试题调研 金考卷 联袂打造

TIANXING EDUCATION 天星教育

杜志建 主编

中学教材学习讲义

高中数学

必修①

解决同步学习所有问题的

“全能用书”

第9年第9版

RJA

天星教育图书

天星教育网 www.tesoon.com

访问网站 正版验证

CHISO 新疆青少年出版社

全国名校名师讲义精粹

中学教材学习讲义

高中数学

必修①

丛书主编：杜志建

本册主编：刘　峰　李子忠　陈洪波

本册副主编：曹振生　刘夙鑫

特约编委：郭玉珊　曹瑞彬　王志伟　王芝平

孟祥东　余树宝　杜明成　金凤义

管宏斌　孟鸿鸣　杨志明　谭　渊

许少华　孙小明

新疆青少年出版社

图书在版编目(CIP)数据

中学教材学习讲义. 数学. 1：必修 / 杜志建主编
—2 版. — 乌鲁木齐：新疆青少年出版社，2013.6
配 RJA 版
ISBN 978 -7 -5515 -1415 -6

Ⅰ. ①中… Ⅱ. ①杜… Ⅲ. ①中学数学课—高中—教
学参考资料 Ⅳ. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2013)第 112299 号

出 版 人:徐　江
策　　划:王启全
责任编辑:多艳萍　赵忠明
责任校对:王丽君　张　立
封面设计:魏晋文化 WEIJINWENHUA

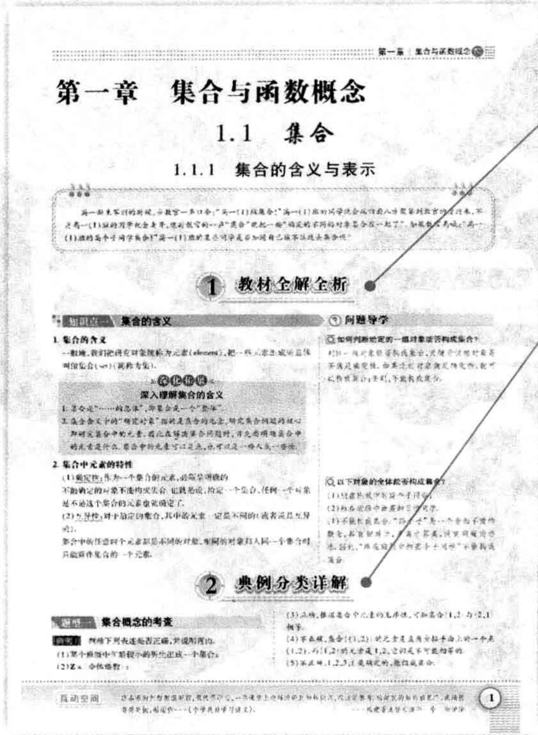
中学教材学习讲义·数学·必修 1(RJA)
杜志建主编

出　版:新疆青少年出版社
社　址:乌鲁木齐市北京北路 29 号　　邮政编码:830012
电　话:0991—7833936(编辑部)　　0371—68698015(邮购)
网　址:http://www.qingshao.net

发　行:新疆青少年出版社营销中心　　电　话:0991—7833979　7833946
经　销:各地新华书店　　法律顾问:钟　麟 13201203567
印　刷:河南永成彩色印刷有限公司

开　本:890mm × 1240mm　1/16　　版　次:2013 年 6 月第 2 版
印　张:12　　印　次:2013 年 6 月第 1 次印刷
字　数:216 千字
书　号:ISBN 978 -7 -5515 -1415 -6
定　价:21.80 元

使用导图

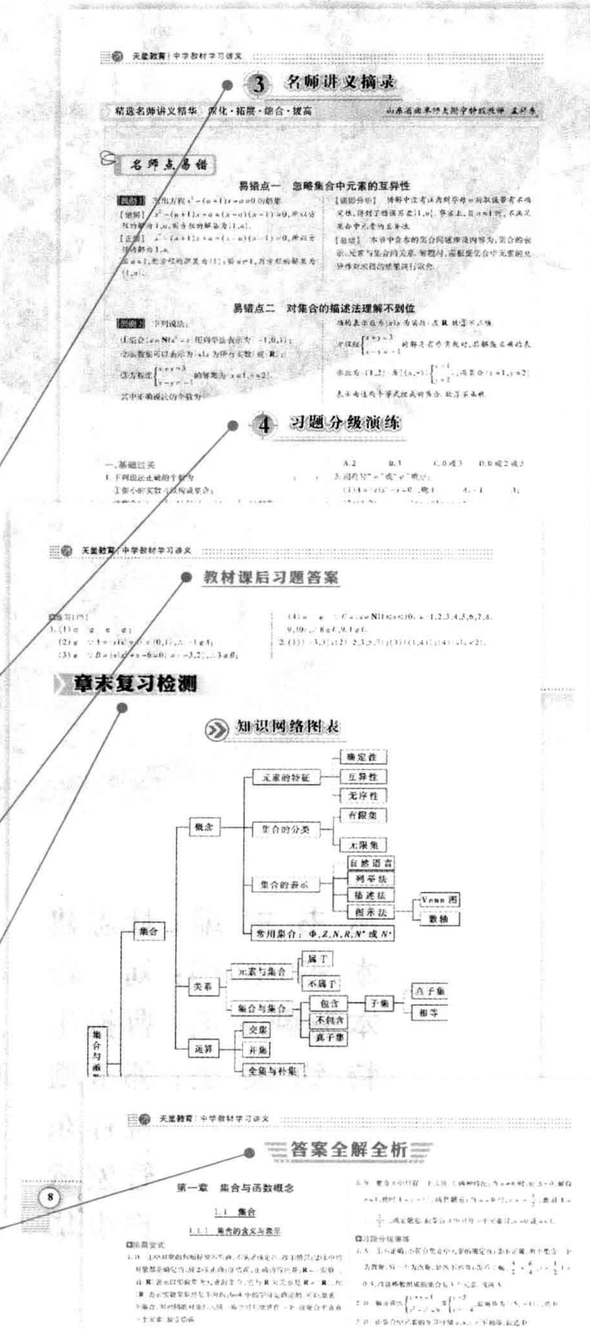


教材全解全析

教材知识全面解读，问题导学释疑解惑。

典例分类详解

深度剖析解题思路，全面提升解题能力。



名师讲义摘录

方法技巧名师讲评，聚焦高考洞悉考向。

习题分级演练

典题新题梯度设置，对点演练查漏补缺。

教材课后习题答案

教材问题集中释疑，详解详析查阅方便。

章末复习检测

全章知识脉络通览，综合演练稳步提升。

答案全解全析

答案准确思路明晰，详尽规范精辟透彻。

如何学习 最有效?

高中阶段，面对诸多的课程，面对繁重的学业，就像是面对一场时间抢夺战。然而时间有限，分配给各个学科的时间更是甚少。于是，我们总希望能够摆脱低效率的学习，希望能够花更少的时间学得更多、更牢、更好，这正是《中学教材学习讲义》丛书所提倡的“有效学习”理念。

“有效学习”——让你“学一知十”，花更少的时间，收获更多的知识；让你“有的放矢”，做尽可能少的题就能掌握各类题型的解题方法；让你“寓学于乐”，使学习变得更有趣。

拒绝无效学习，提倡有效学习，改变低效率的学习状态，实现高效率的学习效果。在这一理念下，天星教育依托十余年的同步教育资源，潜心巨制，精心打造了这套高中同步全能用书——《中学教材学习讲义》。她已连续畅销数年，深受读者喜爱。本套丛书以“解决同步学习中的所有问题”为核心，融入“有效学习”理念，字字千钧，“力”不虚发。

知识问题化，以问题形式解决学习中的所有疑难。

在对教材知识讲透的基础上，右栏特设“问题导学”板块，以“问题”引导学生对教材知识进行拓展，对疑难问题进行归纳和总结，促使学生主动解决同步学习中的所有疑难，在独立的探索过程中构建知识体系。

思维可视化，帮你全面提升解题能力。

在题型讲解中，融入框图式思路分析，将解题思路以图解的形式呈现，深度分析思维过程，理清解题思路，讲透解题方法，帮你全面提升解题能力。

专题深入化，突破难点获得高分。

通过“名师讲义摘录”栏目，以不同小专题的形式从“方法突破”、“易混易错”、“高考突破”等多个维度对教材中的综合类问题进行深度探究，全面总结各种方法规律，追踪高考洞悉考向，帮你全方位突破难点，轻松获得高分。

训练高效化，分级演练轻松突破解题关。

锁定教材知识核心考点，精选最新的创新题、高考题、模拟题，围绕重难点，分级设题，强化训练。让你走出题海阴影，轻松突破解题关。

本书不是对课堂教学的重复，而是对教材进行补充、提高，对教材中的疑难问题进行归纳、总结。她注重解题方法的系统整理和学科内小专题的滚动归纳。认真研读此书，她将帮你最大限度地提高学习的有效性。

三年高中生涯，漫漫求学道路，《中学教材学习讲义》愿陪你一起轻松求知，让一切问题迎刃而解，让你从此爱上学习；以完美的姿态迎接高考的挑战！

目录

CONTENTS

1 第一章 集合与函数概念

1.1 集合 …………………… 1

1.1.1 集合的含义与表示 …… 1

1.1.2 集合间的基本关系 9

1.1.3 集合的基本运算……… 17

1.2 函数及其表示 ………… 27

1.2.1 函数的概念 ………… 27

1.2.2 函数的表示法………… 36

1.3 函数的基本性质………… 48

1.3.1 单调性与最大(小)值… 48

1.3.2 奇偶性 ……………… 60

❖章末复习检测……………… 71

77 第二章 基本初等函数(Ⅰ)

2.1 指数函数 ……………. 77

2.1.1 指数与指数幂的运算 … 77

2.1.2 指数函数及其性质 …… 83

2.2 对数函数 ……………… 92

2.2.1 对数与对数运算 …… 92

2.2.2 对数函数及其性质 … 101

2.3 幂函数 ……………… 112

❖章末复习检测 ……………… 118

123 第三章 函数的应用

3.1 函数与方程……………… 123

3.1.1 方程的根与函数的零点 ……………… 123

3.1.2 用二分法求方程的近似解 ……………… 132

3.2 函数模型及其应用 …… 138

3.2.1 几类不同增长的函数模型 ……………… 138

3.2.2 函数模型的应用实例… 142

❖章末复习检测 ……………… 155

答案全解全析 ……………………………………………… 160

第一章　集合与函数概念

1.1　集合

1.1.1　集合的含义与表示

高一新生军训的时候，当教官一声口令："高一(1)班集合！"高一(1)班的同学就会从四面八方聚集到教官的身边来，不是高一(1)班的同学就会走开，这时教官的一声"集合"就把一些"确定的不同的对象集合在一起了". 如果教官高喊："高一(1)班的高个子同学集合！"高一(1)班的某些同学是否知道自己该不该过去集合呢？

1 教材全解全析

知识点一　集合的含义

1. 集合的含义

一般地，我们把研究对象统称为元素(element)，把一些元素组成的总体叫做集合(set)(简称为集).

深化拓展

深入理解集合的含义

1. 集合是"……的总体"，即集合是一个"整体".
2. 集合含义中的"研究对象"指的是集合的元素，研究集合问题的核心即研究集合中的元素，因此在解决集合问题时，首先要明确集合中的元素是什么. 集合中的元素可以是点，也可以是一些人或一些物.

2. 集合中元素的特性

(1)确定性：作为一个集合的元素，必须是明确的.
不能确定的对象不能构成集合. 也就是说，给定一个集合，任何一个对象是不是这个集合的元素也就确定了.

(2)互异性：对于给定的集合，其中的元素一定是不同的(或者说是互异的).
集合中的任意两个元素都是不同的对象，相同的对象归入同一个集合时只能算作集合的一个元素.

(3)无序性：对于给定的集合，其中的元素是不考虑顺序的.

3. 集合的相等

只要构成两个集合的元素是一样的，我们就称这两个集合是相等的.

典例1　下列说法正确的是________.

(1)高一(1)班高个子男生可以组成一个集合；

(2)1,2,2,4,1 组成的集合有五个元素；

(3)由 a,b,c 组成的集合与由 b,a,c 组成的集合是同一个集合.

解析　(1)说法错误，因为"高个子"这个标准是不明确的，不满足集合中

问题导学

如何判断给定的一组对象能否构成集合？

判断一组对象能否构成集合，关键看该组对象是否满足确定性. 如果此组对象满足确定性，就可以构成集合；否则，不能构成集合.

以下对象的全体能否构成集合？

(1)所在班级中的高个子同学；

(2)所在班级中最高的三位同学.

(1)不能构成集合. "高个子"是一个含糊不清的概念，具有相对性，多高才算高，没有明确的标准. 因此，"所在班级中的高个子同学"不能构成集合.

(2)能构成集合. 所在班级中每个人的身高是确定的，因此，"所在班级中最高的三位同学"有一个明确的标准，可以确定出来. 因此，"所在班级中最高的三位同学"能构成集合，这三位同学就是集合的元素.

元素的确定性；

(2)说法错误，根据集合中元素的互异性可知，该集合只有三个元素；

(3)符合集合相等的定义，说法正确.

故填(3).

知识点二 元素与集合的关系及常用数集记法

1. 元素与集合的关系

我们通常用大写拉丁字母 $A, B, C, \cdots$ 表示集合，用小写拉丁字母 $a, b, c, \cdots$ 表示集合中的元素.

如果 a 是集合 A 中的元素，就说 a 属于(belong to)集合 A，记作 $a \in A$；如果 a 不是集合 A 中的元素，就说 a 不属于(not belong to)集合 A，记作 $a \notin A$.

深化拓展

对 $\in$ 和 $\notin$ 的理解

1. $\in$ 和 $\notin$ 刻画的是元素与集合之间的关系. 对于一个元素 a 与一个集合 A 而言，只有“$a \in A$”与“$a \notin A$”这两种结果.
2. $\in$ 和 $\notin$ 具有方向性，左边是元素，右边是集合，形如 $\mathbf{R} \in 0$ 是错误的.

2. 常用数集一览表

集合	非负整数集(自然数集)	正整数集	整数集	有理数集	实数集
符号	$\mathbf{N}$	$\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$	$\mathbf{Z}$	$\mathbf{Q}$	$\mathbf{R}$

典例2 下列关系中，正确的个数为

① $\frac{1}{2} \in \mathbf{R}$； ② $\sqrt{2} \notin \mathbf{Q}$； ③ $|-3| \in \mathbf{N}$； ④ $|-\sqrt{3}| \in \mathbf{Q}$.

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

解析 $\frac{1}{2}$ 是实数，$\sqrt{2}$ 是无理数，$|-3|=3$ 是非负整数，$|-\sqrt{3}|=\sqrt{3}$ 是无理数. 因此，①②③正确，④错误.

答案 C

问题导学

常用的数集符号 $\mathbf{N}, \mathbf{N}^*, \mathbf{N}_+$ 有什么区别?

1. $\mathbf{N}$ 为非负整数集(即自然数集)，而 $\mathbf{N}^*$ 或 $\mathbf{N}_+$ 表示正整数集，两者不同之处就是前者包括元素0，而后者不包括0.
2. $\mathbf{N}^*$ 和 $\mathbf{N}_+$ 的含义是一样的，初学者往往误记为 $\mathbf{N}_*$ 或 $\mathbf{N}^+$，为避免出错，对于 $\mathbf{N}^*$ 和 $\mathbf{N}_+$ 可形象地记为“星星(*)在天上，十字架(+)在地下”.

你能画出常用数集间的关系图吗?

$$\text{实数集}\ \mathbf{R}\begin{cases}\text{有理数集}\ \mathbf{Q}\begin{cases}\text{整数集}\ \mathbf{Z}\begin{cases}\left.\begin{array}{l}\text{正整数集}\ \mathbf{N}^*\\ \{0\}\end{array}\right\}\text{自然数集}\ \mathbf{N}\\ \text{负整数集}\end{cases}\\ \text{分数集}\end{cases}\\ \text{无理数集}\end{cases}$$

知识点三 集合的表示方法

1. 自然语言

通过日常语言来描述集合问题中被研究的对象，如全体实数组成的集合、正整数集等.

2. 列举法

把集合中的元素一一列举出来，并用花括号“{ }”括起来表示集合的方法叫做列举法.

使用列举法的注意点：

(1)“一一列举”，即不必考虑元素之间的顺序，而且应该全部列举出来，没有一个被漏掉；

(2)元素间用“,”分隔；

(3)集合中的元素必须满足确定性和互异性.

深化拓展

细解列举法

列举法具体可分为以下三种情况：

(1)元素个数少且有限时，全部列举，如{1,2,3}；

问题导学

你能区别 a 与 $\{a\}$ 吗?

a 与 $\{a\}$ 是完全不同的，$\{a\}$ 表示一个集合，这个集合由一个元素 a 构成，a 是集合 $\{a\}$ 的一个元素.

例如，某个小组只有一个人，这个人本身和这个人构成的小组是完全不同的.

实数集可以表示为 $\{x \mid x$ 为所有实数$\}$ 或 $\{\mathbf{R}\}$ 吗?

不可以. 因为集合表示中的符号“{ }”已包含“所有”、“全体”的含义，而 $\mathbf{R}$ 表示所有实数组成的集合，因此，实数集可以表示为 $\{x \mid x$ 为实数$\}$ 或 $\mathbf{R}$.

(2)元素个数多且有限时，可以列举部分，中间用省略号表示，如从1到1 000的所有自然数组成的集合可以表示为$\{1,2,3,\cdots,1\ 000\}$；
(3)元素个数无限但有规律时，可以列举前面一部分，后面用省略号表示，如自然数集$\mathbf{N}$可以表示为$\{0,1,2,\cdots\}$.

3. 描述法

用集合所含元素的共同特征表示集合的方法称为描述法，用符号表示便是$A=\{x\in I|p(x)\}$，其中的x表示集合的代表元素，I表示元素x的取值范围，$p(x)$则表示元素x的共同特征.

深化拓展

解读描述法中的三个关键词

1. "代表元素"，是表示这个集合元素的一般符号，如表示数集时，我们可以选用$x,y,a,\cdots$作为代表元素；表示点集时，可以选用有序实数对(x,y)作为代表元素. 同时集合与它的代表元素所采用的字母无关，只与代表元素的属性有关. 如集合$\{x\in\mathbf{R}|x<1\}$也可以表示为$\{y\in\mathbf{R}|y<1\}$，$\{a\in\mathbf{R}|a<1\}$.
2. "取值范围"，一般来说集合元素x的取值范围I需写明确，但若从上下文的关系看，$x\in I$是明确的，则"$\in I$"可以省略，只写元素x.
3. "共同特征"，即代表元素满足的条件、具备的属性，如不等式$x-7<3$的解都满足条件$x<10$，那么不等式$x-7<3$的解集可表示为$\{x|x<10\}$.

典例3 用列举法表示下列集合：
(1)$\{x|x+1=0\}$；
(2)$\{x|x$为15的正约数$\}$；
(3)$\{x|x$为不大于10的正偶数$\}$.

解析 (1)$\{-1\}$； (2)$\{1,3,5,15\}$； (3)$\{2,4,6,8,10\}$.

典例4 用描述法表示下列集合：
(1)奇数的集合； (2)正偶数的集合.

解析 (1)$\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$或$\{x|x$为奇数$\}$；
(2)$\{x|x=2n,n\in\mathbf{N}^*\}$或$\{x|x$为正偶数$\}$.

集合$\{x|y=x^2\}$，$\{y|y=x^2\}$，$\{(x,y)|y=x^2\}$是否表示同一个集合？

三个集合的"共同特征"相同，但它们的"代表元素"不相同，因此它们表示的不是同一个集合.
$\{x|y=x^2\}$表示x所满足的条件所构成的集合，事实上，$\{x|y=x^2\}=\mathbf{R}$；
$\{y|y=x^2\}=\{y|y\geqslant0\}$；
$\{(x,y)|y=x^2\}$表示由曲线$y=x^2$上所有的点构成的集合，是一个点集.

集合的三种表示方法有何特点，其适用范围又各是什么？

集合的表示方法	特点	适用范围
自然语言	自然、生动、明确	都可用，无限制
列举法	直观、明了	一般来说有限集(集合中的元素个数有限)采用列举法
描述法	清晰反映集合中元素的特征	无限集(集合中的元素个数无限)或元素不宜一一列举的集合

2 典例分类详解

题型一 集合概念的考查

典例1 判断下列表述是否正确，并说明理由.
(1)某个班级中年龄较小的男生组成一个集合；
(2)$\mathbf{Z}=\{$全体整数$\}$；
(3)集合$\{1,2\}$与$\{2,1\}$相等；
(4)集合$\{(1,2)\}$与$\{1,2\}$相等；
(5)1,2,3,1不能构成集合.

思维导图

集合的含义
集合中元素的特征
→ 判断5种表述是否正确

解析 (1)不正确，"年龄较小"这个标准不明确，所以某个班级中年龄较小的男生不能组成一个集合.
(2)不正确，$\mathbf{Z}$表示整数集，应写成$\mathbf{Z}=\{$整数$\}$.
(3)正确，根据集合中元素的无序性，可知集合$\{1,2\}$与$\{2,1\}$相等.
(4)不正确，集合$\{(1,2)\}$的元素是直角坐标平面上的一个点$(1,2)$，而$\{1,2\}$的元素是1,2，它们是不可能相等的.
(5)不正确，1,2,3,1是确定的，能组成集合.

易错警示
对于(5)的判断，易错认为其中有两个数相等，不符合集合中元素的互异性，所以不能构成集合. 事实上，构成的集合为$\{1,2,3\}$.

规律总结
1. 确定性是判断一组对象能否构成集合的标准.
2. 判断集合中的元素个数时，要注意相同的对象归入同一集合时只能算作一个，即集合中的元素满足互异性.

3. 集合符号“{ }”已包含“所有”的意思，因而大括号内的文字描述不应再用“全体”、“所有”、“全部”或“集”等词语.

拓展·变式1. 以下说法中：

①接近于0的数的全体组成一个集合；

②正三角形的全体组成一个集合；

③$\mathbf{R}=\{实数集\}=\{\mathbf{R}\}$；

④不大于3的所有自然数组成一个集合；

⑤book 中的字母可以组成一个集合，且集合中含有四个元素.

正确的是 （ ）

A. ①② B. ②⑤ C. ③④ D. ②④

题型二 集合中元素特性的考查

典例2 含有两个元素的集合 A 可以表示为 $\{a-3,2a-1\}$，求实数 a 的取值范围.

思维导图

集合中元素的互异性 ⟶ $a-3\neq 2a-1$ ⟶ 得到 a 的范围

解析 根据题意可知 $A=\{a-3,2a-1\}$，由集合中元素的互异性，可得 $a-3\neq 2a-1$，所以 $a\neq -2$. …………… ①

即实数 a 的取值范围为 $a\neq -2$.

注释：①集合中有两个元素时，要列一个不等式，若有三个元素，则要列含三个不等式的不等式组，其依据就是集合中元素的互异性.

规律总结》

1. 用列举法表示的集合，其默认的条件是集合中的元素各不相同，也就是说集合中的元素一定要满足互异性.
2. 解有关集合的题目时，要时刻关注集合中元素的三个特性，尤其是互异性，解题后要进行检验.

拓展·变式2. 已知集合 A 可表示为 $\{a,a^2,\frac{1}{a}\}$，求实数 a 应满足的条件.

题型三 集合相等的考查

典例3 设集合 $A=\{x,y\}$，$B=\{0,x^2\}$，若 A,B 相等，求实数 x,y 的值.

思维导图

两集合相等 ⟶ 需讨论两集合中的元素如何对应相等

解析 因为集合 A,B 相等，则 $x=0$ 或 $y=0$.

(1)当 $x=0$ 时，$x^2=0$，则 $B=\{0,0\}$，不满足集合中元素的互异性，故舍去.

(2)当 $y=0$ 时，$x=x^2$，解得 $x=0$ 或 $x=1$. 由(1)知 $x=0$ 应舍去.

综上知，$x=1$，$y=0$.

典例4 已知集合 $A=\{2,2+b,2+2b\}$，$B=\{2,2c,2c^2\}$（a 为常数），若 $A=B$，求 c 的值.

思维导图

根据集合中元素的互异性、无序性分两种情况讨论 ⟶ $\begin{cases}2+b=2c,\\2+2b=2c^2\end{cases}$ 或 $\begin{cases}2+b=2c^2,\\2+2b=2c\end{cases}$

解析 (1)若 $2+b=2c$，且 $2+2b=2c^2$，消去 b 得 $2+2c^2-4c=0$，即 $c^2-2c+1=0$，解得 $c=1$，此时集合 B 中三个元素均为2，不满足互异性，故 $c=1$ 应舍去.

(2)若 $2+b=2c^2$，且 $2+2b=2c$，消去 b 得 $4c^2-2c-2=0$，即 $2c^2-c-1=0$，解得 $c=1$（舍去）或 $c=-\frac{1}{2}$，此时 $b=-\frac{3}{2}$，$A=B=\{2,-1,\frac{1}{2}\}$，满足题意.

综上可得 $c=-\frac{1}{2}$.

规律总结》

由集合相等求参数，应从集合相等的概念入手，寻找元素之间的关系，若集合中的未知元素不止一个，需进行分类讨论. 注意利用集合中元素的互异性对得到的结果进行取舍.

拓展·变式3. 已知 $M=\{2,a,b\}$，$N=\{2a,2,b^2\}$，若 M,N 相等，求 a,b 的值.

题型四 元素与集合关系的考查

典例5 若 $2\notin\{x\mid x-a>0\}$，则实数 a 的取值范围是__________.

思维导图

2不在给定集合中 ⟶ 2不满足不等式 $x-a>0$ ⟶ 2满足不等式 $x-a\leqslant 0$ ⟶ 得到 a 的取值范围

解析 因为 $2\notin\{x|x-a>0\}$，所以2不满足不等式 $x-a>0$，即2满足不等式 $x-a\leqslant 0$，所以 $2-a\leqslant 0$，$a\geqslant 2$.

所以实数 a 的取值范围是 $\{a|a\geqslant 2\}$.

典例6 若 $3\in\{m-1,3m,m^2-1\}$，则 $m=$______.

思维导图

3在给定集合中 $\xrightarrow{分别}$ 令3与集合中的某个元素相等 → 确定 m 的值 → 检验集合中元素的互异性

解析 由 $m-1=3$，得 $m=4$，此时 $3m=12$，$m^2-1=15$，故 $m=4$ 满足集合中元素的互异性；

由 $3m=3$，得 $m=1$，此时 $m-1=m^2-1=0$，故舍去；

由 $m^2-1=3$，得 $m=\pm 2$，经检验 $m=\pm 2$ 满足集合中元素的互异性.

故填4或 ± 2.

规律总结》

当 $a\in A$ 时，若集合 A 是用描述法表示的，则 a 一定满足集合中元素的共同特征，如满足方程(组)、不等式(组)等；若集合 A 是用列举法表示的，则 a 一定等于其中的一个元素. 反之，当 $a\notin A$ 时，结论恰恰相反.

拓展·变式4. (1)已知 $2\in\{x|(x-a)(x-a+1)=0\}$，求实数 a 的值.

(2)已知集合 $A=\{a-3,2a-1,a^2+1\}$，若 $-3\in A$，求实数 a 的值.

题型五 集合的表示方法问题

典例7 用适当的方法表示下列集合：

(1)方程组 $\begin{cases}2x-3y=14\\3x+2y=8\end{cases}$ 的解集；

(2)1 000以内被3除余2的正整数组成的集合；

(3)平面直角坐标系中第二象限内的点组成的集合；

(4)所有的正方形组成的集合.

思维导图

根据集合的特点确定表示方法 → (1) 宜用列举法

根据集合的特点确定表示方法 → (2)(3)(4) 宜用描述法

解析 (1)解方程组 $\begin{cases}2x-3y=14\\3x+2y=8\end{cases}$ 得 $\begin{cases}x=4\\y=-2\end{cases}$，故解集为 $\{(4,-2)\}$；…………………………①

(2)集合的代表元素是数，用描述法可表示为 $\{x|x=3k+2,k\in\mathbf{N}$ 且 $x<1\ 000\}$；

(3)集合的代表元素是点，用描述法可表示为 $\{(x,y)|x<0$ 且 $y>0\}$；

(4)集合用描述法可表示为 $\{x|x$ 是正方形$\}$，简写为 $\{$正方形$\}$.

注释：①方程组的解集为点集，千万不要写成 $\{4,-2\}$，此处容易出错.

规律总结》

所谓适当的表示方法，就是较简单、较明了的表示方法，用描述法表示集合时，若需要多层次描述属性，可选用“且”与“或”等词连接；若描述部分出现代表元素以外的字母，要说明新字母的含义或指出其取值范围.

拓展·变式5. 用适当的方法表示下列集合：

(1)所有小于5的正奇数组成的集合；

(2)方程 $x^2-2x+1=0$ 的实数根组成的集合；

(3)不等式 $2x+1>0$ 的解集；

(4)二次函数 $y=x^2+2x-10$ 的图象上所有的点组成的集合.

题型六 集合与方程的综合问题

典例8 集合 $M=\{x|ax^2-2x+2=0,a\in\mathbf{R}\}$ 中至多有一个元素，求实数 a 的取值范围.

思维导图

集合中至多有一个元素 → 方程至多有一根 → 根据 a 是否为0分类讨论

解析 (1)当 $a=0$ 时，方程转化为 $-2x+2=0$，解得 $x=1$，此时 $M=\{1\}$，满足条件；

(2)当 $a\neq 0$ 时，方程为一元二次方程，由题意得 $\Delta=4-8a\leqslant 0$，即 $a\geqslant\dfrac{1}{2}$，此时方程无根或有两个相等的实数根.

综合(1)(2)可知，当 $a\geqslant\dfrac{1}{2}$ 或 $a=0$ 时，集合 M 中至多有一个元素.

易错警示

此题容易漏解 $a=0$，漏解的原因是默认所给的方程一定是一元二次方程. 其实，当 $a=0$ 时，所给的方程是一个一元一次方程；当 $a\neq 0$ 时，所给的方程才是一个一元二次方程，也只有此时才能用根的判别式解决问题.

规律总结》

对于集合与方程的综合问题，一般要求对方程中最高次项的系数的取值进行分类讨论，确定方程的根的情况，进而求得结果. 需特别关注判别式在一元二次方程的实数根个数的讨论中的作用.

拓展·变式6. 如果集合 $A=\{x|ax^2+2x+1=0,a\in\mathbf{R}\}$ 中只有一个元素，则实数 a 的值是 ( )

A. 0 B. 0或1 C. 1 D. 不能确定

3 名师讲义摘录

精选名师讲义精华 深化·拓展·综合·拔高

山东省曲阜师大附中特级教师 孟祥东

名师点易错

易错点一 忽略集合中元素的互异性

典例1 写出方程 $x^2-(a+1)x+a=0$ 的解集.

【错解】 $x^2-(a+1)x+a=(x-a)(x-1)=0$,所以方程的解为 $1,a$,则方程的解集为 $\{1,a\}$.

【正解】 $x^2-(a+1)x+a=(x-a)(x-1)=0$,所以方程的解为 $1,a$.

若 $a=1$,则方程的解集为 $\{1\}$;若 $a\neq1$,则方程的解集为 $\{1,a\}$.

【错因分析】 错解中没有注意到字母 a 的取值带有不确定性,得到了错误答案 $\{1,a\}$. 事实上,当 $a=1$ 时,不满足集合中元素的互异性.

【总结】 本节中含参的集合问题涉及内容为:集合的表示、元素与集合的关系. 解题时,需根据集合中元素的互异性对求得的结果进行取舍.

易错点二 对集合的描述法理解不到位

典例2 下列说法:

①集合 $\{x\in\mathbf{N}|x^3=x\}$ 用列举法表示为 $\{-1,0,1\}$;

②实数集可以表示为 $\{x|x$ 为所有实数$\}$ 或 $\{\mathbf{R}\}$;

③方程组 $\begin{cases}x+y=3\\x-y=-1\end{cases}$ 的解集为 $\{x=1,y=2\}$.

其中正确说法的个数为

A. 3 B. 2 C. 1 D. 0

【错解】 A

【正解】 由 $x^3=x$,即 $x(x^2-1)=0$,得 $x=0$ 或 $x=1$ 或 $x=-1$,因为 $-1\notin\mathbf{N}$,故集合 $\{x\in\mathbf{N}|x^3=x\}$ 用列举法表示为 $\{0,1\}$. 故①不正确.

集合表示中的符号"{ }"已包含"所有"、"全体"等含义,而符号"$\mathbf{R}$"表示所有的实数组成的集合,故实数集正确的表示应为 $\{x|x$ 为实数$\}$ 或 $\mathbf{R}$. 故②不正确.

方程组 $\begin{cases}x+y=3\\x-y=-1\end{cases}$ 的解是有序实数对,其解集正确的表示应为 $\{(1,2)\}$ 或 $\left\{(x,y)\,\middle|\,\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}\right\}$;而集合 $\{x=1,y=2\}$ 表示由这两个等式组成的集合. 故③不正确.

故选 D.

【错因分析】 ①易忽略代表元素 $x\in\mathbf{N}$,导致判断错误;②出错是对常用数集的符号理解不到位;③出错是对方程组的解为有序实数对这一点认识不到位.

【总结】 对于用描述法表示集合,一应清楚符号"$\{x|x$ 的属性$\}$"表示的是具有某种属性的 x 的全体,而不是部分;二应从代表元素入手,弄清楚代表元素是什么.

名师讲高考

<<<揭秘新高考>>>

《普通高中数学课程标准(实验)》(以下简称《课程标准》)对本节的要求是:通过实例,了解集合的含义,体会元素与集合的"属于"关系,能选择自然语言、集合语言(列举法或描述法)描述不同的具体问题,感受集合语言的意义和作用.

高考更多地是将集合作为一种语言来考查,常考题型为"新定义",以选择题或填空题的形式出现,考查集合的含义.

动向 考查集合的含义

高考对集合含义的考查以新定义为主，解题时要求能正确理解所给的新定义，找准集合中元素的特点。

典例1 (2012·新课标全国)已知集合 $A=\{1,2,3,4,5\}$，$B=\{(x,y)|x\in A,y\in A,x-y\in A\}$，则 B 中所含元素的个数为

A. 3　　B. 6　　C. 8　　D. 10

思路分析 首先要注意到集合 B 中的代表元素是点，点的横、纵坐标需满足 $x\in A,y\in A,x-y\in A$，可用列举法写出集合 B，从而确定元素个数即可。

解析 列举得集合 $B=\{(2,1),(3,1),(4,1),(5,1),(3,2),(4,2),(5,2),(4,3),(5,3),(5,4)\}$，共含有10个元素。

答案 D

典例2 (2012·江西)若集合 $A=\{-1,1\}$，$B=\{0,2\}$，则集合 $\{z|z=x+y,x\in A,y\in B\}$ 中的元素的个数为

A. 5　　B. 4　　C. 3　　D. 2

思路分析 x 可能取 $-1,1$，y 可能取 $0,2$，利用列举法求 z 的所有可能取值，求集合的元素个数时注意元素的互异性。

解析 本题可用列举法求解：当 $x=-1,y=0$ 时，$z=-1$；当 $x=-1,y=2$ 时，$z=1$；当 $x=1,y=0$ 时，$z=1$；当 $x=1,y=2$ 时，$z=3$。

综上知，z 的值为 $-1,1,3$，故集合 $\{z|z=x+y,x\in A,y\in B\}$ 中共有3个元素。

答案 C

典例3 (2011·浙江)设 a,b,c 为实数，$f(x)=(x+a)(x^2+bx+c)$，$g(x)=(ax+1)(cx^2+bx+1)$。记集合 $S=\{x|f(x)=0,x\in\mathbf{R}\}$，$T=\{x|g(x)=0,x\in\mathbf{R}\}$。若 $|S|$，$|T|$ 分别为集合 S,T 的元素个数，则下列结论不可能的是

A. $|S|=1$ 且 $|T|=0$　　B. $|S|=1$ 且 $|T|=1$

C. $|S|=2$ 且 $|T|=2$　　D. $|S|=2$ 且 $|T|=3$

思路分析 对于A，B，C项，分别令 a,b,c 取特殊值判断；对于D项，依据方程 $x^2+bx+c=0$，$cx^2+bx+1=0$ 系数间的关系判断。

解析 若 $a=b=c=0$，则 $f(x)=x^3=0$，$x=0$，$|S|=1$，$g(x)=1$，$g(x)=0$ 无解，因此 $|T|=0$，即A项有可能；

若 $a=1$ 且 $b^2-4c<0$，则 $|S|=1$ 且 $|T|=1$ 成立，即 $f(x)=0$ 和 $g(x)=0$ 都仅有一个解 $x=-1$，即B项也是有可能的；

若 $a=1$ 且 $b^2-4c=0(b=2\sqrt{2},c=2)$，则 $|S|=2$ 且 $|T|=2$ 成立，即C项也是有可能的；

对于D项，若 $|T|=3$，则对于方程 $cx^2+bx+1=0$，$\Delta=b^2-4c>0$，且 $x=-\frac{1}{a}$ 不是方程 $cx^2+bx+1=0$ 的解，从而导致 $f(x)=(x+a)(x^2+bx+c)=0$ 也有3解，因此 $|S|=2$ 且 $|T|=3$ 不可能成立。

答案 D

4 习题分级演练

一、基础过关

1. 下列说法正确的个数为　　(　　)

①很小的实数可以构成集合；

②集合 $\{y|y=x^2-1\}$ 与 $\{(x,y)|y=x^2-1\}$ 相等；

③$1,\frac{3}{2},\frac{6}{4},|-\frac{1}{2}|,0.5$ 这些数组成的集合有5个元素。

A. 0　　B. 1

C. 2　　D. 3

2. 方程组 $\begin{cases}x+y=1\\x^2-y^2=9\end{cases}$ 的解集是　　(　　)

A. $(-5,4)$　　B. $(5.\ -4)$

C. $\{(-5,4)\}$　　D. $\{(5,-4)\}$

3. 已知集合 $S=\{a,b,c\}$ 中的三个元素是 $\triangle ABC$ 的三边长，那么 $\triangle ABC$ 一定不是　　(　　)

A. 锐角三角形　　B. 直角三角形

C. 钝角三角形　　D. 等腰三角形

4. 已知集合 A 是由 $0,m,m^2-3m+2$ 三个元素组成的集合，且 $2\in A$，则实数 m 的值为　　(　　)

A. 2　　B. 3

C. 0或3　　D. 0或2或3

5. 用符号“$\in$”或“$\notin$”填空：

(1) $A=\{x|x^2-x=0\}$，则1______ A，-1______ A；

(2) $(1,2)$______ $\{(x,y)|y=x+1\}$。

6. 设 $a,b\in\mathbf{R}$，集合 $\{1,a+b,a\}=\{0,\frac{b}{a},b\}$，则 $b-a=$______。

7. 用适当的方法表示下列集合：

(1) 一年中有31天的月份的全体；

(2) 大于 -3.5 小于 12.8 的整数的全体；

(3) 梯形的全体构成的集合；

(4) 所有能被3整除的数的集合；

(5) 方程 $(x-1)(x-2)=0$ 的解集；

(6) 不等式 $2x-1>5$ 的解集.

8. 设 a,b,c 为非零实数，求 $x=\frac{a}{|a|}+\frac{b}{|b|}+\frac{c}{|c|}+\frac{|abc|}{abc}$ 的所有值组成的集合.

二、能力提升

9. 一般地，对于给定的集合 P 及运算 $*$，若对于任意的 $x,y\in P$，仍有 $x*y\in P$，则称运算 $*$ 对集合 P 是封闭的，否则称运算 $*$ 对集合 P 是不封闭的. 若集合 M 是由正整数的平方所构成的集合，则下列运算对集合 M 是封闭的是（　　）

A. 加法　　B. 减法　　C. 乘法　　D. 除法

10. 给出下列说法：

①直角坐标平面内，第一、三象限的点的集合为 $\{(x,y)|xy>0\}$；

②方程 $\sqrt{x-2}+|y+2|=0$ 的解集为 $\{2,-2\}$；

③集合 $\{(x,y)|y=1-x\}$ 与 $\{x|y=1-x\}$ 是相等的.

其中正确的是________（填写正确说法的序号）.

11. 集合 A 满足条件：若 $a\in A$，则 $\frac{1+a}{1-a}\in A(a\neq1)$. 若 $\frac{1}{3}\in A$，则集合 $A=$________.

12. 已知集合 A 中的元素均为整数，对于 $k\in A$，如果 $k-1\notin A$ 且 $k+1\notin A$，那么称 k 是 A 的一个"孤立元". 给定 $S=\{1,2,3,4,5,6,7,8\}$，由 S 的3个元素构成的所有集合中，不含"孤立元"的集合共有______个.

13. 当 a,b 满足什么条件时，集合 $A=\{x|ax+b=0\}$ 中至少有一个元素？

14. 设集合 $A=\{x|x=2k,k\in\mathbf{Z}\}$，$B=\{x|x=2k+1,k\in\mathbf{Z}\}$，若 $a\in A,b\in B$，试判断 $a+b$ 与集合 A,B 的关系.

教材课后习题答案

练习(P5)

1. (1) $\in$　$\notin$　$\in$　$\notin$

(2) $\notin$　$\because A=\{x|x^2=x\}=\{0,1\}$，$\therefore -1\notin A$；

(3) $\notin$　$\because B=\{x|x^2+x-6=0\}=\{-3,2\}$，$\therefore 3\notin B$；

(4) $\in$　$\notin$　$\because C=\{x\in\mathbf{N}|1\leqslant x\leqslant10\}=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9,10\}$，$\therefore 8\in C,9.1\notin C$.

2. (1) $\{-3,3\}$；(2) $\{2,3,5,7\}$；(3) $\{(1,4)\}$；(4) $\{x|x<2\}$.

1.1.2 集合间的基本关系

钓鱼岛列岛是由钓鱼岛、黄尾屿、赤尾屿、南小岛、北小岛和3块小岛礁等8个无人岛礁组成的一个岛屿"集合",是中国的固有领土,是中国所有岛屿所组成"集合"的"子集". 2012年9月10日,日本政府不顾中方一再严正交涉,宣布"购买"钓鱼岛及其附属的南小岛和北小岛,实施所谓"国有化",日本政府的狼子野心昭然若揭,严重伤害了中国人民的感情.中国对钓鱼诸岛及其附近海域拥有无可争辩的主权,我国的这一立场有充分的历史和法律依据,日本政府的伎俩在历史的证据面前只会显得滑稽可笑、自取其辱.

1 教材全解全析

知识点一 集合间的包含关系

1. 子集的概念

一般地,对于两个集合A,B,如果集合A中任意一个元素都是集合B中的元素,我们就说这两个集合有包含关系,称集合A为集合B的子集(subset),记作$A\subseteq B$(或$B\supseteq A$),读作"A含于B"(或"B包含A"). Venn图如图1-1-2-1.

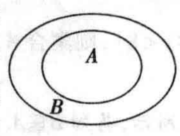


图1-1-2-1

说明:在数学中,我们经常用平面上封闭曲线的内部代表集合,这种图称为Venn图.

2. 真子集的概念

如果集合A是集合B的子集,并且B中至少有一个元素不属于A,那么集合A叫做集合B的真子集(proper subset),记作$A\subsetneqq B$(或$B\supsetneqq A$).

如果集合A是集合B的真子集,在Venn图中,就把表示A的区域画在表示B的区域的内部.

3. 空集的概念

不含任何元素的集合叫做空集(empty set),记为$\varnothing$,并规定:空集是任何集合的子集.

4. 子集、真子集的性质

由子集、真子集和空集的概念可得:

(1)空集是任何集合的子集,即$\varnothing\subseteq A$;空集是任何非空集合的真子集,即$\varnothing\subsetneqq A$;

(2)任何一个集合是它自身的子集,即$A\subseteq A$;

(3)空集只有一个子集,即它自身;

(4)对于集合A,B,C,由$A\subseteq B$,$B\subseteq C$可得$A\subseteq C$;

(5)对于集合A,B,C,由$A\subsetneqq B$,$B\subsetneqq C$可得$A\subsetneqq C$.

深化拓展

解读真子集的概念

$A\subsetneqq B$首先要满足$A\subseteq B$,其次,至少有一个元素$x\in B$且$x\notin A$,"至少有一个"包含有一个、两个、三个等.如$A=\{1,2\}$,$B=\{1,2,3,4\}$,则$A\subseteq B$,且B中有两个元素$3\notin A$,$4\notin A$,满足至少有一个元素不属于A,故$A\subsetneqq B$.

问题导学

常用数集N^*,N,R,Z,Q之间的关系用Venn图如何表示?

常用数集之间的关系为$\mathbf{N}^*\subsetneqq\mathbf{N}\subsetneqq\mathbf{Z}\subsetneqq\mathbf{Q}\subsetneqq\mathbf{R}$,用Venn图表示如图1-1-2-5.

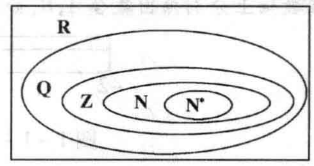


图1-1-2-5

若$A\subseteq B$,能否认为A是由B的部分元素构成的?

若$A\subseteq B$,则A有以下三种情况:

(1)A是空集;

(2)A是由B的部分元素组成的集合;

(3)A是由B的全部元素组成的集合.

故不能简单地认为"若$A\subseteq B$,则A是由B的部分元素组成的集合".

易混符号辨析

$\in$与$\subseteq$的区别	$\in$表示元素与集合之间的关系，如$\frac{1}{3}\in\mathbf{Q}$，$\frac{\sqrt{3}}{3}\notin\mathbf{Q}$
	$\subseteq$表示集合与集合之间的关系，如$\mathbf{Q}\subseteq\mathbf{R}$，$\varnothing\subseteq\mathbf{R}$
$\{0\}$与$\varnothing$的区别	$\{0\}$是含有一个元素的集合
	$\varnothing$是不含任何元素的集合，因此$\varnothing\subsetneqq\{0\}$，注意不能写成$\varnothing=\{0\}$，$\varnothing\in\{0\}$

集合的图形表示法的探究

除了用Venn图来表示集合，对于由连续实数组成的集合，通常用数轴来表示，这也属于集合表示的图示法. 注意在数轴上，若端点值是集合的元素，则用实心点表示；若端点值不是集合的元素，则用空心点表示.

用数轴表示集合$\{x|-1<x\leqslant 5\}$与$\{x|x\geqslant 3\}$分别如图1-1-2-2，图1-1-2-3所示.

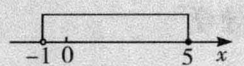


图1-1-2-2

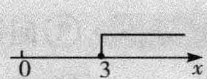


图1-1-2-3

典例 已知集合$A=\{x|x\geqslant -2\}$，集合$B=\{x|-2\leqslant x<8\}$，则集合A与B的关系是________.

解析 在数轴上分别画出集合A，B，如图1-1-2-4所示，易知$B\subsetneqq A$.

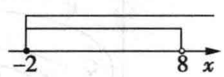


图1-1-2-4

知识点二 从子集的角度看集合的相等

如果集合A是集合B的子集($A\subseteq B$)，且集合B是集合A的子集($B\subseteq A$)，此时，集合A与集合B中的元素是一样的，因此，集合A与集合B相等，记作$A=B$.

说明：同一个集合，可以有不同的表示方法，这也是定义两个集合相等的意义所在.

深化拓展

两集合相等的两层意义

1. 若$A\subseteq B$且$B\subseteq A$，则$A=B$；
2. 若$A=B$，则$A\subseteq B$且$B\subseteq A$.

类比集合中的关系与实数中的结论

实数	集合
$a\leqslant b$包含两层含义：$a=b$或$a<b$	$A\subseteq B$包含两层含义：$A=B$或$A\subsetneqq B$
若$a\geqslant b$且$a\leqslant b$，则$a=b$	若$A\supseteq B$且$A\subseteq B$，则$A=B$
若$a\geqslant b$，$b\geqslant c$，则$a\geqslant c$	若$A\supseteq B$，$B\supseteq C$，则$A\supseteq C$

符号“$\in$”与“$\subseteq$，$\subsetneqq$”表达的含义相同吗？

不相同. “$\in$”是指元素与集合间的关系；“$\subseteq$，$\subsetneqq$”是指集合与集合间的关系. “$\in$”是集合中最基本的关系，其他关系都是由它定义出来的.

包含关系$\{a\}\subseteq A$与属于关系$a\in A$有什么区别？

包含关系$\{a\}\subseteq A$说明$\{a\}$是A的一个子集，即集合A中必含有元素a.

属于关系$a\in A$说明a是集合A中的一个元素.

$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$，$\varnothing\subsetneqq\{\varnothing\}$，$\varnothing\in\{\varnothing\}$是否正确？

以上三种表示方法都是正确的，$\{\varnothing\}$是由空集组成的一个非空集合，由于空集是任何非空集合的子集(也是真子集)，因此$\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$和$\varnothing\subsetneqq\{\varnothing\}$都正确；易知$\varnothing\in\{\varnothing\}$也是成立的，这里所表示的是元素与集合的关系.

问题导学

如何判断两个集合相等？

(1)用集合中元素的特征性质判断

集合A中的元素与集合B中的元素相同，则集合$A=B$.

(2)从集合的包含角度判断

若$A\subseteq B$且$B\subseteq A$，则$A=B$. 事实上，$A\subseteq B$即对任意$x\in A$，都有$x\in B$；同时若$B\subseteq A$，则对任意$x\in B$，都有$x\in A$，这也说明集合A与集合B的元素相同.

说明：对于元素较少的有限集，可用列举法将元素列举出来，说明两集合中的元素完全相同，从而得出两集合相等；若是无限集，可说明两集合具有相互包含关系，从而得出两集合相等.

2 典例分类详解

题型一 有限集合子集、真子集的确定

典例1 设 $A=\{x|(x^2-16)(x^2+5x+4)=0\}$，写出集合 A 的子集，并指出其中哪些是它的真子集.

思维导图

确定集合 A 中的元素 → 根据子集中的元素个数进行分类 → 不重不漏地写出 A 的子集和真子集

解析 由 $(x^2-16)(x^2+5x+4)=0$ 得 $(x-4)(x+1)(x+4)^2=0$，则方程的根为 $x=-4$ 或 $x=-1$ 或 $x=4$.

故集合 $A=\{-4,-1,4\}$，

由0个元素构成的子集为：$\varnothing$；

由1个元素构成的子集为：$\{-4\}$，$\{-1\}$，$\{4\}$；

由2个元素构成的子集为：$\{-4,-1\}$，$\{-4,4\}$，$\{-1,4\}$；

由3个元素构成的子集为：$\{-4,-1,4\}$.

因此集合 A 的子集为：$\varnothing$，$\{-4\}$，$\{-1\}$，$\{4\}$，$\{-4,-1\}$，$\{-4,4\}$，$\{-1,4\}$，$\{-4,-1,4\}$，真子集为：$\varnothing$，$\{-4\}$，$\{-1\}$，$\{4\}$，$\{-4,-1\}$，$\{-4,4\}$，$\{-1,4\}$.

技巧点拨

在写含有2个元素的子集时，先从第1个元素开始，第1个元素与其后的每个元素搭配，然后不看第1个元素，再将第2个元素与其后的每个元素搭配，……以保证不重不漏.

典例2 满足 $\{1,2\}\subsetneqq M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$ 的集合 M 有________个.

思维导图

由 $\{1,2\}\subsetneqq M$ 可知 M 中含有1,2且还有其他元素 → 由 $M\subseteq\{1,2,3,4,5\}$ 可知其他元素在3,4,5中选择 → 根据 M 的特征不重不漏地写出所有集合

解析 由题意可以确定集合 M 必含有元素1,2，且含有元素3,4,5中的至少一个，因此依据集合 M 的元素个数分类如下：

含有三个元素：$\{1,2,3\}$，$\{1,2,4\}$，$\{1,2,5\}$；

含有四个元素：$\{1,2,3,4\}$，$\{1,2,3,5\}$，$\{1,2,4,5\}$；

含有五个元素：$\{1,2,3,4,5\}$.

故满足题意的集合 M 共有7个.

规律总结》

有限集子集的确定问题，求解关键有三点：

(1)确定所求集合；

(2)合理分类，按照子集所含元素的个数依次写出；

(3)注意两个特殊的集合，即空集和集合本身.

拓展·变式1. (1)已知集合 $A=\{-1,0,1\}$，则含有元素0的 A 的子集共有 ( )

A. 2个　　B. 4个　　C. 6个　　D. 8个

(2)集合 $A=\{x|0\leqslant x<3,x\in\mathbf{N}\}$ 的真子集的个数是 ( )

A. 16　　B. 8　　C. 7　　D. 4

题型二 集合间关系的判断

典例3 指出下列各组集合之间的关系：

(1) $A=\{-1,1\}$，$B=\{(-1,-1),(-1,1),(1,-1),(1,1)\}$；

(2) $A=\{x|x$ 是等边三角形$\}$，$B=\{x|x$ 是等腰三角形$\}$；

(3) $M=\{x|x=2n-1,n\in\mathbf{N}^*\}$，$N=\{x|x=2n+1,n\in\mathbf{N}^*\}$.

思维导图

弄清集合中的元素是什么，有什么特征 → 判断对应两集合间的关系

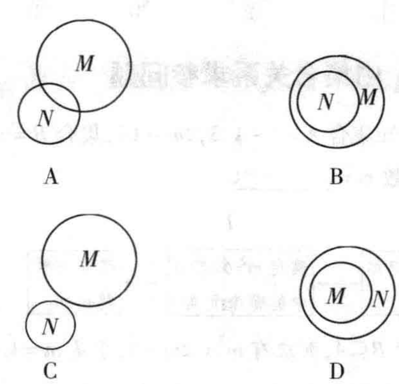
解析 (1)集合 A 的代表元素是数，集合 B 的代表元素是有序实数对，故 A 与 B 之间无包含关系.

(2)等边三角形是三边相等的三角形，等腰三角形是两边相等的三角形，故 $A\subsetneqq B$.

(3)**方法一** 两个集合都表示正奇数组成的集合，但由于 $n\in\mathbf{N}^*$，因此集合 M 含有元素"1"，而集合 N 不含元素"1"，故 $N\subsetneqq M$.

方法二 由列举法知 $M=\{1,3,5,7,\cdots\}$，$N=\{3,5,7,9,\cdots\}$，所以 $N\subsetneqq M$.

典例4 能正确表示集合 $M=\{x\in\mathbf{R}|0\leqslant x\leqslant2\}$ 和集合 $N=\{x\in\mathbf{R}|x^2-x=0\}$ 关系的Venn图是



思维导图

明确 M,N 中的元素 → 确定两集合间的关系 → 选择对应的Venn图

解析 解 $x^2-x=0$ 得 $x=1$ 或 $x=0$，故 $N=\{0,1\}$，易得 $N\subsetneqq M$，其对应的Venn图如选项B所示.

答案 B