

机械设计师
入门系列



JIXIE SHEJISHI
RUMEN XILIE

机械振动噪声 设计入门

JIXIE ZHENDONG ZAOSHENG
SHEJI RUMEN

■ 李增光 编著



化学工业出版社

机械设计师
入门系列



JIXIE SHEJISHI
RUMEN XILIE

机械振动噪声 → 设计入门

JIXIE ZHENDONG ZAOSHENG
SHEJI RUMEN

李增光 编著



化学工业出版社

· 北京 ·

图书在版编目 (CIP) 数据

机械振动噪声设计入门/李增光编著. —北京: 化学工业出版社, 2013. 1
(机械设计师入门系列)
ISBN 978-7-122-15286-2

I. ①机… II. ①李… III. ①机械振动-振动控制
②机器噪声-噪声控制 IV. ①TH113. 1②TB533

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2012) 第 210922 号

责任编辑: 王 烨
责任校对: 宋 夏

文字编辑: 项 激
装帧设计: 韩 飞

出版发行: 化学工业出版社 (北京市东城区青年湖南街 13 号 邮政编码 100011)
印 装: 化学工业出版社印刷厂
787mm×1092mm 1/16 印张 12½ 字数 322 千字 2013 年 3 月北京第 1 版第 1 次印刷

购书咨询: 010-64518888 (传真: 010-64519686) 售后服务: 010-64518899
网 址: <http://www.cip.com.cn>
凡购买本书, 如有缺损质量问题, 本社销售中心负责调换。

定 价: 48.00 元

版权所有 违者必究



机械振动与噪声是机电设备运行过程中普遍存在的现象。通过合理设计,有效地控制机械振动与噪声,不仅可以提高机电设备的可靠性、延长使用寿命等,而且可以满足人们对工作和生活环境质量的要求。因此,机械振动噪声问题日益成为工程设计的关注焦点,具备一定的机械振动与噪声设计的基础知识成为工程师们必不可少的基本素养。

本书是在综合国内外该领域主要书籍及期刊论文中相关内容,并结合编者设计体会的基础上完成的。书中内容沿着“先介绍振动与噪声理论基础及控制技术知识、后结合实例阐述基础知识在设计中的应用”的思路进行编排。作为机械振动噪声设计入门书籍,本书内容主要涉及线性振动和声学领域,重点在于介绍基本概念及方法,突出工程设计应用。本书对线性机械振动学和声学的基础知识,以及相应的控制技术进行较为系统的、全面的介绍,并通过丰富的设计实例体现出相关知识的工程应用。

本书分为6章。内容包括:绪论;线性机械振动学与声学的基础知识;噪声的评价与测量;机械振动与噪声的控制技术;机械振动与噪声的设计流程;机械振动噪声的工程设计实例。

本书由李增光编著。上海交通大学吴天行教授在百忙之中为本书提出宝贵建议,在此表示真诚的感谢。

另外,符蓉、李冰融、习猛、李欣、周洋、周成、夏倩、金玉龙、丁振东、万淑敏、柴象海、冯国平为本书的编写提供了帮助,在此一并表示感谢。

由于编者水平有限,书中难免有不妥之处,敬请读者批评指正。

编者



第 1 章 绪论 1

1.1 机械振动概述	1
1.1.1 机械振动的基本概念	1
1.1.2 机械振动问题及其解决方法	1
1.2 机械噪声概述	2
1.2.1 声音与声波	2
1.2.2 机械噪声及其分类	3
1.2.3 机械噪声控制方法	4

第 2 章 振动与声学基础 5

2.1 离散系统振动	5
2.1.1 单自由度系统的自由振动	5
2.1.2 单自由度系统的强迫振动	11
2.1.3 多自由度系统	15
2.2 连续系统振动	20
2.2.1 杆的纵向振动和扭转振动	21
2.2.2 梁的横向振动	22
2.2.3 薄板的横向振动	25
2.3 机械振动测量简介	26
2.3.1 振动测量仪器	28
2.3.2 机械振动特性参数的测量	34
2.4 声学基础	35
2.4.1 声波波动方程	35
2.4.2 声源与声场	37
2.4.3 声音的传播	43
2.4.4 声辐射	46

第 3 章 噪声的评价与测量 53

3.1 噪声的评价	53
3.1.1 噪声的度量	53
3.1.2 人耳的听觉特性和等响曲线	55

3.1.3 噪声的主观评价指标	57
3.1.4 噪声频谱分析	58
3.2 噪声测量仪器	61
3.2.1 传声器	61
3.2.2 声级计	63
3.2.3 记录和分析仪	65
3.3 噪声测量方法	66
3.3.1 声级测量	67
3.3.2 声功率测量	68
3.3.3 声强测量	73
3.3.4 声成像测量	75

第4章 振动与噪声控制技术 **78**

4.1 振动噪声限值标准与规范	78
4.1.1 振动噪声对环境与设备的危害及影响	78
4.1.2 振动限值标准与规范	80
4.1.3 噪声限值标准与规范	81
4.2 机械工程中的振动与噪声源	82
4.2.1 机械工程中典型振动源	82
4.2.2 机械工程中典型噪声源	86
4.3 振动噪声控制途径和方法	90
4.3.1 振源控制	90
4.3.2 振动传递路径的控制	91
4.3.3 振动接受端的控制	91
4.3.4 噪声源控制	92
4.3.5 噪声传播途径的控制	92
4.3.6 噪声接受端的控制	92
4.4 振动隔离	92
4.4.1 隔振原理	93
4.4.2 隔振设计步骤与要点	95
4.4.3 常用隔振器	98
4.5 阻尼减振	101
4.5.1 阻尼减振原理	102
4.5.2 阻尼类型	104
4.5.3 阻尼材料与阻尼结构	106
4.5.4 干摩擦阻尼减振器	109
4.5.5 流体阻尼减振器	110
4.6 振动吸收	110
4.6.1 动力吸振器原理	110
4.6.2 无阻尼动力吸振器	111
4.6.3 阻尼动力吸振器	112

4.6.4	复式动力吸振器	114
4.6.5	动力吸振器设计步骤	116
4.7	吸声降噪	117
4.7.1	吸声评价方法与测量	117
4.7.2	吸声系数与吸声量	119
4.7.3	吸声材料	120
4.7.4	吸声结构	123
4.8	隔声降噪	127
4.8.1	隔声原理	127
4.8.2	单层匀质薄板的隔声性能	130
4.8.3	双层板结构的隔声性能	130
4.8.4	轻型组合结构的隔声性能	133
4.8.5	隔声罩	134
4.8.6	隔声屏	135
4.9	消声器	137
4.9.1	消声器的类型与性能评价	137
4.9.2	阻性消声器	139
4.9.3	抗性消声器	141
4.9.4	阻抗复合式消声器	144

第5章 振动噪声设计流程 145

5.1	振动噪声的综合控制	145
5.1.1	振动噪声源的控制	145
5.1.2	振动噪声能量传递控制	145
5.1.3	振动噪声接受体的控制	146
5.2	振动噪声设计的原则与方法	146
5.2.1	振动噪声设计原则	146
5.2.2	振动噪声设计方法	147

第6章 振动噪声设计实例 148

6.1	内燃机振动控制实例	148
6.1.1	内燃机振动及其控制概述	148
6.1.2	内燃机装置整机振动	149
6.2	锻锤隔振设计实例	155
6.2.1	锻锤的隔振计算	155
6.2.2	锻锤隔振基础的设计步骤	157
6.2.3	设计举例——5t模锻锤隔振基础设计	159
6.3	基于动力吸振器的客车动力总成振动控制实例	161
6.3.1	振动原因分析	161
6.3.2	动力吸振器设计	162

6.3.3 动力吸振器效果试验验证	163
6.4 风机噪声控制实例	163
6.4.1 前向离心风机吸声蜗壳降噪	164
6.4.2 回转鼓风机噪声控制	167
6.5 空气压缩机噪声控制实例	169
6.5.1 空气压缩机噪声源	169
6.5.2 空气压缩机噪声控制途径	170
6.5.3 噪声控制实例	171
6.6 空调系统噪声控制实例	175
6.6.1 空调系统的消声设计	175
6.6.2 空调系统消声设计计算实例	177
6.7 齿轮传动及变速器振动噪声控制实例	180
6.7.1 齿轮传动的阻尼减振技术实例	180
6.7.2 变速器齿轮啸叫声控制实例	183
6.8 柴油发电机组振动噪声控制实例	185
6.8.1 研究对象及问题描述	186
6.8.2 隔振设计及分析	187
6.8.3 隔声设计及分析	189

参考文献	192
-------------------	------------

第1章 绪论

1.1 机械振动概述

1.1.1 机械振动的基本概念

机械振动是指物体在其平衡位置附近来回往复的运动。现实生活中,振动现象时刻存在。有些振动现象对人类有益或能为人类所利用,如拨动琴弦产生的美妙音乐、振动筛、振动输送及振动破碎的机械。但对于大多数机械和结构,振动往往是有害的,它不仅使振动机械自身构件附加动应力,缩短构件寿命,甚至造成灾难性事故,而且影响周围机器的工作性能及人居环境等。例如,振动引起轴系断裂,使精密仪器无法工作,大地震引起房屋倒塌、桥梁破坏等。因此,研究机械振动的目的有两方面,一是掌握机械振动的规律,利用振动为人类造福;二是设法减少振动的危害。

工程实际中的机械系统往往比较复杂,直接对其进行振动研究存在一定困难,且也没有必要。作为一门工程学科,机械振动是借助于模型进行研究的。模型是根据工程实际需要,将实际事物进行科学的抽象化后得到的,它能更深刻地反映实际。

任何机器、结构或其零部件,由于具有弹性与质量,都可能发生振动,它们都是振动系统。对振动系统进行模型研究时,自由度是一个重要概念,即确定一个振动系统在振动过程中任何瞬时的空间位置所需要的独立坐标的数目。根据自由度数目的多少,振动系统模型可分为两大类:离散系统(或称集中参数系统)与连续系统(或称分布参数系统)。

离散系统通常是由质量、刚度和阻尼三种基本集中参数元件以一定形式组成的,具有有限的自由度数目。质量(包括转动惯量)模型只具有惯性;弹簧模型只具有弹性,其自身质量可略去不计;阻尼模型既不具有惯性,也不具有弹性,属于耗能元件,在有相对运动时产生阻力。离散系统的运动,在数学上用常微分方程来描述。

连续系统是由弹性体元件组成的。典型的弹性体元件有杆、梁、轴、板、壳等。由于弹性体的惯性、弹性与阻尼是连续分布的,故亦称分布参数系统,自由度数目是无限的。连续系统的运动在数学上用偏微分方程来描述。

1.1.2 机械振动问题及其解决方法

在振动研究中,通常把研究的对象(如一台机器或一个结构)称为系统,把外界对系统的作用称为激励或输入,把机器或结构在外界作用下产生的动态行为称为响应或输出。振动问题所涉及的三个基本方面可用图 1-1 表示。针对这三个方面,振动问题可归结为

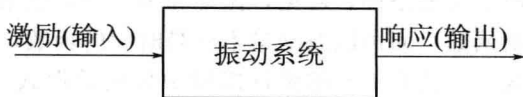


图 1-1 振动系统框图

如下三类。

(1) 响应分析

响应分析是在已知系统参数及外界激励的条件下求系统的响应,包括位移、速度、加速度和力的响应,由此可进一步分析机械或结构的强度、刚度和允许的振动能量水平。通常,振动响应分析又称振动的正问题。

(2) 系统设计和系统辨识

系统设计和系统辨识是已知系统的激励和响应求系统参数,两者区别在于:对于前者,系统尚不存在,需要设计合理的系统参数,使系统在已知激励下达到给定的响应水平;对于后者,系统已经存在,需要根据测量获得的激励和响应识别系统参数,以便更好地研究系统特性。

(3) 系统设计和系统辨识

环境预测是在已知系统响应和系统参数的条件下,确定系统的激励或系统周围的环境。它与振动响应分析相反,因此又称振动的逆问题。

解决机械振动问题可采用理论分析和试验研究两种方法。采用理论分析法时,首先需建立振动系统的力学模型和数学模型,然后采用数学公式推导获得解析解或通过电子计算机获得数值解;采用试验研究方法时,模拟系统的工作条件施加已知激励,测试系统的响应,来验证理论分析结果,或研究系统的固有特性。随着测试和分析仪器的发展和完善,振动试验已成为一种独立的解决振动问题的方法。理论分析和试验研究的方法相互补充,相互促进,为解决复杂的工程问题创造了极为有利的条件。

1.2 机械噪声概述

1.2.1 声音与声波

一般而言,声音是人耳对物体振动引起的周围空气压力波动的主观感觉。例如,击鼓后鼓膜做自由振动时,周围空气形成密部(压缩区)和疏部(扩张区),并由近及远地传播(图1-2),人耳接受空气压力的扰动,由听神经传到大脑,听到了声音。可见,人耳感觉声

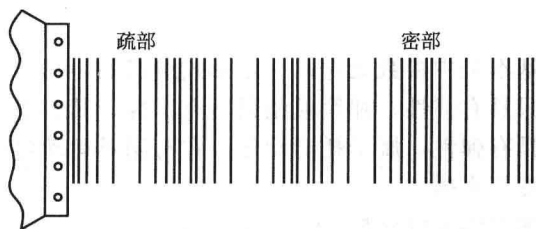


图 1-2 击鼓后鼓膜振动产生的声波

音有两个条件:一是物体振动的传播,二是人的神经系统感觉耳鼓膜的振动。后者属于生理声学的范畴,而本书重点讨论前者,即物体振动及其在周围弹性媒质中传播(声波)的特性。

广义的声波是指弹性媒质中质点机械振动由近及远的传播,弹性媒质包括固体、液体和气体。由于人耳的鼓膜只能与流体直接接触,

所以通常所指的声波是流体介质中的机械振动,主要考虑的介质是空气和水。关于声波的产生、传播、接收、效应及控制构成声学的研究领域。

声音是由物体振动引起的,引起媒质质点振动的物体称为声源,声源和弹性媒质是产生声波的必要条件。可见,振动和声波密切联系,物体振动是声波形成的前提。振动量仅是时间的函数,而声波波动量不仅是时间的函数,还是空间的函数,声波波动量存在的空间称为声场。声波在不同的弹性媒质中传播的形式不同。由于空气只有压缩弹性,不能承受剪切力,因此空气中媒质质点的振动方向与声波传播方向一致,这种波成为纵波或压缩波。在液



体中,质点的运动方向与波的传播方向垂直,称为横波或剪切波。固体媒质既有压缩弹性,又有剪切弹性,因此固体中不仅存在压缩波与剪切波,还存在着由不同方向的弹性组合而成的弯曲波、扭转波等。需要说明的是,声传播是弹性媒质能量的传递过程,媒质中各部分质点皆在各自的平衡位置附近运动,而质点的平衡位置并不移动。

声波可以区分为周期性声波和非周期性声波。最简单的周期性声波是纯音,它是由简谐振动产生的频率固定并按正弦变换的声波。复杂声波是由一些频率不同的简单声波组成。声波在传播过程时有声压、质点振动位移、质点振动速度等几个可测量的物理量,最常用的是声压。与振动的定义类似,声压是指由声波扰动引起的空气绝对压强与平衡状态压强之差,即相对于平衡状态压强的波动量。可见,声压是一种逾量压强,可正可负,在空气的密部声压为正,在空气的疏部声压为负。简谐声波可以表示为,

$$A(t) = A_p \sin(\omega t + \theta) \quad (1-1)$$

式中, A_p 为声压幅值; ω 为角频率; θ 为初相位。角频率 $\omega = 2\pi f$, f 为频率,即周期 T 的倒数,表示在单位时间内重复出现的次数,单位为赫兹 (Hz)。

描述声波还有一些基本参数,如下。

① 波长 声波波长是周期波两个相邻等声压点之间的距离,常用 λ 表示。对简谐声波而言,声波在时间域中的周期和频率与声源相同,声源每振动一次(时间为 $1/f$),相应的声波在空间前进一个完成的简谐波长 λ ,假设空气中声速为 c ,则

$$\lambda = c/f \quad (1-2)$$

即波长等于声速和频率之比。

② 波数 由于简谐声波为周期函数,其数量每增加 2π 弧度,函数值就重复。根据周期条件 $k\lambda = 2\pi$,可得波数表示为

$$k = 2\pi/\lambda = \omega/c \quad (1-3)$$

③ 声速 声速为每秒钟声波传播的距离。空气中声速可以表示为

$$c = \sqrt{\frac{\gamma p_0}{\rho}} \quad (1-4)$$

式中, p_0 为大气静压强; ρ 为空气密度; γ 为空气比热容 ($\gamma = 1.4$)。室温时,空气中声速大约为 340m/s 。

人耳的听觉具有很大的动态范围,可听声的频率范围为 $20\text{Hz} \sim 20\text{kHz}$ 。低于 20Hz 的称为次声,人耳听不见次声,但仍会受到其影响。高于 20kHz 的声波称为超声,人们察觉不出超声的存在,超声也不会对人体造成危害。人耳能够听见的最低声压称为听阈,能够承受的最高声压称为痛阈。

1.2.2 机械噪声及其分类

噪声是人们不想要的声音,它与受者的主观要求密切相关,同一种声音在不同的时间或地点,对于不同的人,会有不同的效应。例如,悦耳的音乐对于夜晚想要入睡的人就是一种噪声。因此,噪声与声波本身的特性没有必然的关系。从物理学的观点看,噪声是由许多不同频率与强度的声波无规律地组合而成的,它的时域信号杂乱无章,频域信号包含一定的连续宽带频谱,这类声波容易给人以烦躁的感觉;同时,其强度往往超过受者所能承受的限度。

机械噪声可以从噪声源与噪声传递的媒质去分类。

按照噪声源所属的种类分,可以分为机床噪声、汽轮机噪声、柴油机噪声、空压机噪声、通风机噪声、水泵噪声、齿轮噪声等。

从声源形成的机理出发,机械噪声主要分为两类:一类是机械结构振动噪声,是机械运行过程中机械零部件相互间撞击、摩擦以及力的传递,使机械构件(尤其是板壳构件)产生强烈振动而辐射的噪声;另一类是流体动力性噪声,是由流体中存在的非稳定过程、湍流或其他压力脉动、流体与管壁或其他物体相互作用而产生的管内噪声或出入口处的辐射噪声。

按照声波传递的媒质分类,噪声可分为空气噪声和结构噪声。从噪声源经由空气途径(包括通过隔墙)传播到接受点的噪声,称为空气噪声;由噪声源经固体结构传递到接受点附近的构件,再由构件声辐射到接受处的噪声,称为结构噪声。

1.2.3 机械噪声控制方法

如图 1-3 所示,任何一个声学系统均包括声源、传递途径和受者三部分。因此,相应地可从声源、路径和受者三个环节控制机械噪声。通过对这三个环节的分析,采取相应的措施以减小声源对受者的危害,称为噪声控制。

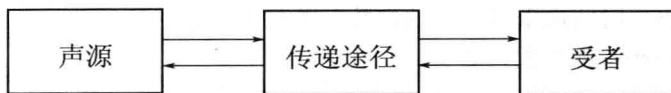


图 1-3 声学系统框图

对机械噪声的控制,最根本和最有效的办法是对噪声源本身的控制。声源的种类不同,其控制方法也不同。对于机械结构噪声源,主要是控制机械的振动,包括机械振动本身的控制和机械振动传播的控制(即固体声传播控制),前者是机械系统的设计问题,后者则是隔振措施的设计问题。对于空气动力性噪声源,要控制气体振动的产生,要防止气体中的压力突变和涡流等。为了控制振源,在机械的技术设计阶段中,应该将噪声作为重要的设计指标,根据设计图纸对噪声做出预报,若不能达到预测的目标,则进行修改,以实现机械的低噪声设计。在低噪声结构设计中,要对那些可能出现交变力的工作方式、工作过程或零部件(包括构形、材料和加工等)给予足够的重视。例如,用连续运动代替不连续运动,改变运动部件的平衡,用液压代替机械力传递,管道进出口要有足够的截面保持较低的流速,流体管道内形状、光洁度要适合流动,管道之间合理过渡,尽量采用密度大和内阻尼高的材料,提高相互滑动或滚动表面的加工精度等。对于已投入运行的高噪声机械设备,需要通过测量分析,识别主要的噪声源,并根据其特性采取相应的措施。

传递路径中的控制是最常用的办法,因为机械已经完成后,再从噪声源上来控制噪声有很大局限性,但从路径上的处理却大有可为。通过限制和改变噪声的传递路径,使噪声在传播过程中衰减,以达到减少传递到受者能量的目的。控制声音在室内外、结构内和管道内的传播可以利用障壁、吸声材料、刚性结构的截面突变、阻塞孔洞、消声器、隔声罩、用封闭的隔声间使噪声局限在声源附近的方法。

当采取控制技术措施后,噪声仍不能满足要求时,必须对受者采取防护措施。常用方法有减少受者在噪声中的逗留时间,带耳塞、耳罩或头盔,以及建造隔声控制室等。

上述噪声控制方法中不需要使用额外的能源,属于噪声被动控制技术。当上述方法不能达到预期目的时,可利用声的波动性,根据声波的干涉原理,由电子线路产生一个与噪声相位相反的声波,通过声波的干涉抵消噪声,达到降噪的目的,这属于噪声主动控制方法。例如近年来已开发使用的有源声屏障技术。

第2章 振动与声学基础

线性系统是真实系统的一种简化模型,它满足叠加性和齐次性,其形式简单且能较好地反映系统的动力学特性。因此,本章以线性振动和声学系统为研究对象,即假设媒质在其平衡位置做微幅运动,忽略了运动方程、连续性方程及物态方程等中的二阶以上的微量,进行了线性化处理。

2.1 离散系统振动

2.1.1 单自由度系统的自由振动

单自由度振动系统是最简单的振动系统,通常由一个质量元件、一个弹簧元件和一个阻尼元件组成,是一种理想化的力学模型。例如,弹性安装的柴油机就可简化为一个单自由度系统,柴油机可视为质量块,其下的隔振器可用弹簧-阻尼器模拟。自由振动是指系统受初始扰动或原有的外激励取消后产生的振动,能反映出振动系统的固有特性。

如图 2-1 所示的单自由度系统,由质量块 m 、弹簧 k 和黏性阻尼器 c 组成,研究质量块 m 在垂直方向上的运动。在重力作用下,当质量块 m 处于静平衡位置时弹簧 k 有一定的拉伸量 Δ ,因此

$$k\Delta = mg \quad (2-1)$$

式中, m 为质量块的质量, kg; k 为弹簧的刚度, N/m; g 为重力加速度, m/s^2 。

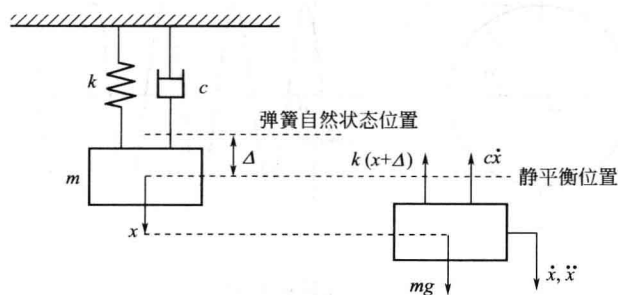


图 2-1 单自由度系统自由振动模型

取静平衡位置为坐标原点,向下为正方向,见图 2-1。假设质量 m 受到初始扰动到达位置 x 处,此时其速度和加速度分别为 $\dot{x}$ 和 $\ddot{x}$ 。受力分析表明,质量 m 同时受到弹簧恢复力、阻尼器的阻尼力及自身重力的作用。根据牛顿第二定律,可以得到

$$m\ddot{x} = mg - k(x + \Delta) - c\dot{x} \quad (2-2)$$

式中, c 为黏性阻尼器的阻尼系数, $\text{N} \cdot \text{s/m}$ 。对于黏性阻尼器,其阻尼力等于阻尼系数与相对速度的乘积。

将式(2-1)代入式(2-2), 经过整理后可得到单自由度系统自由振动的微分方程

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (2-3)$$

式(2-3)中左侧第1~3项依次对应于惯性力项、阻尼力项和弹性恢复力项。下面讨论系统做自由振动的特性及对初始扰动的响应。

(1) 无阻尼系统的振动特性

如果系统阻尼 $c=0$, 则由式(2-3)得到无阻尼单自由度系统的自由振动微分方程

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2-4)$$

方程式(2-4)为最简单的二阶齐次常数系数线性微分方程, 根据相关数学知识可设方程式(2-4)的解为 $x(t) = Ae^{st}$, A 为常数, s 为复变量, 代入方程式(2-4)可得到特征方程式

$$ms^2 + k = 0 \quad (2-5)$$

定义系统的固有圆频率 ω_n 为

$$\omega_n = \sqrt{k/m} = 2\pi f_n \quad (2-6)$$

式中, f_n 为系统的固有频率, Hz。而 ω_n 的单位为 rad/s。

利用式(2-6), 则特征方程式(2-5)的特征值可表示为 $s_{1,2} = \pm i\omega_n$, i 为单位虚数, 而方程式(2-4)的解可表示为

$$x(t) = A_1 \cos \omega_n t + A_2 \sin \omega_n t = X \sin(\omega_n t + \varphi) \quad (2-7)$$

式中, A_1 、 A_2 、 X 和 φ 为待定的常数, 可以由系统初始条件 $x(0) = x_0$ 和 $\dot{x}(0) = \dot{x}_0$ 确定, 即

$$A_1 = x_0, A_2 = \dot{x}_0 / \omega_n, X = \sqrt{x_0^2 + (\dot{x}_0 / \omega_n)^2}, \varphi = \arctan(\omega_n x_0 / \dot{x}_0) \quad (2-8)$$

其中, X 称为振幅, 即振动物体离开其平衡位置的最大距离; φ 称为初相角。

由式(2-7)可看出, 无阻尼单自由度系统的自由振动属于简谐振动, 见图 2-2, 相当于模为 X 、初相位为 φ 、角速度为 ω_n 的逆时针旋转矢量在虚轴上的投影; 由式(2-6)可见, 振动的固有频率仅与系统本身的元件参数有关, 系统固有频率的平方与系统的刚度成正比, 与系统的质量成反比。

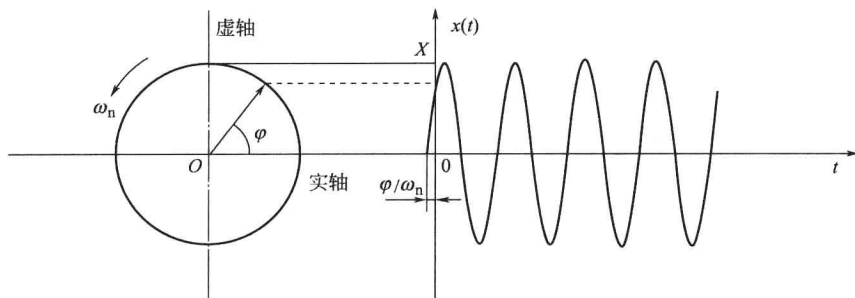


图 2-2 简谐振动曲线

由式(2-1)可得到 $k = mg/\Delta$, 代入式(2-6)后可得到系统固有频率的另一种表示方式

$$\omega_n = \sqrt{g/\Delta} \quad (2-9)$$

(2) 黏性阻尼系统的振动特性

具有黏性阻尼的单自由度系统做自由振动时, 其微分方程如式(2-3)所示。根据微分方程解的理论, 可设方程式(2-3)的解为 $x(t) = Ae^{st}$, 代入方程式(2-3)后可得到特征方程

$$ms^2 + cs + k = 0 \quad (2-10)$$

解方程式(2-10)可得到特征值



$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \sqrt{\frac{c^2}{4m^2} - \frac{k}{m}} \quad (2-11)$$

定义临界阻尼系数 c_c 和阻尼比 ξ 为

$$c_c = 2\sqrt{km}, \xi = \frac{c}{c_c} \quad (2-12)$$

则, 式(2-11) 可表示为

$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\xi^2 - 1} \quad (2-13)$$

由式(2-12) 可见, 阻尼比 ξ 与系统的阻尼系数、刚度和质量相关, 是系统的一个特征参数。因此从式(2-13) 出发, 讨论系统的阻尼比 $\xi > 1$ 、 $\xi = 1$ 和 $\xi < 1$ 三种情况。

① 当 $\xi > 1$ 时, 属于过阻尼情况, 方程式(2-3) 的解为

$$x(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t} \quad (2-14)$$

式中, A_1 和 A_2 为待定常数, 可根据系统的初始条件确定, 即

$$A_1 = \frac{\dot{x}_0 - x_0 s_2}{s_1 - s_2} \quad A_2 = \frac{\dot{x}_0 - x_0 s_1}{s_2 - s_1} \quad (2-15)$$

则, 式(2-14) 可表示为

$$x(t) = \frac{1}{s_1 - s_2} [(\dot{x}_0 - x_0 s_2) e^{s_1 t} + (x_0 s_1 - \dot{x}_0) e^{s_2 t}] \quad (2-16)$$

根据式(2-16) 可作出过阻尼系统的运动曲线, 见图 2-3, 可见此时系统做衰减运动, 而不是振动。

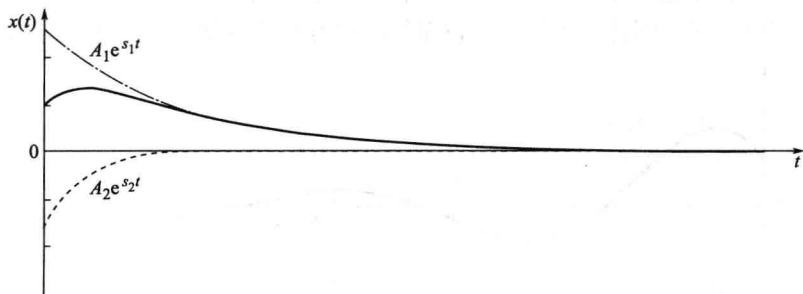


图 2-3 过阻尼系统 $x-t$ 曲线

② 当 $\xi = 1$ 时, 属于临界阻尼情况, 此时 $s_1 = s_2 = s = -\omega_n$, 则方程式(2-3) 的解为

$$x(t) = (A_1 + A_2 t) e^{st} \quad (2-17)$$

根据系统的初始条件确定待定常数 A_1 和 A_2 后, 式(2-17) 可写为

$$x(t) = [x_0 + (\dot{x}_0 - x_0 s) t] e^{st} \quad (2-18)$$

根据式(2-18) 可分别作出初速度大于、等于和小于零时临界阻尼系统的运动曲线, 见图 2-4。可见, 此时系统运动也不是振动, 而是衰减运动。临界阻尼值对系统设计具有重要意义, 当等效的单自由度系统的阻尼系统等于临界阻尼时, 系统对初始扰动下回复到零位的响应时间最短。

③ 当 $\xi < 1$ 时, 属于弱阻尼情况, 此时 s_1 和 s_2 为一对共轭复数, 即

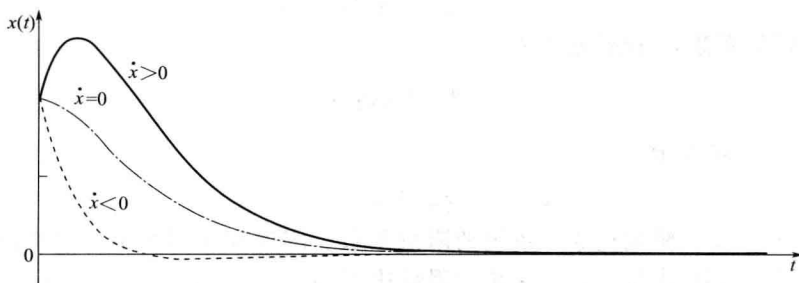
$$s_{1,2} = -\xi\omega_n \pm i\omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2-19)$$

定义系统有阻尼固有圆频率为

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2-20)$$

则, 方程式(2-3) 的解为

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} (A_1 e^{i\omega_d t} + A_2 e^{-i\omega_d t}) = e^{-\xi\omega_n t} (B_1 \cos\omega_d t + B_2 \sin\omega_d t) \quad (2-21)$$

图 2-4 临界阻尼系统 $x-t$ 曲线

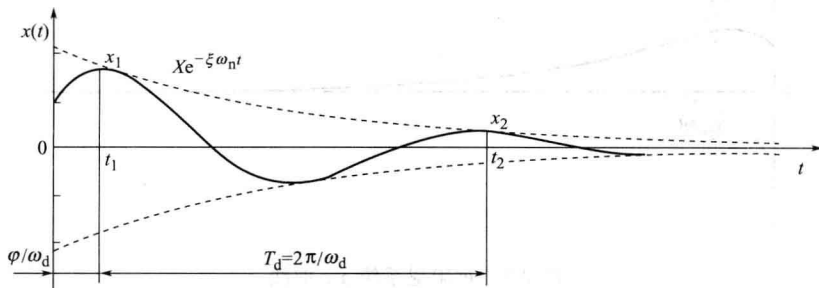
根据系统的初始条件确定待定常数 B_1 和 B_2 后, 式(2-21) 可写为

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \left(x_0 \cos\omega_d t + \frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d} \sin\omega_d t \right) = X e^{-\xi\omega_n t} \sin(\omega_d t + \varphi) \quad (2-22)$$

式中

$$X = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0}{\omega_d} \right)^2}, \quad \varphi = \arctan \left(\frac{\omega_d x_0}{\dot{x}_0 + \xi\omega_n x_0} \right) \quad (2-23)$$

根据式(2-23) 可作出弱阻尼系统的运动曲线, 见图 2-5。可见, 此时系统做振幅按指数衰减的准周期振动。准周期为 $T_d = 2\pi/\omega_d$, 衰减振动曲线的包络线为 $\pm X e^{-\xi\omega_n t}$ 。从式(2-22) 可看出, $\omega_d < \omega_n$, 但是当阻尼比较小时, ω_d 和 ω_n 的误差相当小, 即使当阻尼比 $\xi = 0.5$ 时, ω_d 与 ω_n 的比值约为 0.866。因此, 工程中讨论系统的固有频率或周期时, 往往忽略系统的阻尼。

图 2-5 弱阻尼系统 $x-t$ 曲线

但是, 阻尼对振幅的影响却非常显著。如图 2-5 所示, 相邻两次振动的振幅 x_1 与 x_2 出现在瞬时 t_1 和 t_2 , 因 $t_2 = t_1 + T_d$, 故有

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{X e^{-\xi\omega_n t_1}}{X e^{-\xi\omega_n (t_1 + T_d)}} = e^{\xi\omega_n T_d} \quad (2-24)$$

可见, 在一个周期的时间内, 振幅缩减到初始值的 $1/e^{\xi\omega_n T_d}$, 振幅按几何级数衰减。在微小阻尼 $\xi = 0.05$ 的作用下, 经过 10 个周期, 经计算后可知振幅将减小到初值的 4.3%, 可见衰减振动一般将迅速停息。

前后相邻的任意两次振动的振幅之比的自然对数, 称为对数衰减, 记为 δ , 即

$$\delta = \ln \frac{x_1}{x_2} = \xi\omega_n T_d \quad (2-25)$$

因为衰减振动的准周期 $T_d = 2\pi/\omega_d$, 故

$$\delta = \frac{2\pi\xi\omega_n}{\omega_d} = \frac{2\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}} \quad (2-26)$$

即对数衰减表示为唯一的变量 ξ 的函数, 见图 2-6。在阻尼不大时, $\xi^2 \ll 1$, 有近似式

$$\delta \approx 2\pi\xi \quad (2-27)$$

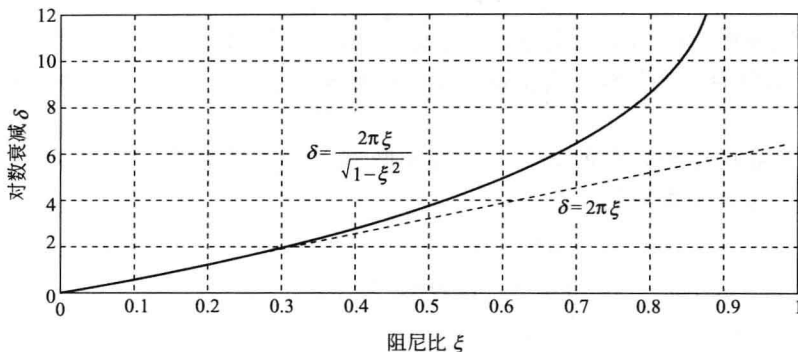


图 2-6 对数衰减与阻尼比的关系

在相继的 n 次振动中, 振幅 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 有如下关系

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_2}{x_3} = \dots = \frac{x_n}{x_{n+1}} = e^\delta \quad (2-28)$$

因此

$$\frac{x_1}{x_{n+1}} = \left(\frac{x_1}{x_2}\right)\left(\frac{x_2}{x_3}\right)\dots\left(\frac{x_n}{x_{n+1}}\right) = e^{n\delta} \quad (2-29)$$

由此可得到

$$\delta = \frac{1}{n} \ln \frac{x_1}{x_{n+1}} \quad (2-30)$$

可见, 只要测定衰减振动的第 1 次与第 $n+1$ 次振动的振幅之比, 即可算出对数衰减 δ , 从而确定振动系统中阻尼的大小。

根据上述分析, 进一步考虑临界阻尼的意义。根据式(2-12), 振动系统的三个参数 m 、 c 、 k 中任何一个发生改变, 都将引起 ξ 的改变。但是, 只要 ξ 值不在 1 的附近, 不论是 $\xi < 1$ 还是 $\xi > 1$, 这三个参数都可以稍有变化, 而系统运动的性质仍可保持不变, 或者是振动的, 或者是非振动的。在 ξ 值很接近于 1 的条件下, 参数 m 、 c 、 k 中任何一个的微小改变, 都可能导致运动性质的突变, 由原来振动的变为非振动的, 或者反之。可见, 阻尼比 $\xi = 1$ 是一个“临界点”。

(3) 摩擦(库仑)阻尼系统的振动特性

如图 2-7 所示, 当弹簧质量系统的质量块 m 位于一粗糙表面上做水平向的自由振动时, 质量块 m 始终受到一个与它的运动速度方向相反的阻力, 即

$$F_f = -\operatorname{sgn}(\dot{x})\mu N \quad (2-31)$$

式中, $\operatorname{sgn}(\)$ 为符号函数, 是用于判断实数正负号的逻辑函数, 当变量大于零时, 函数值为 1, 当变量等于零时, 函数值为 0, 当变量小于零时, 函数值为 -1; N 为正压力; μ 为滑动摩擦因数。

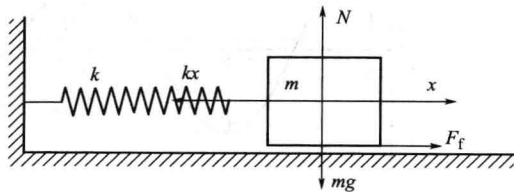


图 2-7 带摩擦阻尼的系统

若系统的广义坐标和质量块的受力分析如图 2-7 所示, 由牛顿第二定律可得到系统的运动微分方程为