad c_1 + c_2 = 0, c_1 + 2c_2 = 1, \text{求得 } c_1 = -1, c_2 = 1$$

$$y_{zi}(n) = [-1 + 2^n]u(n)$$

求单位样值响应 $h(n)$:

$$h(n) = B_1 + B_2 2^n$$

$$h(n+2) - 3h(n+1) + 2h(n) = \delta(n+1) - 2\delta(n)$$

$$n = -2 \quad h(0) = 0; n = -1 \quad h(1) = 1; n = 0 \quad h(2) = 3 - 2 = 1$$

$$\text{代入 } h(n) \quad h(1) = B_1 + 2B_2 = 1$$

$$h_2 = B_1 + 4B_2 = 1 \text{ 求得 } B_1 = 1, B_2 = 0 \quad h(n) = u(n-1)$$

求零状态响应:

$$y_{zs}(n) = x(n) * h(n) = 2^n u(n) * u(n-1) = (2^n - 1)u(n-1)$$

$$\begin{aligned}
 \text{求全响应 } y(n) &= y_{zi}(n) + y_{zs}(n) = (-1 + 2^n)u(n) + (2^n - 1)u(n-1) \\
 &= 2[(2^n - 1)u(n-1)]
 \end{aligned}$$

例 3 如图 7-1 所示的复合离散系统由两个子系统级联组成, 已知 $h_1(k) = 2\cos\left(\frac{k\pi}{4}\right)$, $h_2(k) = a^k \varepsilon(k)$, 激励 $f(k) = \delta(k) - a\delta(k-1)$, 求零状态响应 $y_f(k)$ 。

逻辑推理 利用卷积和的交换律直接进行计算。

解题过程 $y_f(k) = f(k) * h_1(k) * h_2(k) = f(k) * h_2(k) * h_1(k)$

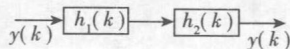


图 7-1

$$= [\delta(k) - a\delta(k-1)] * a^k \varepsilon(k) * h_1(k)$$

$$= [a^k u(k) - a^k u(k-1)] * h_1(k)$$

$$= \{a^k [u(k) - u(k-1)]\} * h_1(k)$$

$$= a^k \delta(k) * h_1(k) = a^k h_1(k)$$

$$= 2a^k \cos\left(\frac{k\pi}{4}\right)$$

例 4 求图 7-2 所示系统的单位序列响应 $h(k)$ 。

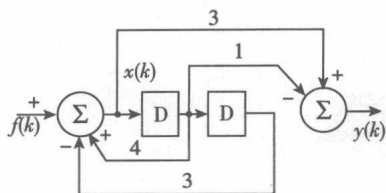


图 7-2

逻辑推理 首先会写系统输出表达式,再求解即可。

解题过程 设图 7-2 中左边加法器的输出为 $x(k)$,其后迟延单元的输出分别为 $x(k-1)$ 、 $x(k-2)$ 。
所以

$$x(k) = 4x(k-1) - 3x(k-2) + f(k) \quad (1)$$

由右边加法器的输出端可列出方程

$$y(k) = 3x(k) - x(k-1) \quad (2)$$

首先求差分方程式(1)的单位序列响应 $h_x(k)$, $h_x(k)$ 满足

$$h_x(k) = 4h_x(k-1) - 3h_x(k-2) + \delta(k) \quad (3)$$

和初始状态 $h_x(-1) = h_x(-2) = 0$ 。

令 $k = 0, 1$ 可得单位序列响应 $h_x(k)$ 的初始值。

$$h_x(0) = 4h_x(-1) - 3h_x(-2) + \delta(0) = 1$$

$$h_x(1) = 4h_x(0) - 3h_x(-1) + \delta(1) = 4$$

对于 $k > 0$,由式(3)知 $h_x(k)$ 满足齐次方程

$$h_x(k) - 4h_x(k-1) + 3h_x(k-2) = 0$$

可求得其特征根 $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3$,得方程的齐次解

$$h_x(k) = C_1 + C_2 3^k, k > 0$$

将初始值代入,有

$$h_x(0) = C_1 + C_2 = 1$$

$$h_x(1) = C_1 + 3C_2 = 4$$

可解得 $C_1 = -\frac{1}{2}, C_2 = \frac{3}{2}$,于是

$$h_x(k) = -\frac{1}{2}[1 - 3^{(k+1)}]u(k)$$

由式(2)可得系统单位序列响应

$$h(k) = 3h_x(k) - h_x(k-1)$$

$$= -\frac{3}{2}[1 - 3^{(k+1)}]u(k) + \frac{1}{2}[1 - 3^k]u(k-1)$$

$$= -\frac{3}{2}\delta(k) + 4 \cdot 3^k \cdot \delta(k) - u(k-1)$$

历年考研真题评析

题 1 (北京邮电大学 2009 年) 已知 $f(n) = \{-2 \quad -1 \quad 0\}$, $h(n) = \{0 \quad 1 \quad 2 \quad 3\}$, 求卷积 $y(n) = f(n) * h(n)$ 。

逻辑推理 此题考查了离散时间系统卷积和的求法。

解题过程

$$\begin{array}{rcccc}
 f(n): & -2 & -1 & 0 & \\
 & \uparrow & & & \\
 h(n): & 1 & 2 & 3 & \\
 & & & \uparrow & \\
 \hline
 & & -6 & -3 & 0 \\
 & & \uparrow & & \\
 & -4 & -2 & 0 & \\
 & & & & \\
 -2 & -1 & 0 & & \\
 \hline
 -2 & -5 & -8 & -3 & 0 \\
 & & \uparrow & &
 \end{array}$$

$$\text{所以 } y(n) = \{-2, -5, -8, -3\}$$

题 2 (北京邮电大学 2010 年) 已知 LTI 离散系统如图 7-3 所示, 画出系统总的冲激响应 $h(n)$ 波形。

各子系统的冲激响应为:

$$h_1(n) = \delta(n-1) - \delta(n-3),$$

$$h_2(n) = h_3(n) = (n+1)u(n),$$

$$h_4(n) = \delta(n-1), h_5(n) = \delta(n) - 2\delta(n-3)$$

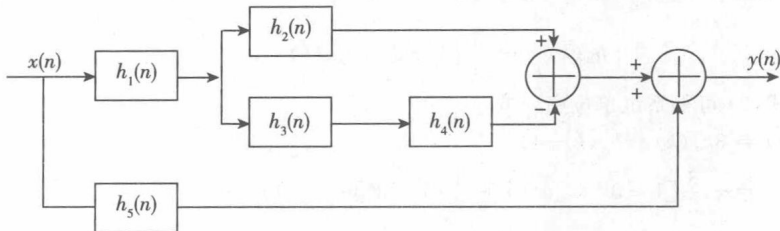
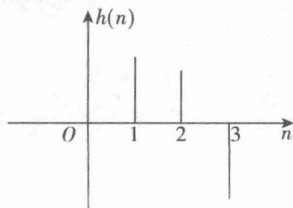


图 7-3

逻辑推理 此题考查了由系统框图写出函数及重要列 $\delta(n)$ 、 $u(n)$ 的波形。

解题过程 由图可以写出:

$$\begin{aligned}
 h(n) &= h_5(n) + h_1(n) * [h_2(n) - h_3(n) * h_4(n)] \\
 &= \delta(n) - 2\delta(n-3) + [\delta(n-1) - \delta(n-3)] * \\
 &\quad [(n+1)u(n) - (n+1)u(n) * \delta(n-1)]
 \end{aligned}$$



题3 (电子科技大学2010年)完成解卷积和卷积积分的运算!

已知 $2^n u(n) * x(n) = \delta(n) - \delta(n-1)$, 试求出 $x(n)$, 并画出其波形。

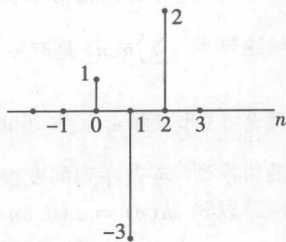
解题过程 $\because 2^n u(n) * \{\delta(n) - 2\delta(n-1)\} = \delta(n)$

$$2^n u(n) = \{\delta(n-1) - 2\delta(n-2)\} = \delta(n-1)$$

$$\therefore x(n) = \delta(n) - 2\delta(n-1) - \{\delta(n-1) - 2\delta(n-2)\}$$

$$= \delta(n) - 3\delta(n-1) + 2\delta(n-2)$$

$$\therefore x(n) = \underset{\substack{\uparrow \\ n=0}}{\{1, -3, 2\}}$$



题4 (北京邮电大学2009年)若 $y(n) = x(n) * x(n)$, 则 $x(n-1) * x(n-2) =$ _____。

解题过程 $x(n-1) * x(n-2) = y(n-3)$

题5 (北京邮电大学2009年)单位阶跃序列 $u(n)$ 的平均功率是_____。

解题过程 $\frac{1}{2}$

题6 (北京邮电大学2010年)信号 $x(n] = \sin \frac{n\pi}{4} - 2\cos \frac{n\pi}{6}$ 的周期为()。

A. 8

B. 24

C. 12π

D. 12

逻辑推理 此题考查了序列的周期判断及计算。

解题过程 $2\pi * \frac{4}{\pi} = 8$

$2\pi * \frac{6}{\pi} = 12$ 因此,周期为24,故选B。

题7 (江苏大学2008年)如有两个序列 $f_1(k) = \begin{cases} k+1, & k=0,1,2,3 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $f_2(k) = \begin{cases} 1, & k=0,1,2 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$ 。试

求两序列的卷积和 $f(k) = f_1(k) * f_2(k)$ 。

逻辑推理 考查离散序列卷积和的计算。

解题过程 $f_1(k) = \underset{\substack{\uparrow \\ k=0}}{\{1, 2, 3, 4\}}$ $f_2(k) = \underset{\substack{\uparrow \\ k=0}}{\{1, 1, 1\}}$

$f_1(k):$		$\underset{\uparrow}{1}$	2	3	4
$f_2(k):$			$\underset{\uparrow}{1}$	1	1
		1	2	3	4
	4	3	2	1	
4	3	2	1		
$\underset{\uparrow}{4}$	7	6	5	4	4

因此 $f(k) = \underset{\uparrow}{\{4, 7, 6, 5, 4, 4\}}$

题 8 (北京邮电大学 2008 年) 若 $h(n) < k$ (对每一个 n), k 为某已知数, 则以 $h(n)$ 作为单位样值, 响应的线性时不变系统是稳定的。()

逻辑推理 考查线性时不变系统稳定性的判断。

解题过程 $\sum_{n=-\infty}^{\infty} h(n)$ 是有限的, 则系统稳定, 而此题中 n 的取值范围未给定, 因此无法判断是否稳定。

题 9 (北京邮电大学 2008 年) 已知 $x(n] = \{3, 4, 5, 6\}$, $h(n) = x(0.5n - 1) =$ _____。

逻辑推理 考查序列的变换。

解题过程 $h(n) = x(0.5n - 1)$
 $= \{3, 0, 4, 0, 5, 0, 6\}$

教材同步习题全解

7.1 分别绘出以下各序列的图形。

$$(1) x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n);$$

$$(2) x(n) = 2^n u(n);$$

$$(3) x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n);$$

$$(4) x(n) = (-2)^n u(n);$$

$$(5) x(n) = (2)^{n-1} u(n-1);$$

$$(6) x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n).$$

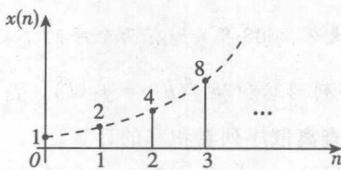
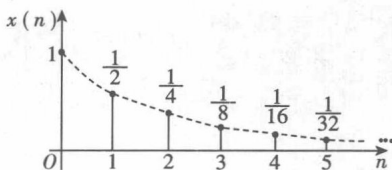
知识点窍 加强对离散时间序列概念的认识。

逻辑推理 本题要求对单位阶跃序列 $u(n)$ 的表达形式有清楚的理解。

解题过程

$$(1) x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

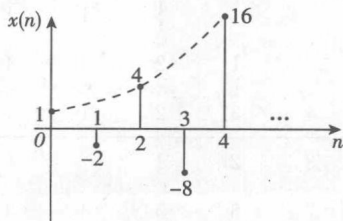
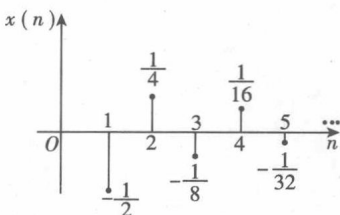
$$(2) x(n) = 2^n u(n)$$



解图 7-1(a)

$$(3) x(n) = \left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n)$$

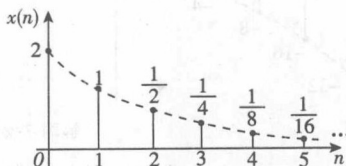
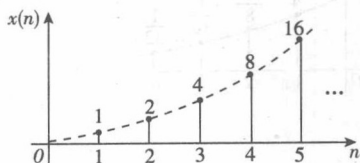
$$(4) x(n) = (-2)^n u(n)$$



解图 7-1(b)

$$(5) x(n] = 2^{n-1} u(n-1)$$

$$(6) x(n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} u(n)$$



解图 7-1(c)

7.2 分别绘出以下各序列的图形。

$$(1) x(n] = nu(n);$$

$$(2) x(n] = -nu(-n);$$

$$(3) x(n] = 2^{-n} u(n);$$

$$(4) x(n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-n} u(n);$$

$$(5) x(n] = -\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n);$$

$$(6) x(n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} u(n+1).$$

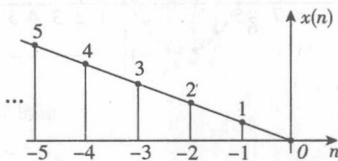
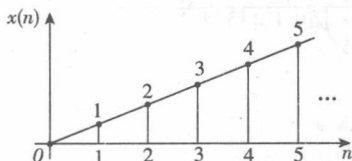
知识点窍 本题旨在考查不同形式的离散时间序列,加深对基础概念的理解和认识。

逻辑推理 解答本题的关键是对一些基本的序列进行变通,包括左右移位、反转等,要熟练掌握这些对离散序列的基本操作。

解题过程

$$(1) x(n] = nu(n)$$

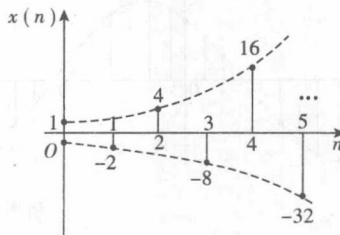
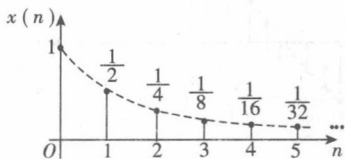
$$(2) x(n] = -nu(-n)$$



解图 7-2(a)

$$(3) x(n] = 2^{-n} u(n)$$

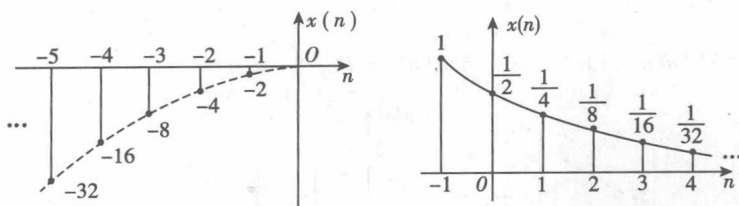
$$(4) x(n] = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-n} u(n)$$



解图 7-2(b)

$$(5) x(n] = -\left(\frac{1}{2}\right)^n u(-n)$$

$$(6) x(n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} u(n+1)$$



解图 7-2(c)

7.3 分别绘出以下各序列的图形。

$$(1) x(n) = \sin\left(\frac{n\pi}{5}\right);$$

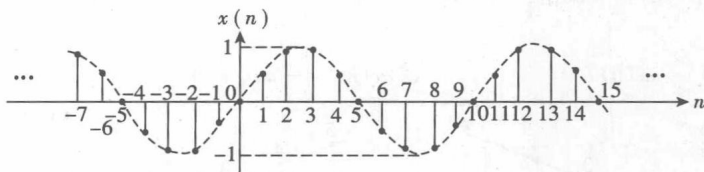
$$(2) x(n) = \cos\left(\frac{n\pi}{10} - \frac{\pi}{5}\right);$$

$$(3) x(n) = \left(\frac{5}{6}\right)^n \sin\left(\frac{n\pi}{5}\right).$$

知识点窍 本题引入了周期时间序列的概念,它是对连续时间信号按一定的频率进行采样,形成一系列的周期离散样值。

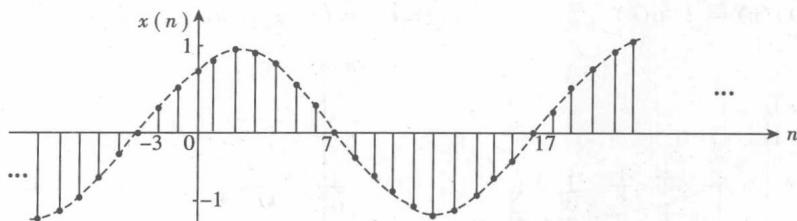
逻辑推理 本题在正(余)弦函数的自变量处乘入离散值 n , 对其按不同的频率进行采样, 对应第(2)小题还加入了初始相位, 第(3) 小题对对应每个样值都有不同的权值。

解题过程 (1) $x(n) = \sin\frac{n\pi}{5}$



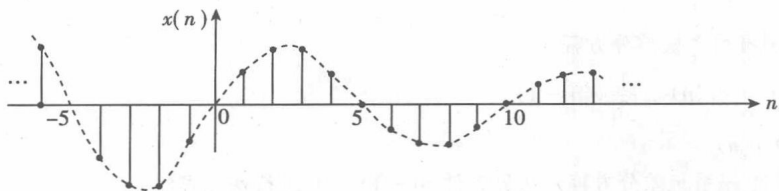
解图 7-3(a)

$$(2) x(n) = \cos\left(\frac{n\pi}{10} - \frac{\pi}{5}\right)$$



解图 7-3(b)

$$(3) x(n) = \left(\frac{5}{6}\right)^n \sin\left(\frac{n\pi}{5}\right)$$



解图 7-3(c)

7.4 判断以下各序列是否是周期性的,如果是周期性的,试确定其周期。

$$(1) x(n) = A \cos\left(\frac{3\pi}{7}n - \frac{\pi}{8}\right);$$

$$(2) x(n) = e^{j\left(\frac{n}{8} - \pi\right)}.$$

知识点窍 判断一个序列是否是周期序列的关键在于设法找出其周期 T , 若 $T \rightarrow \infty$, 则序列是非周期的。

逻辑推理 第(1)小题为判定一余弦序列的周期性, 设法求其周期; 第(2)小题需要作适当变形, 然后求证其周期是否存在。

解题过程 (1) 如果对于整数 N , 有 $x(n+N) = x(n)$, 则 $x(n)$ 是周期序列。

$$\begin{aligned} \text{由于 } x(n+N) &= A \cos\left[\frac{3\pi}{7}(n+N) - \frac{\pi}{8}\right] \\ &= A \cos\left[\frac{3\pi}{7}n + \frac{3\pi}{7}N - \frac{\pi}{8}\right] \end{aligned}$$

如果 $\frac{3\pi}{7}N$ 是 2π 的整数倍, 则由余弦函数的性质有 $x(n+N) = x(n)$, 显然, 满足此条件的最小整数值为 $N = 14$, 故 $x(n)$ 是周期序列, 其周期为 14。

$$(2) \text{ 由于 } x(n+N) = e^{j\left[\frac{1}{8}(n+N) - \pi\right]} = e^{j\left(\frac{n}{8} - \pi\right)} \cdot e^{j\frac{N}{8}} = x(n)e^{j\frac{N}{8}}$$

若 $x(n+N) = x(n)$, 则要求 $e^{j\frac{N}{8}} = 1$, 即 $\frac{N}{8} = 2k\pi$, 由于 π 为无理数, 故不可能存在满足此式的整数 N, k , 所以 $x(n)$ 不是周期序列。

7.5 列出题图 7-5 所示系统的差分方程, 已知边界条件 $y(-1) = 0$ 。分别求以下输入序列时的输出 $y(n)$, 并绘出其图形(用逐次迭代方法求解)。

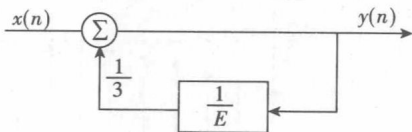
$$(1) x(n) = \delta(n);$$

$$(2) x(n) = u(n);$$

$$(3) x(n) = u(n) - u(n-5).$$

知识点窍 本题将离散时间系统的数学模型与差分方程结合起来考查。

逻辑推理 熟知几种基本的数学模型表示法, $\frac{1}{E}$ 为单位延时, 也可用符号“ D ”或“ T ”表示, $\sum$ 表示加法器, 箭头上的系数为需要相乘的权值。



题图 7-5