

55390

飞行器气动力干扰问题

上海科学技术出版社



飞行器气动力干扰問題

摘要

本文提出了一个計算圓柱形机身和三角形、矩形或梯形的机翼或尾翼的組合体在亞声速、跨声速和超声速范围内的升力和压力中心特性的方法。这方法限于不偏斜的和沒有后掠后緣或前掠前緣的机翼。同时这方法还限于小攻角及机翼和尾翼的小安裝角^①情形。为了获得机翼机身間的干扰,确定了某些因子的定义,这些因子即組合体部件的升力和单独机翼升力的比值。这些比值主要由細長体理論获得。机翼尾翼間干扰的处理是假定每一片机翼有一个完全卷起的旋渦,并用翼片理論估算尾翼的載荷。文中包括了一个数字例解,以表明計算的形式和列出的設計图表使計算成为例行的运算。对大量的机翼-机身和机翼-机身-尾翼組合体作出了計算和实验的特性之間的比較。一般說来,估計的升力可以准确到 $\pm 10\%$, 而压力中心則在机身長度 $\pm 0.02\%$ 以內。

一、序 言

由于飞机或飞彈部件之間的干扰問題在高速飞行器設計方面具有特別巨大的意义,因此,这一問題已經引起了很大的注意。这个問題之所以重要是由于設計上的需要,使用了相对机翼翼展而言較大的机身半徑和尾翼翼展。兰納尔茲(Lennertz)方法(参考文献1)是亞声速时决定机翼-机身干扰的著名方法之一;在参考文献2中列出的数据証实了兰納尔茲的著作。許多复杂的方法(参考文献3,4,5)可以用于計算超声速时机翼-机身或尾翼-机身組合体的干扰載荷分布。参考文献6提出一个簡單的方法来估計三角形机翼升力和俯仰力矩的机翼-机身干扰效应。在参考文献7和8中,西尔維尔斯坦(Silverstein)和卡特索夫(Katzoff)方法是亞声速飞行器設計中計算机翼-尾翼干扰的著名方法之一。莫里卡瓦(Morikawa)^②曾經研究了在超声速时机翼和尾翼的零展弦比和无限展弦比的四种极限情形,并发现对相同的机翼和尾翼翼展而言,由于干扰而引起的升力損失可以等于机翼本身的升力。利用細長体理論,勞馬克士(Lomax)和伯尔德(Byrd)(参考文献10)曾經分析了一組有后掠翼的組合体的机翼-尾翼干扰。好几位作者曾經研究了超声速时和机身組合的机翼后面不均匀的下洗流場問題;賴格斯楚朗(Lagerstrom)^③和格蘭漢姆(Graham)提出了代表下洗流場的某些旋渦模型的解。关

于每一片机翼用一个完全卷起旋渦的假定可以很好地預示出下洗流,甚至于在小攻角不偏斜的小展弦比三角机翼后面的比較靠近的地方。然而,为了使理論和实验相符合,对于大展弦比或大攻角來說,每一片机翼也許需要有一个以上的旋渦。关于在不均匀下洗流場中决定尾翼載荷的問題,賴格斯楚朗和格蘭漢姆^④主張用翼片理論。阿尔頓(Alden)和欣德尔(Schindel)^⑤根据綫性理論发展了一种在某些情形下决定尾翼載荷的方法。

这篇报告的目的是双重的:第一,提出了一个計算干扰效应的統一方法,并考察了方法的基本假定;第二,用这个方法所預示的結果和实验作了比較,以便估計預示的正确性及其应用范围。

二、符 号^⑥

主要符号

A_T	单独尾翼的展弦比
A_W	单独机翼的展弦比
$\bar{c}$	单独机翼或尾翼的平均气动力弦长,吋
c_r	机翼-机身接合处或尾翼-机身接合处的弦长,吋
c_t	机翼或尾翼的末端弦长,吋
c_y	从机身軸算起展向距离为 y 的机翼弦长,吋
C_h	以单独机翼面积为基准的鉸鏈力矩系数
C_{h_α}	鉸鏈力矩系数对攻角的改变率,每弧度
C_{h_β}	鉸鏈力矩系数对机翼安裝角的改变率,每弧度
C_L	以单独机翼面积为基准的升力系数(除了单独尾翼的升力系数是以单独尾翼面积为基准之外)
C_{L_α}	升力系数曲綫对攻角的斜率,每弧度(除了特別說明外)
C_{L_β}	升力系数曲綫对机翼或尾翼安裝角的斜率,每弧度(除了特別說明外)
C_m	以单独机翼面积为基准的俯仰力矩系数
C_{m_α}	俯仰力矩系数曲綫对攻角的斜率,每弧度(除了特別說明外)
C_{m_β}	俯仰力矩系数曲綫对机翼安裝角的斜率,每度
d	机身直徑,吋
E	第二类完全橢圓积分

① 原文为投射角 (incidence angle), 按指翼弦和机身軸綫間的夾角——譯者注

② 单独机翼或单独尾翼是指机翼或尾翼的露出部分合并而成。

f_T	在尾翼处的机翼旋渦半展长, 吋
f_w	在机翼后緣处的机翼旋渦半展长, 吋
f_∞	順流远距离处的机翼旋渦半展长, 吋
$F(\eta)$	在展向长 η 处的阿尔頓-欣德尔影响函数
g_T	在尾翼处的鏡象旋渦半展长, 吋
g_w	在机翼后緣处的鏡象旋渦半展长, 吋
h_T	尾翼压力中心处机翼旋渦在机身軸上面的高度, 吋
i	尾翼干扰因子
k	部件的升力和可变安装角的单独机翼或单独尾翼的升力的比值
K	部件的升力和可变攻角的单独机翼或单独尾翼的升力的比值
K_N	头部升力和单独机翼升力的比值
l	机翼-机身-尾翼組合体的长度, 吋
l_w	从机身最前点到机翼前緣和机身相交处的距离, 吋
l_M	从机身最前点到力矩中心的距离, 吋
l_R	力矩的参考长度, 吋
l_S	从机身最前点到头部肩处的距离, 吋
l_T	从机身最前点到尾翼前緣和机身相交处的距离, 吋
$\bar{l}$	从机身最前点到压力中心的距离, 吋
L	升力, 磅
$L_{T(V)}$	由于机翼旋渦引起的尾翼部分的升力, 磅
$L_{B(V)}$	在机翼和尾翼間的机身部分由于机翼旋渦引起的升力, 磅
m	前緣后掠角的余切
M	俯仰力矩, 磅-吋
M_∞	自由流馬赫数
Δp	机翼上下表面間的靜压力差, 磅/平方吋
q_∞	自由流的动压力, 磅/平方吋
r	机身半徑, 吋
r_N	机身在头部肩处的半徑, 吋
r_w	机身在机翼处的半徑, 吋
r_T	机身在尾翼处的半徑, 吋
R	以較大升力面的 $\bar{c}$ 为基准的雷諾数
s	机翼或尾翼和机身組合时的最大半翼展, 吋
S_N	在最大截面处的头部断面面积, 平方吋
S_R	組合体升力系数的参考面积, 平方吋
S_T	单独尾翼面积, 平方吋
S_w	单独机翼面积, 平方吋
$\left(\frac{t}{c}\right)$	相对于弦长的机翼最大厚度比
V	机身最大断面后当作圓柱来看时的机身体积, 立方吋

V_s	头部的頂点到其肩部为止的体积, 立方吋
V_∞	自由流速度, 吋/秒
x, y, z	相应于流动向展向和垂直向的坐标
$\bar{x}$	对机翼的物理量而言是从机翼前緣和机身相交处量至压力中心的距离; 对尾翼的物理量而言是从尾翼前緣和机身相交处量至压力中心的距离, 吋
$\bar{x}_y$	从机翼前緣和机身的相交处量到展长 y 处的局部压力中心的距离, 吋
x_h	从机翼前緣和机身的相交处到机翼鉸鏈綫的距离, 吋
α	机身中心綫或单独机翼的攻角, 弧度(除了特別說明外)
α_y	从机身軸綫量起展长位置为 y 处的局部攻角, 弧度
β	$\sqrt{ M_\infty^2 - 1 }$
βA	单独机翼或单独尾翼的有效展弦比
Γ	环量, 面向气流时反时針向为正, 平方吋/秒
Γ_m	机翼-机身組合体接合处的环量, 平方吋/秒
δ	机翼或尾翼安装角, 弧度
ε	机翼半頂角, 度
η	展向积分变量
λ	尖削比, $\left(\frac{c_t}{c_r}\right)$
Δ_{LE}	前緣后掠角, 度
Δ_{TE}	后緣后掠角, 度
ρ_∞	自由流密度, 斯勒格 (Slugs) / 平方吋

附 标

B	机身
C	机翼-机身或者机翼-机身-尾翼組合体
$C-N$	除去头部的組合体
F	前机身
N	头部
T	尾翼
V	机翼旋渦
W	机翼
AS	阿尔頓-欣德尔理論
$B(T)$	有尾翼时的机身
$B(W)$	有机翼时的机身
ST	翼片理論
$T(B)$	有机身时的尾翼
$W(B)$	有机身时的机翼
α	α 为变量, δ 为常量
δ	δ 为变量, α 为常量
$W(B)_\alpha$	有机身时的尾翼, 同时 α 为变量, δ 为常量

其他的复合附标用类似于前面的复合附标来解釋。

三、一般理論上的考慮

在表明本方法的詳細过程前,先提出所采取途徑的綱要。这理論仅适用于小攻角和机翼及尾翼小安装角的情形。我們的注意力集中于交弧形头部的机身,且机翼和尾翼安装在机身的均匀直徑部分。为了一致起見,我們把前面的升方面叫做机翼,甚至在卡那式^①(canard)的布置情况下也如此。机翼和尾翼可以有可变的安装角,但不包括相对的两片机翼或尾翼在具有不同安装角的情形。

这些术语在图1a中表明。头部是指在机翼前面的部分机身。然而,当机翼安装在机身的扩大部分时,头部是指机身的整个扩大部分。为了便于分析起見,我們把机翼-

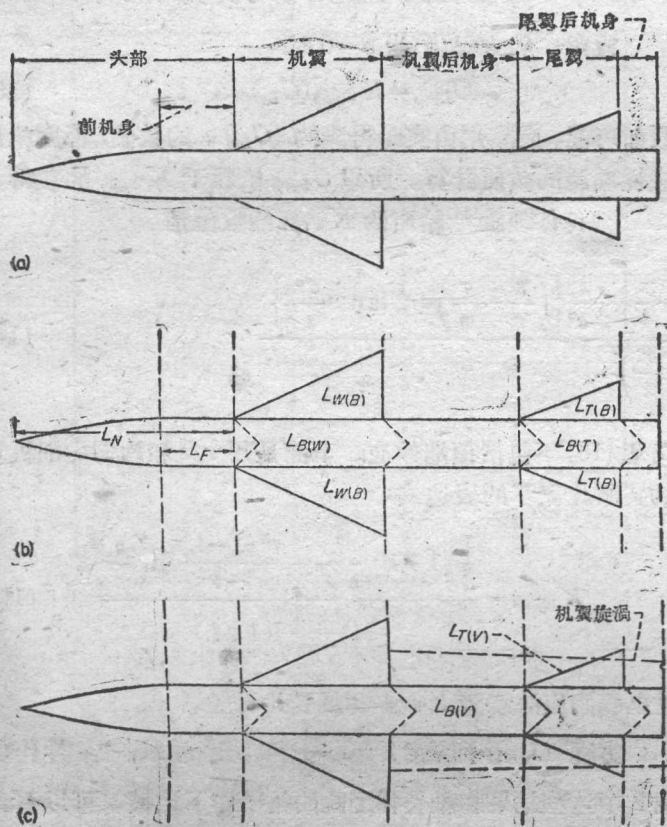


图1 机翼-机身-尾翼組合体的各部分和升力的各部分

- (a) 机翼-机身-尾翼組合体的各部分
(b) 没有机翼-尾翼干扰的升力
(c) 由于机翼旋渦所引起的升力

机身-尾部組合体的升力看作是图1(b)、(c)中所表明的七个主要分量的和。这些分量是:

1. 包括前机身在內的头部升力, L_N
2. 有机身存在时的机翼升力, $L_{W(B)}$
3. 由于机翼所引起的机身升力, $L_{B(W)}$
4. 有机身存在时的尾翼升力, $L_{T(B)}$
5. 由于尾翼所引起的机身升力, $L_{B(T)}$

6. 由于机翼旋渦所引起的尾翼升力, $L_{T(V)}$

7. 由于机翼旋渦所引起的机翼后机身升力, $L_{B(V)}$

除了尾翼之外,所有系数都是基于露出的机翼面积。尾翼-机身干扰的升力和压力中心位置的計算方法,除了以机翼面积为基准外,都和机翼-机身的干扰計算相同,所以对它們将不分別处理。

所提出的計算机翼-机身和尾翼-机身干扰(2~5部分)的方法主要是根据細长体理論^[13]。在这理論中,斯普列特(Spreiter)指出:对于細长的机翼-机身組合体而言,波动方程

$$(M_\infty^2 - 1)\varphi_{xx} - \varphi_{yy} - \varphi_{zz} = 0 \quad (1)$$

的第一項可以略去,因而方程(1)变成 y, z 平面的拉普拉斯(Laplace)方程。利用这一簡化,可以得到升力曲綫斜率的簡單近似表达式。

当机翼-机身組合体不是很細长时,我們按細长体理論得出的升力曲綫的斜率^[6]就偏高了。然而这并不影响將細长体理論应用于非細长的形状,因为虽然它对升力曲綫斜率的大小可能估計不正确,但对机翼-机身組合体的升力和单独机翼升力的比值却可以准确地估計。我們可由上面称为 K_c 的比值及单独机翼升力曲綫斜率的較正确的估計值得到組合体的升力曲綫斜率。納尔生,卡特逊(Katzen)和湯(Tang)在参考文献6中計算三角形机翼-机身組合体的升力和力矩特性时成功地利用了这一方法。实验和理論所得到的結果很相符合。

按照这些事实,我們采用了莫里卡瓦在有升力干扰时所用的方法。在这方法中单独机翼是指两个露出的半机翼組合而成的。組合体的升力通过有待决定的因子 K_c 和单独机翼的升力所表示。

$$L_c = K_c L_w \quad (2)$$

因子 K_c 分解为三个因子 $K_{B(W)}$ 、 $K_{W(B)}$ 和 K_N , 代表組合体的机身升力、机翼升力和头部升力与单独机翼升力的比值。

$$K_c = K_{B(W)} + K_{W(B)} + K_N \quad (3)$$

$$K_{B(W)} = \frac{L_{B(W)}}{L_w} = \frac{(C_{L_a})_{B(W)}}{(C_{L_a})_w}, \delta = 0 \quad (4)$$

$$K_{W(B)} = \frac{L_{W(B)}}{L_w} = \frac{(C_{L_a})_{W(B)}}{(C_{L_a})_w}, \delta = 0 \quad (5)$$

$$K_N = \frac{L_N}{L_w} = \frac{(C_{L_a})_N}{(C_{L_a})_w} \quad (6)$$

因子 $K_{B(W)}$ 和 $K_{W(B)}$ 是指当組合体攻角变化但机翼(或尾翼)的安装角为零的情形下所确定的。当安装角变化但机翼的攻角为零时,可定义两个类似因子。

$$k_{E(W)} = \frac{L_{B(W)}}{L_w} = \frac{(C_{L_a})_{B(W)}}{(C_{L_a})_w}, \alpha = 0 \quad (7)$$

$$k_{W(B)} = \frac{L_{W(B)}}{L_w} = \frac{(C_{L_a})_{W(B)}}{(C_{L_a})_w}, \alpha = 0 \quad (8)$$

① 指鴨式机的布置形式,操縱面在升力面之前——譯者注

到此为止,只提出过一种代表升力结果的方法。问题的解要求决定它们的每一个比值。这样,任意部件的升力可由单独机翼的升力曲线斜率来估计。可以用合适的单独机翼升力曲线斜率的最好数值;更好是用实验数据。它们每一个比值的详细的确定将在这报告的以后部分表明。一般是用细长体理论来算。这些数值和用其他方法算出的数值进行了比较,而最后和实验结果进行了比较。某些情况细长体理论不适用或者可以用更加精确的方法。我们将指出上述这些情况并代替细长体理论算出的这些比值。

四、升力理论

升力理论只适用于升力曲线为直线的攻角范围,而除了特别指明外同样可用于亚声速和超声速。

(1) 机身头部的升力

从方程 (6)

$$C_{L_N} = K_N (C_{L_a})_w \alpha \quad (9)$$

在这报告中的计算, L_N 是用细长体理论来估值的

$$K_{W(B)} = \frac{2}{\pi} \frac{\left\{ \left(1 + \frac{r^4}{s^4} \right) \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{1}{2} \left(\frac{s}{r} - \frac{r}{s} \right) + \frac{\pi}{4} \right] - \frac{r^2}{s^2} \left[\left(\frac{s}{r} - \frac{r}{s} \right) + 2 \tan^{-1} \frac{r}{s} \right] \right\}}{\left(1 - \frac{r}{s} \right)^2} \quad (14)$$

(假定在最大翼展后不产生负升力。琼斯 (Jones)^[16] 曾经指出至少对于机翼在这些部分由细长体理论所预计的负升力可以被分离所防止。) 这些函数画在附图 1 上。 $r/s=0$ 的极限情况时组合体全部是机翼, 而 $K_{W(B)}=1$ 。 r/s 趋近于 1 时, 则只有一个很小的露出机翼。对这个机翼而言, 机身实际上是一个纵向反射面, 而相应于上洗的攻角为 2α (正如后面所讨论的)。因而 $K_{W(B)}=2$ 。

显然对细长的机翼-机身组合体的 $K_{W(B)}$ 值是令人满意的。然而, 没有进一步的研究它就不能用于细长体理论所不适用的大展弦比情况。一个近似估计 $K_{W(B)}$ 的方法是假定露出的机翼在单独机身的上洗流场中运行, 然后计算总的机翼升力。参考文献 17 中指出了, 忽略任何头部的效应时, 机身所引起的向上流动的角度在对称水平面上随翼展的变化

$$\alpha_y = \alpha_B \left(1 + \frac{r^2}{y^2} \right) \quad (15)$$

这里 y 是从机身轴算起的翼展距离。这样机翼被单独机身的气流有效地扭转了。如果用翼片理论, 考虑到由方程 (15) 给出的上洗角, 则可得到 $K_{W(B)}$ 的一个近似值如下:

$$K_{W(B)} = \frac{\int_r^s \alpha_y c_y dy}{\alpha_B \int_r^s c_y dy} \quad (16)$$

$$\frac{L_N}{q_\infty} = 2\pi r_N^2 \alpha \quad (10)$$

$$L_F = 0 \quad (11)$$

所以

$$K_N = \frac{2\pi r_N^2}{S_w (C_{L_a})_w} \quad (12)$$

我们已经知道, 在某些情况下细长体理论对决定单独机身的升力通常没有足够的准确性, 例如非细长的机身或大攻角的情形。然而, 在机身不是占主要的组合体中, 头部升力并不是占总升力的大部分, 因而细长体理论一般地给出了满意的结果。如果希望改善精确性, 可以用参考文献 15 的粘滞横向流动理论或实验结果。

(2) 有机身存在时的机翼升力

攻角 从方程 (5) 当 $\delta=0$ 时

$$C_{L_{W(B)}} = K_{W(B)} (C_{L_a})_w \alpha \quad (13)$$

假如可能, 应该用由实验得到的 $(C_{L_a})_w$ 的数值, 否则就用线性理论的数值计算。所以 $C_{L_{W(B)}}$ 依赖于 $K_{W(B)}$ 的获得。

细长体理论^[14] 给出的 $K_{W(B)}$ 的数值是

方程 (16) 不包括顶端效应。下面是用 r/s 和均匀尖削机翼的尖削比表示的表达式:

$$K_{W(B)} = \frac{\frac{1}{2}(1+\lambda) - \frac{\lambda r}{s} - \frac{r^2(1-\lambda)}{s^2-r^2} \ln\left(\frac{s}{r}\right)}{\frac{1}{2}\left(\frac{s-r}{s+r}\right)(1+\lambda)} \quad (17)$$

这里我们应注意到 $K_{W(B)}$ 和展弦比无关。

方程 (17) 用于决定 $\lambda=0$ 、 $\frac{1}{2}$ 和 1 时的 $K_{W(B)}$, 并且在图 2 中这些结果和细长体理论的结果作了比较。可以看到尖削的效应比 r/s 的效应小。两个理论在大的和小的 r/s 情况下差不多给出相同的数值, 但在所有情况下, 上洗理论的数值较大于细长体理论的数值。无论什么地方都没有很大意义的不同。虽然利用上洗理论计算曾经考虑到在决定 $K_{W(B)}$ 时由机身所引起的沿机翼翼展的上洗流, 但没有考虑到由于机翼和组合体的机翼部分的机身之间相互干扰时的升力损失。因此 $K_{W(B)}$ 是太大了。所以细长体理论可以用于所有组合体。

对大展弦比矩形机翼的机翼和机身组合体的 $K_{W(B)}$ 值可以用线性理论的解^[18]。这些结果列于附图 2 中, 并和细长体理论的结果作了比较。由于决定线性理论数值时要求一图解积分, 所以结果中有一小部分是不定的, 用阴影面积来代表。对一确定的 r/s 数值和在 $2 \leq \beta A \leq 6$ 的范围内,

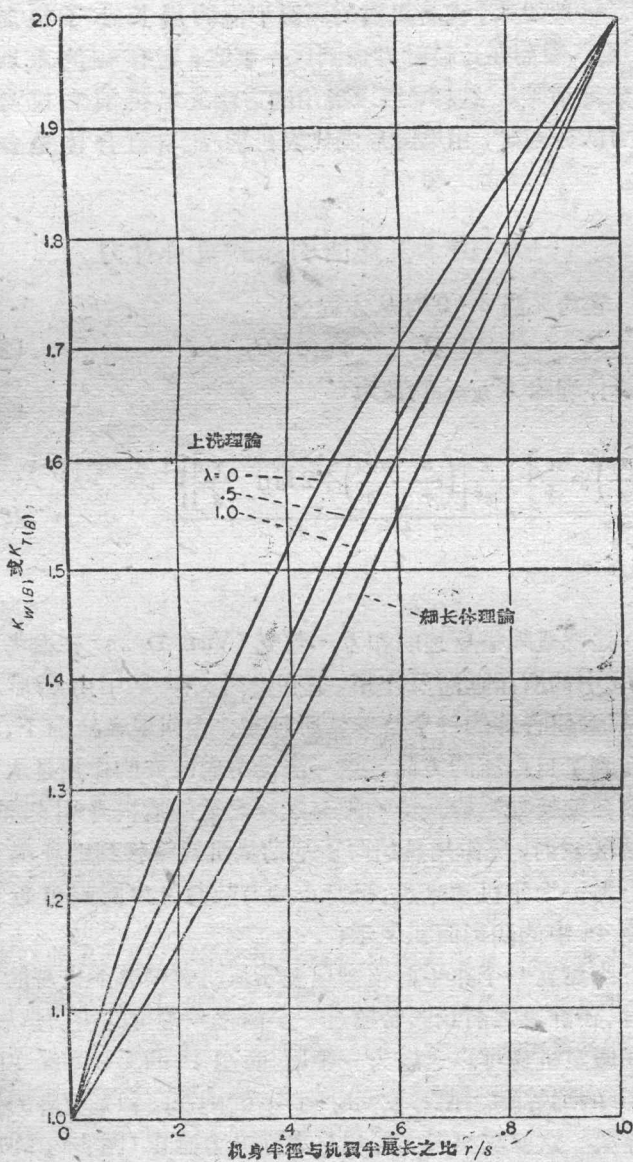


图2 由細长体理論和上洗理論决定的 $K_{W(B)}$ 或 $K_{T(B)}$ 值的比較

βA 的效应小于計算的不确定性。沒有綫性理論的数值可以用于 $\beta A < 2$ 。由于矩形机翼和机身的組合体并不代表細长体,而現在情况的綫性理論和細长体理論的密切符合(在5%內)是值得注意的。

机翼安装角 对机翼有安装角时估計 $C_{L_{W(B)}}$ 数值的方法类似于有攻角情形的方法。从方程(8)当 $\alpha = 0$ 时

$$C_{L_{W(B)}} = k_{W(B)} (C_{L_\alpha})_W \delta_W \quad (18)$$

有几个解可用于决定 $k_{W(B)}$ 值: 細长三角形机翼和机身組合体的細长体理論, 及矩形机翼和机身組合体的准确綫性理論解。根据在附录1給出的載荷分布, 細长机身的結果給出了下面用 τ 和半展长——半徑比 s/r 表示的表达式:

$$k_{W(B)} = \frac{1}{\pi^2} \left[\frac{\pi^2 (\tau+1)^2}{4 \tau^2} + \frac{\pi (\tau^2+1)^2}{\tau^2 (\tau-1)^2} \sin^{-1} \frac{\tau^2-1}{\tau^2+1} \right] - \frac{2\pi(\tau+1)}{\tau(\tau-1)} + \frac{(\tau^2+1)^2}{\tau^2(\tau-1)^2} \left(\sin^{-1} \frac{\tau^2-1}{\tau^2+1} \right)^2 \quad (19)$$

这样得到的 $k_{W(B)}$ 值列于附图1, 严格地说只能用于細长机翼-机身組合体。对矩形机翼和机身組合体由参考文献3得到的准确綫性理論的結果列于附图3, 并和前面細长体的結果进行了比較。两种估值之間一般只有一个小差别, βA 为2或較大时大約不超过10%。对 βA 在0和2的范围内, $k_{W(B)}$ 的綫性理論結果不能用。然而当 βA 趋于零, 矩形机翼和机身組合体变得更細长, 而直到 $\beta A = 0$, 細长体理論对組合体才是准确的。所以当 $\beta A < 2$ 时对矩形机翼-机身組合体可利用 $k_{W(B)}$ 的細长体理論数值。当矩形机翼有效展弦比为2或更大值及 $M_\infty > 1$ 时, 那末可以用綫性理論的 $k_{W(B)}$ 值。

可以推测, 在有机身时决定升力的現用方法也适用于亚声速, 因为作为現用方法基础的細长体理論的 $K_{W(B)}$ 和 $k_{W(B)}$ 数值和馬赫数无关, 而馬赫数的效应只有通过 $(C_{L_\alpha})_w$ 才考虑到。这假設后来被实验数据所証实。在参考文献13中, 斯普列特曾經观察到兰納尔茲最小阻力的机翼-机身組合体的載荷与低速时均匀直徑机身的細长机翼-机身組合体的載荷相等。基于这种載荷的机翼和机身間升力的划分表明于图3上。因为現用方法是基于升力的划分, 正如

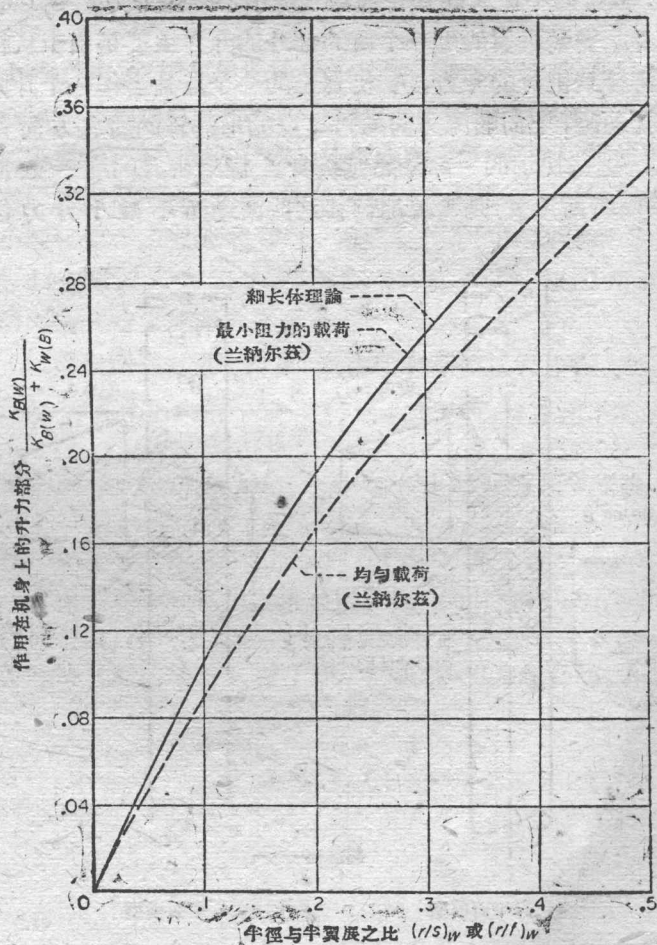


图3 細长体理論和兰納尔茲理論对机身所承受的升力部分結果的比較

斯普列特所給出的,所以斯普列特和兰納尔茲結果的相同进一步証实了現用的方法可用于亚声速情形。

在这一点上,我們希望考虑翼展载荷对于机翼-机身間升力分配的效应,因为这方面知識关系到决定后面一些結果时用到的旋渦模型的有效性。兰納尔茲除了他的最小阻力的結果之外,还确定了均匀展向载荷的机翼和机身間载荷的分配。这一結果表明于图3上,它相应于組合体的每一边用一个馬蹄形渦来代替,图上由机身所引起的升力部分表示为机身半径和旋渦半展长之比的函数。对相同的横坐标值,两种情况下作用在机身上的升力部分沒有很大差

別。一般說来,代替机翼的馬蹄形渦的展长小于机翼的翼展。假如在比較时考虑到这一事实,則存在的差別将大大地消除。这样,当以現用的方法决定机翼和机身間升力的分配时,用馬蹄形渦代表机翼-机身組合体是合适的。

(3) 由于机翼所引起的机身升力

攻角 当 $\delta=0$ 时从方程(4)

$$C_{L_{B(W)}} = K_{B(W)} (C_{L_{\alpha}})_{W\alpha} \quad (20)$$

細长体理論 $K_{B(W)}$ 的值为

$$K_{B(W)} = \frac{\left(1 - \frac{r^2}{s^2}\right)^2 - \frac{2}{\pi} \left\{ \left(1 + \frac{r^4}{s^4}\right) \left[\frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{1}{2} \left(\frac{s}{r} - \frac{r}{s} \right) + \frac{\pi}{4} \right] - \frac{r^2}{s^2} \left[\left(\frac{s}{r} - \frac{r}{s} \right) + 2 \tan^{-1} \frac{r}{s} \right] \right\}}{\left(1 - \frac{r}{s}\right)^2} \quad (21)$$

这函数給于附图1上。在 $r/s=0$ 的极限情况,組合体全部是机翼,而 $K_{B(W)}=0$ 。当 r/s 趋于1,則有一个很小的露出的机翼。对此小机翼而言,由于机翼在机身上引起的升力和机翼本身的升力相同,这时 $K_{B(W)}=K_{W(B)}=2$ 。

为了确定細长体理論的 $K_{B(W)}$ 值对非細长組合体的适用性,現在用一独立的方法决定 $K_{B(W)}$ 。根据細长体理論,机身的不扩大部分在均匀气流中不产生升力。所以在机身上安装机翼的那一个直的部分的升力主要是由于从机翼轉移到机身的升力。在机翼上的一个点是当作一个升力的扰动源,它向順流方向通过这点的馬赫錐的所有方向傳播。这些扰动的一部分通过机身。假定机身的唯一效应(和横断面无关)是順流地轉移这些波动而不减小升力位

势。这就是賴格斯楚朗和万·戴克 (Van Dyke) 在参考文献19中的所謂延滞反作用,它在参考文献3中由矩形机翼-机身組合体的一个特殊族所証实。由机翼順流而下,流动回到了自由流的方向。这一流动方向改变的作用是从根部翼弦連接处后緣开始的馬赫螺綫之后的后机身引起的。在这区域内,反作用是趋向于抵消从机翼轉移到机身的升力。对一个半机翼来說,机身上的有效总升力面积可近似由图4a中的阴影面积表示。

当建立一个非平面模型以表示从机翼轉移到机身的升力时,在計算之前我們希望进一步簡化到等价的平面情形。現在假定机身可以迭成为一平面,而图4a的馬赫螺綫变成图4b的馬赫綫。在零攻角时图4b的阴影面积是机身的升力面积。这面积等于实际机身表面升力面积(图4a)的水平投影。机身上的升力可以简单地由相应阴影面积的半机翼的压力积分来計算,并将結果加倍。

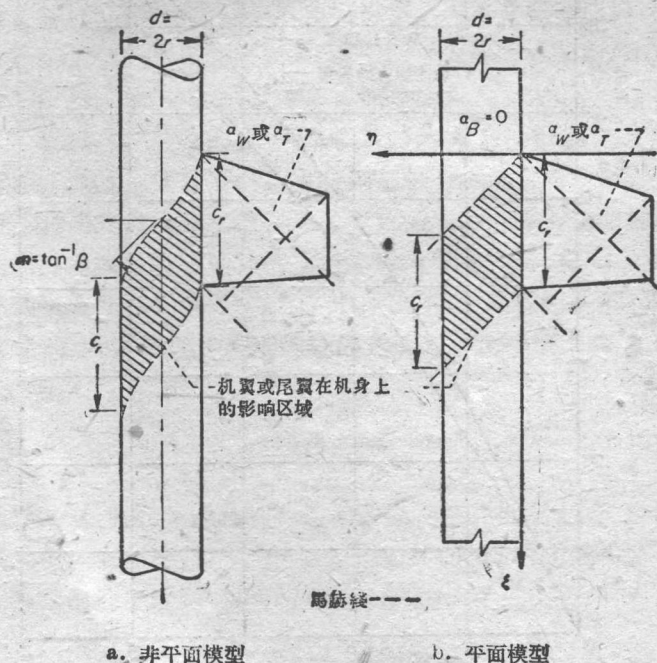
在决定平面区域半机翼的压力場时,考虑了亚声速和超声速前緣的两种情形。不考虑端部效应,而分析限于由翼端前緣作出的馬赫綫落在延伸到机身上的升力部分之后。这条件引起了应用这方法时对机翼的限制

$$\beta A(1+\lambda) \left(\frac{1}{\beta m} + 1 \right) \geq 4 \quad (22)$$

超声速前緣的半机翼轉移到机身上的升力数值(利用参考文献20的解)由

$$L_{B(W)} = \frac{4q_{\infty}\alpha_w}{\beta\pi} \frac{\beta m}{\sqrt{\beta^2 m^2 - 1}} \int_0^d d\eta \int_{\beta\eta}^{c_r+\beta\eta} \cos^{-1} \frac{\frac{\xi}{\beta} + \beta m\eta}{(\eta + m\xi)} d\xi \quad (23)$$

給出,而用图4b的坐标系統。考虑到两个半机翼的升力則将这結果加倍,并除以单独机翼的升力,得到 $K_{B(W)}$ 。对所有的超声速馬赫数 $K_{B(W)}$ 是



a. 非平面模型 b. 平面模型

图4 超声速时决定大展弦比范围 $K_{B(W)}$ 和 $K_{B(T)}$ 值的等价平面模型

$$K_{B(W)} = \frac{8\beta m}{\pi \sqrt{\beta^2 m^2 - 1} (1+\lambda) \left(\beta \frac{d}{c_r} \right) \left(\frac{s}{r} - 1 \right) (\beta C_{L_a})_w} \left\{ \left(\frac{\beta m}{1+\beta m} \right) \left[\frac{(\beta m + 1) \frac{\beta d}{c_r} + \beta m}{\beta m} \right]^2 \right. \\ \times \cos^{-1} \left[\frac{1 + (1+\beta m) \beta \frac{d}{c_r}}{\beta m + (\beta m + 1) \frac{\beta d}{c_r}} \right] - \frac{\sqrt{\beta^2 m^2 - 1}}{(\beta m + 1)} \left[\sqrt{1 + 2 \frac{\beta d}{c_r}} - 1 \right] \\ \left. - \frac{\sqrt{\beta^2 m^2 - 1}}{\beta m} \left(\frac{\beta d}{c_r} \right)^2 \cosh^{-1} \left(1 + \frac{c_r}{\beta d} \right) - \frac{\beta m}{1+\beta m} \cos^{-1} \left(\frac{1}{\beta m} \right) \right\} \quad (24)$$

这里 $m\beta > 1$ 。同样, 对亚声速前缘利用参考文献 21 近似的锥形流升力的解得出

$$L_{B(W)} = \frac{8q_\infty \alpha_w (\beta m)^{3/2}}{\pi \beta (\beta m + 1)} \int_0^d d\eta \int_{\beta\eta}^{c_r + \beta\eta} \frac{\sqrt{\xi - \eta}}{\sqrt{m\xi + \eta}} d\xi \quad (25)$$

而给出

$$K_{B(W)} = \frac{16 \left(\frac{\beta m}{1+m\beta} \right)^2}{\pi (1+\lambda) \left(\frac{\beta d}{c_r} \right) \left(\frac{s}{r} - 1 \right) (\beta C_{L_a})_w} \left\{ \left[\frac{\beta m + (1+m\beta) \frac{\beta d}{c_r}}{\beta m} \right]^{3/2} + \left[\frac{\beta m + (1+m\beta) \frac{\beta d}{c_r}}{\beta m} \right]^{1/2} \right. \\ \left. - 2 - \left[\frac{(1+m\beta) \frac{\beta d}{c_r}}{m\beta} \right]^2 \tanh^{-1} \sqrt{\frac{\beta m}{\beta m + (1+m\beta) \frac{\beta d}{c_r}}} \right\} \quad (26)$$

这里 $m\beta < 1$ 。在计算机翼对机身的效应时, 没有考虑机身上洗流对露出机翼的升力增加的效应。方程 (24) 和 (26) 中的 $K_{B(W)}$ 依赖于一系列参数, 而其中四个是独立的。然而, $K_{B(W)} (1+\lambda) \left(\frac{s}{r} - 1 \right) (\beta C_{L_a})_w$ 的数值仅仅是 $m\beta$ 和 $\frac{\beta d}{c_r}$ 的函数。在附图 4a 中表示出, $m\beta$ 为常数值时这个量仅为 $2\beta r/c_r$ 的函数, 它在方程 (22) 条件下决定 $K_{B(W)}$ 时作为设计图表用。

为了表明 $K_{B(W)}$ 的情况并将方程 (24) 和 (26) 与细长体的 $K_{B(W)}$ 比较, 利用附图 4a 得到图 5。它表明了 $\lambda=0$ 、 $\frac{1}{2}$ 和 1 时及没有后掠的后缘时, $K_{B(W)}$ 仅为 βA 和 r/s 的函数。 $\lambda=0$ 相应于三角形机翼 (图 5a), $\lambda=1$ 相应于矩形机翼 (图 5b), 而 $\lambda=1/2$ 相应于梯形机翼 (图 5c)。对于矩形机翼, $\beta A=0$ 时, 现用理论所给出的 $K_{B(W)}$ 曲线稍大于细长体理论给出的 $K_{B(W)}$, 而它没有包括在图中, 因为对这样

小的 βA 值, 细长体理论更为正确。附带提到, 所有后缘不后掠的三角形机翼都适合方程 (22) 的限制。对图 5b 的矩形机翼的考察, 表明了细长体理论和 $\beta A=2$ 时的现用理论之间的很好符合, $\beta A=2$ 是现用理论可用于矩形机翼的最小展弦比。在梯形机翼时, 由方程 (22) 的限制得到 $\beta A \geq 4/3$ 的条件。 βA 为 $4/3$ 时, 细长体的 $K_{B(W)}$ 和现用理论的 $K_{B(W)}$ 值之间没有多少差别。

根据图 5a、5b 和 5c 及由于翼端效应使方程 (24) 和 (26) 当 $\beta A(1+\lambda) \left(\frac{1}{m\beta} + 1 \right) < 4$ 时无效, 可以用下列的选择法则: 如 $\beta A(1+\lambda) \left(\frac{1}{m\beta} + 1 \right) \leq 4$ 时用细长体理论, 而如 $\beta A(1+\lambda) \left(\frac{1}{m\beta} + 1 \right) > 4$ 时用附图 4 的 $K_{B(W)}$ 值。

由于矩形和三角形机翼很普遍, 而且 $(\beta C_{L_a})_w$ 可以精确地写出, 则我们很容易从方程 (24) 和 (26) 得到 $K_{B(W)}$ 在特殊情况下的结果。对于矩形的机翼-机身组合体, $K_{B(W)}$

$$K_{B(W)} = \frac{2}{\pi} \frac{1}{\left(\beta A - \frac{1}{2} \right)} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{\beta A \frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}} \right]^2 \cos^{-1} \left[\frac{\beta A}{\beta A + \frac{s}{r} - 1} \right] - \frac{1}{2} \left[\frac{\beta A \frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}} \right]^2 \cosh^{-1} \left[1 + \frac{1 - \frac{r}{s}}{\beta A \frac{r}{s}} \right] \right. \\ \left. - \frac{1}{2} - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2} \sqrt{1 + \frac{2\beta A \frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}}} \right\} \quad (27)$$

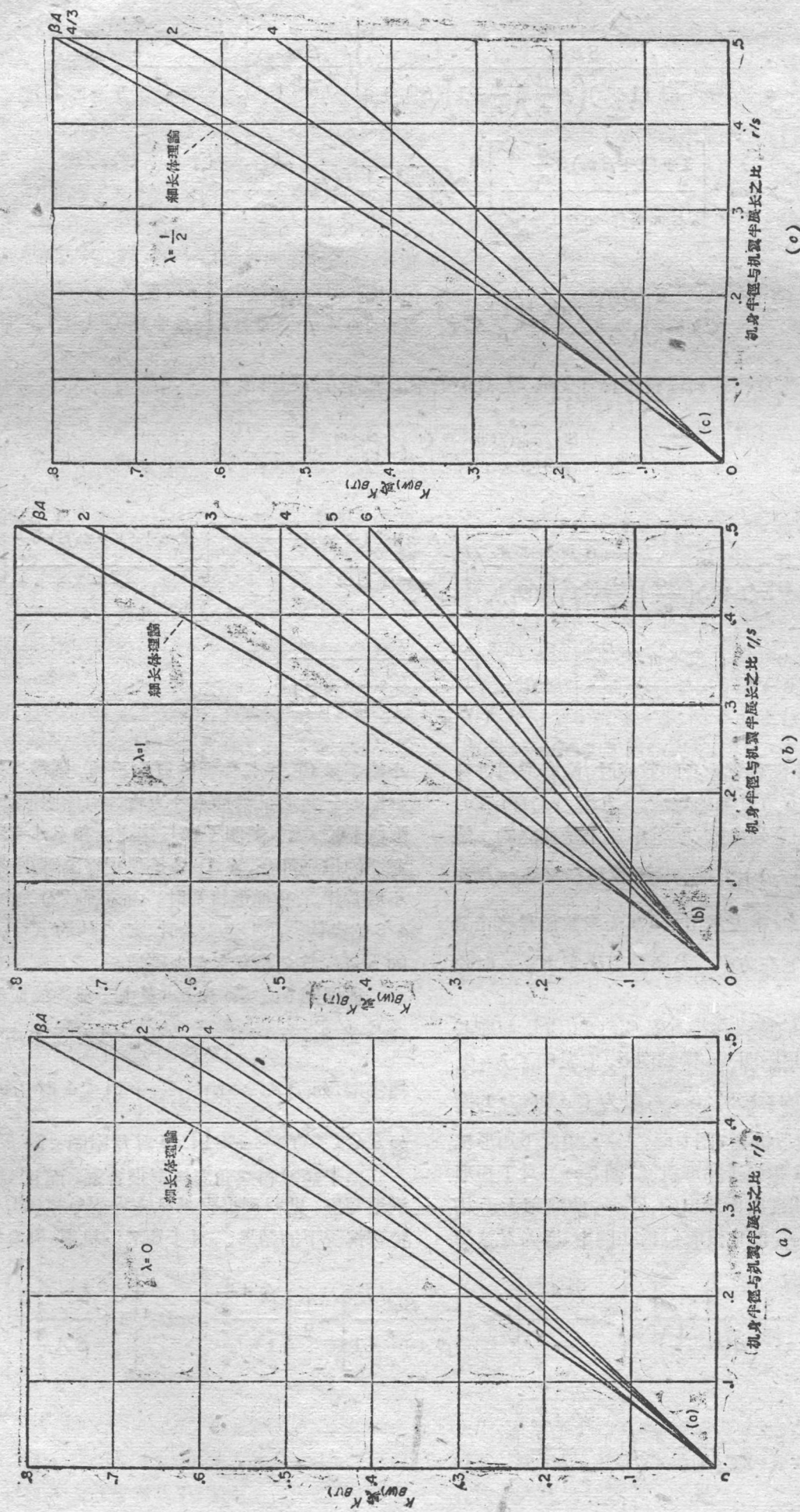


图 5 用细长体理论与现用理论确定后缘无后掠(或前掠)的机翼的 $K_{B(w)}$ 和 $K_{B(r)}$ 值的比较

a—三角形机翼-机身组合体 b—矩形机翼-机身组合体 c—梯形机翼-机身组合体

为三角形的机翼机身组合体当亚声速前缘时 $K_{E(W)}$ 为

$$K_{E(W)} = \frac{8E \left[\sqrt{1 - \left(\frac{\beta A}{4}\right)^2} \right]}{\pi^2 \left(\frac{\beta A}{4}\right)^2} \left\{ \frac{\left(\frac{\beta A}{4}\right)^2}{2 \left(\frac{\beta A}{4} + 1\right)^2} \left[1 + \frac{2 \left(1 + \frac{\beta A}{4}\right) \frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}} \right]^{3/2} - \left(\frac{\beta A}{\beta A + 4}\right)^2 \right. \\ \left. + \frac{\left(\frac{\beta A}{4}\right)^2}{2 \left(\frac{\beta A}{4} + 1\right)^2} \left[1 + \frac{2 \left(1 + \frac{\beta A}{4}\right) \frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}} \right]^{1/2} - 2 \left(\frac{\beta A}{4}\right)^2 \left[\frac{\frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}} \right]^2 \tanh^{-1} \sqrt{1 + 2 \frac{\left(1 + \frac{\beta A}{4}\right) \frac{r}{s}}{\left(1 - \frac{r}{s}\right)}} \right\} \quad (28)$$

而当超声速前缘时

$$K_{E(W)} = \frac{1}{\pi \sqrt{\left(\frac{\beta A}{4}\right)^2 - 1}} \left\{ \left(\frac{\beta A}{\beta A + 4}\right) \left[1 + \frac{2 \left(1 + \frac{\beta A}{4}\right) \frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}} \right]^2 \cos^{-1} \left[\frac{1 + \frac{\frac{\beta A}{4} \left(1 + \frac{\beta A}{4}\right) \frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}}}{\frac{\beta A}{4} + \frac{\left(1 + \frac{\beta A}{4}\right) \frac{\beta A}{2} \left(\frac{r}{s}\right)}{1 - \frac{r}{s}}} \right] \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{\left(\frac{\beta A}{4}\right)^2 - 1}}{\left(1 + \frac{\beta A}{4}\right)} \sqrt{1 + \frac{\beta A \frac{r}{s}}{1 - \frac{r}{s}} - \frac{\beta A}{4} \cos^{-1} \frac{4}{\beta A} - \sqrt{\left(\frac{\beta A}{4}\right)^2 - 1} \times \beta A \left(\frac{r}{s}\right)^2 \cosh^{-1} \left[1 + \frac{2 \left(1 - \frac{r}{s}\right)}{\beta A \frac{r}{s}} \right] - \frac{\sqrt{\left(\frac{\beta A}{4}\right)^2 - 1}}{\left(\frac{\beta A}{4} + 1\right)}} \right\} \quad (29)$$

在机翼后没有后体时对超声速大展弦比的范围的情况也能进行计算, 决定无后体时的 $K_{E(W)}$ 值除了方程式(23)与(25)中的积分上限不是 $c_r + \beta \eta$ 而是 c_r 外, 其他都与有后

体的一样, 求出这些积分再乘以 2 并且除以单独机翼的升力就得到没有后体的情况。

$$K_{E(W)} [\beta (C_{L_a})_w] (\lambda + 1) \left(\frac{s}{r} - 1 \right) = \frac{8}{\pi \sqrt{\beta^2 m^2 - 1}} \left(\frac{\beta d}{c_r} \right) \left[\left(1 + \frac{m c_r}{d} \right)^2 \cos^{-1} \left(\frac{m \beta + \frac{c_r}{\beta d}}{1 + \frac{m c_r}{d}} \right) \right. \\ \left. - m^2 \beta^2 \left(\frac{c_r}{\beta d} \right)^2 \cos^{-1} \left(\frac{1}{m \beta} \right) + m \beta \left(\frac{c_r}{\beta d} \right)^2 \sqrt{m^2 \beta^2 - 1} \times \sin^{-1} \frac{\beta d}{c_r} - \sqrt{m^2 \beta^2 - 1} \cosh^{-1} \frac{c_r}{\beta d} \right]; \beta m > 1, \frac{c_r}{\beta} > d \quad (30)$$

$$K_{E(W)} [\beta (C_{L_a})_w] (\lambda + 1) \left(\frac{s}{r} - 1 \right) = \frac{16 \sqrt{m \beta}}{\pi (m \beta + 1)} \left(\frac{\beta d}{c_r} \right) \left\{ \left(1 + \frac{m c_r}{d} \right) \sqrt{\left(\frac{c_r}{\beta d} - 1 \right) \left(\frac{m c_r}{d} + 1 \right)} - \left(\frac{c_r}{\beta d} \right)^2 (m \beta)^{3/2} + m \beta \left(\frac{c_r}{\beta d} \right)^2 (\beta m + 1) \left[\tan^{-1} \sqrt{\frac{1}{\beta m}} \right. \right. \\ \left. \left. - \tan^{-1} \sqrt{\left(\frac{c_r}{\beta d} - 1 \right) \left(\frac{m c_r}{d} + 1 \right)} \right] - \frac{(m \beta + 1)}{\sqrt{m \beta}} \tanh^{-1} \times \sqrt{m \beta \left(\frac{c_r}{\beta d} - 1 \right) \left(\frac{m c_r}{d} + 1 \right)} \right\}; \beta m < 1, \frac{c_r}{\beta} > d \quad (31)$$

$\frac{c_r}{\beta} > d$ 不是一个严重的限制, 在 $d > \frac{c_r}{\beta}$ 时, 传到机身上的升力显然与 $d = \frac{c_r}{\beta}$ 时一样, 因此 $K_{E(W)}$ 是常数。参数 $K_{E(W)} [\beta (C_{L_a})_w] (\lambda + 1) \left(\frac{s}{r} - 1 \right)$ 的值为 $m \beta$ 与 $2 \beta r / c_r$ 的函数, 绘于附图 4b。

比较附图 4a 与 4b 的 $K_{E(W)}$ 值就可以看出对任何特殊形状的组合体来说后体的重要性。在 $2 \beta \left(\frac{r}{c_r} \right)_w$ 值很小时, 后体对 $K_{E(W)}$ 值的影响很小, 而在较大数值时, 其影响可大到百分之几百, 在亚声速时对于有无后体没有显著的区别。在超声速时, 两者的差别一般用总升力来表示只占很小的部分, 而在亚声速时由于在被带到下洗流的升力的趋势是

更小了,因此差别将进一步减小。

机翼安装角 从公式 (7)

$$C_{L_{B(W)}} = k_{B(W)} (C_{L_{\alpha}})_{\alpha} \delta_W \quad (32)$$

决定 $k_{B(W)}$ 值的唯一常用的方法是细长体理论,在文献 22 中,由于采用了一个逆理论(reciprocal theorem),曾证明了具有柱体的组合体在细长体理论假设下,下列公式的有效性

$$k_{B(W)} = K_{W(B)} - k_{W(B)} \quad (33)$$

方程式(33)给出的 $K_{W(B)}$ 值示于附图 1。

很明显,我们可以给出一个有趣而近似的 $K_{W(B)}$, $K_{W(B)}$, $k_{B(W)}$ 与 $k_{W(B)}$ 之间的相互关系式。如假定机翼将一部分升力传给机身,且不管这些升力是由于有攻角或安装角而产生, $k_{B(W)}$ 的近似值即 $k'_{B(W)}$ 为

$$k'_{B(W)} = k_{W(B)} \frac{K_{B(W)}}{K_{W(B)}} \quad (34)$$

用方程式(33)及(34)求得的 $k_{B(W)}$ 及 $k'_{B(W)}$ 值,两者相差不超过 0.01。这个数值在附图 1 中几乎是沒有区别,这一微小的差别是由于攻角及机翼安装角而产生的升力在机翼上载荷分配形状不同而产生。

(4) 由于机翼旋涡所引起的尾翼升力

机翼与尾翼的干扰是由于机翼旋涡在尾翼区域内之下洗流而产生。机翼和尾翼之间的干扰问题可以分为两个问题来处理。第一,即决定在尾翼处机翼旋涡的数量、强度及其分布。第二,为决定由于机翼旋涡所引起之不均匀流场中的尾部反作用力。总升力的这一部分分量是最难于计算的。对亚声速及超声速而言可采用同样的方法。

按照一般研究人员的路线,在解决机翼与尾翼的干扰问题时采用涡线理论。所采用的旋涡模型示于图 6 及图 7。这个机翼的旋涡模型与前面讨论过的兰纳尔兹的均匀载荷模型一样,因此适合于这里所用的机翼与机身干扰计算方法,它只考虑在每一个机翼有一根尾涡。虽然考虑更多的尾涡所得的结果将更正确,但是这样将引起繁复的计算。机翼的尾涡是沿着气流的方向,但是由于横向流动的存在及相互影响而产生侧向及垂向之偏移。在机身内尾涡的镜像位置上引入镜像涡线以满足圆体的边界条件,在尾流的相当远处外界旋涡趋近于渐近距离。

旋涡的特性 为了计算的简便,假定从一个机翼只发出一根涡线。但是当这个模型模拟许多不同型式的机翼后的流动情况时,有很多情况不象上面假定这样。例如,斯巴尔(Spahr)及狄基(Dickey)在阿姆斯特地方所进行的利用 1×3 超声速风洞所得的数据示于图 8、9、10 的实线。这些数据是用参考文献 15 所述的蒸汽幕技术(Vapor screen technique)获得的。图 8 表示小展弦比的三角形机翼与机身组合时在小攻角的情况。与假定的情况一样只有一个翼端旋涡存在,可是当攻角增加时机身的旋涡就产生了。当展

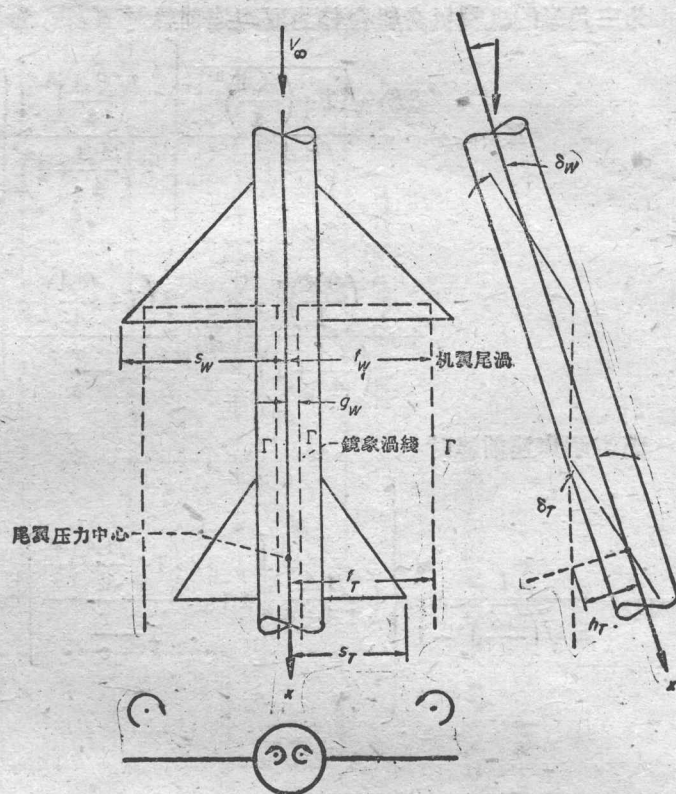


图 6 在决定机翼、尾翼干扰时采用的旋涡模型

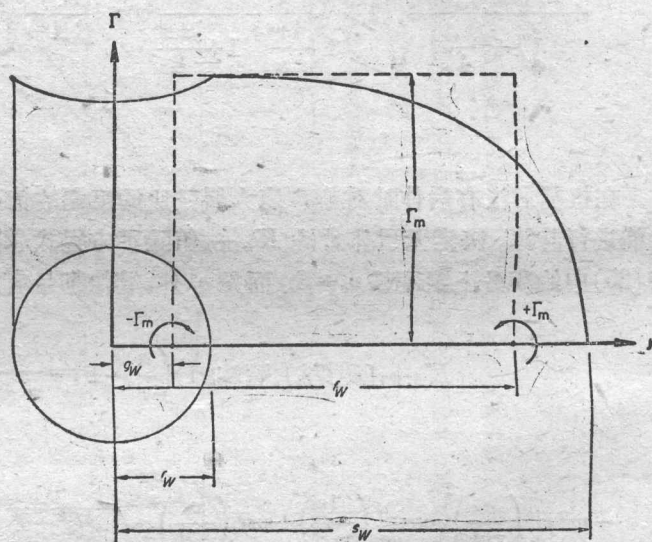


图 7 在机翼后缘的环量分布及其相当的馬蹄形渦綫

弦比增大时(图 9 及 10)从机翼的内侧产生了附加旋涡,这种将它简化为每一个机翼只有一根涡线的假定就不能经常作为一个恰当的基础来计算下洗流,但是有好几个研究人员曾经成功地应用了这个简化模型来计算尾部载荷。这些结果表明所研究各种情况尾部总载荷对于涡流的详细情况并不敏感,虽然在机翼后面的下洗流及尾部载荷的展向分布并不与假定的一样。上面的结论已经部分地被莫里卡瓦的理论工作所证实^[9],他假定了每一翼片发出一根完全卷起的涡线,并且认为它是一个平的涡面来进行具有细长机翼-机身-尾翼组合体的尾部升力计算。只有对在尾翼翼端附近的完全卷起的旋涡来说两种情况才有显著的不同。劳马

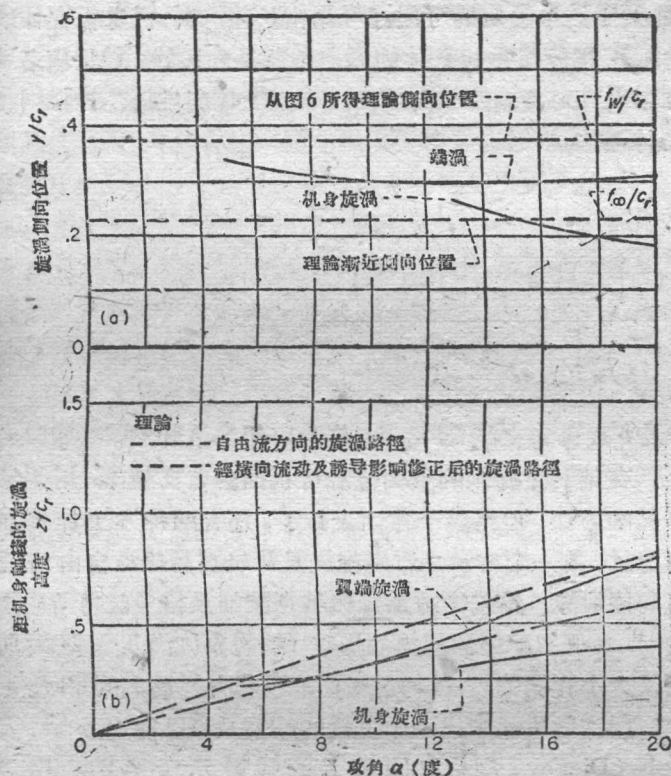


图8 在机翼后 $1.8c_r$ 处的机翼旋涡的侧向及垂向位置理论与实验的比较 ($M_\infty = 2.0$, $r/s = 0.60$, $AR = 2/3$ 三角形机翼-机身组合体)
a—旋涡侧向位置 b—旋涡垂向位置

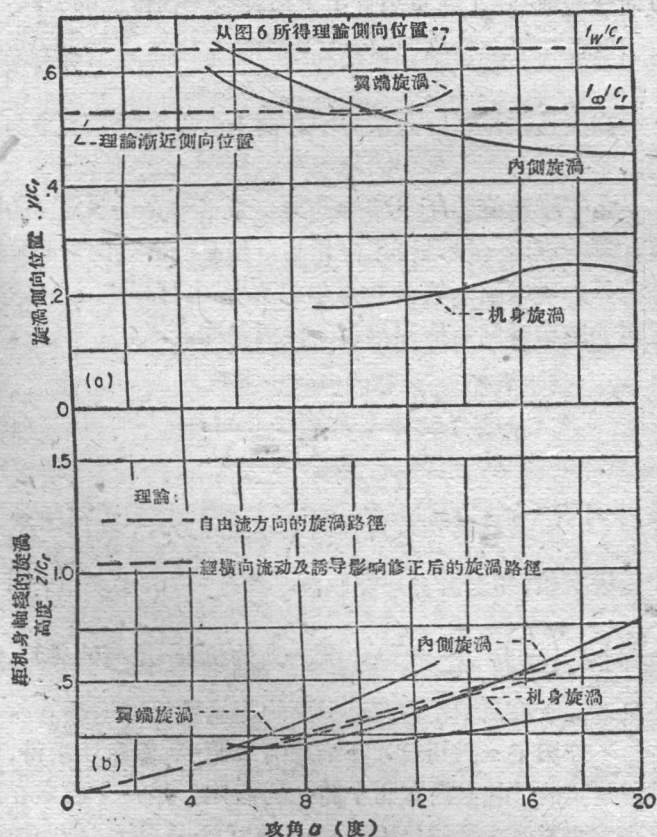


图9 在机翼后 $1.8c_r$ 处的机翼旋涡的侧向及垂向位置理论与实验的比较 ($M_\infty = 2$, $r/s = 0.33$, $AR = 2$ 三角形机翼-机身组合体)
a—旋涡侧向位置 b—旋涡垂向位置

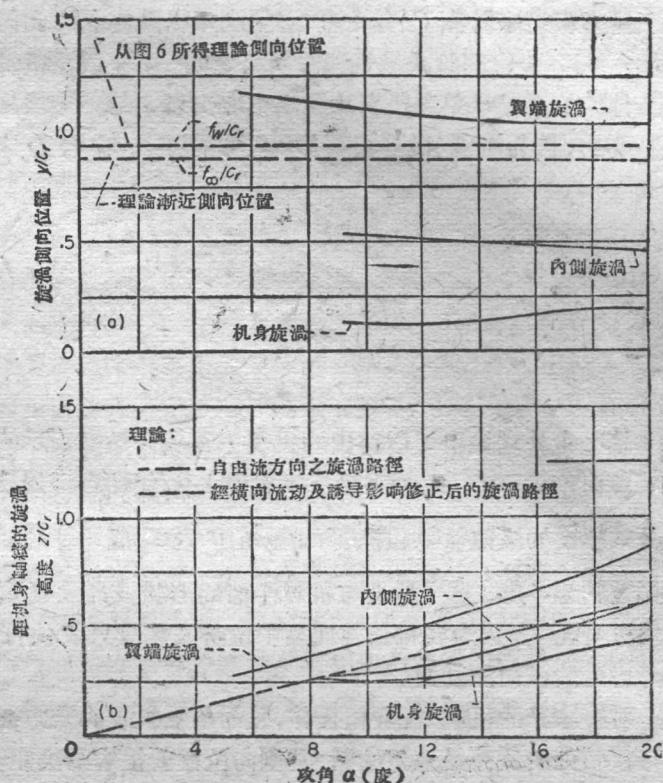


图10 在机翼后 $1.8c_r$ 处的机翼旋涡侧向及垂向位置理论与实验的比较 ($M_\infty = 2.0$, $r/s = 0.20$, $AR = 4$ 三角形机翼-机身组合体)
a—旋涡侧向位置 b—旋涡垂向位置

克士及伯尔德^[10] 对一族后掠机翼-机身-尾翼组合体进行计算的结果与莫里卡瓦的结果相符合。由于这一个根据及其方法的简易性，所以每一机翼有一根涡线的假定曾经被采用了，这个假定的实用范围可以从理论及实验的比较看出。

在机翼后缘的环量分布决定了强度 Γ_m 和后缘旋涡的展向位置 f_w ，根据兰纳尔兹均匀载荷的模型(图7)实际的环量分布被马蹄形的涡线所代替。我们注意到图7中假设在机翼机身接合处环量值为最大，因为附着涡的升力在每单位翼展上是 $\rho_\infty V_\infty \Gamma_m$ ， Γ_m 的数值可以从下列的公式求得：

$$\Gamma_m = \frac{L_{W(B)}}{2\rho_\infty V_\infty (f_w - r_w)} = \frac{L_{B(W)}}{2\rho_\infty V_\infty (r_w - g_w)} = \frac{L_{W(B)} + L_{B(W)}}{2\rho_\infty V_\infty (f_w - g_w)} \quad (35)$$

满足圆的边界条件

$$f_w g_w = r_w^2 \quad (36)$$

公式(35)的第一形式是用来计算 Γ_m

因为

$$C_{L_{W(B)}} = [K_{W(B)}\alpha + k_{W(B)}\delta_w] (C_{L_\alpha})_w \quad (37)$$

所以得

$$\Gamma_m = \frac{V_\infty [K_{W(B)}\alpha + k_{W(B)}\delta_w]}{4(f_w - r_w)} (C_{L_\alpha})_w S_w \quad (38)$$

用上述方程式来计算 Γ_m 值之前, 必須决定机翼旋渦的側向位置。与升力綫理論或綫性理論所决定的一样, 假定机翼組合体的旋渦是从单独机翼的旋渦中心出发。这一个假定是必要的, 因为机翼-机身組合体的环量分布一般均为未

知。关于这个假定的可靠性可用細长体机翼-机身組合体来验证。因为这种組合体的展向载荷是知道的, 并且从这里也可以决定旋渦的側向位置。事实上側向旋渦位置根据細长体理論是:

$$\left(\frac{f-r}{s-r}\right)_w = \frac{\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{4}\left(\frac{r}{s}\right)_w^2 - \left(\frac{r}{s}\right)_w + \frac{\left[1 + \left(\frac{r}{s}\right)_w^2\right]^2}{2\left[1 - \left(\frac{r}{s}\right)_w^2\right]} \sin^{-1} \left[\frac{1 - \left(\frac{r}{s}\right)_w^2}{1 + \left(\frac{r}{s}\right)_w^2} \right]}{2\left[1 - \left(\frac{r}{s}\right)_w\right]} \quad (39)$$

这一个公式给出了以露出的机翼半翼展分数来表示的旋渦側向位置, 并且它是半径与半翼展之比的函数。用这个公式所得的数值与单独机翼的数值 0.786 (或 $\frac{\pi}{4}$) 的最大偏差約为 3%。这个結果与机翼平面的形状及最大翼展前的机身无关, 因为在細长体理論中位势及环量只取决于所考虑处的橫向流动面。

对非細长的机翼-机身組合体, 假如单独机翼的升力系数与根弦处的载荷是知道的話; 其側向位置就很容易决定。其公式为:

$$f_w = \frac{(C_L)_w S_w}{2(c)c} \quad (40)$$

在这个公式中 $(c)c$ 是在机翼的中截面的升力系数与在該处的翼弦的乘积。公式的实质是假定最大环量产生在机翼的中截面。

我們給出了一系列不具有后掠的前緣、中弦綫及后緣的机翼附图, 它以单独机翼的半翼展分数来表示旋渦位置, 并且是以尖削比为参数的有效展弦比的函数。附图 5 是在亚声速情况下根据狄揚 (De young) 及哈潑 (Harper), 所得的結果^[23]。應該注意到小展弦比时旋渦的側向位置都趋于細长体数值 $\frac{\pi}{4}$ 。在超声速时沒有相似于狄揚及哈潑的升力图表, 可是在綫性理論結果有效的範圍內, 它們可用来得出附图 6 的曲綫(实綫)。在外插法可靠的情况下这些曲綫是用虛綫一直延长到在零展弦比时細长体的数值 $\frac{\pi}{4}$ 。对 $\lambda=0$ 时, 前緣沒有后掠的情形可能产生环量的分布在机翼中心綫上不一定是象方程式 (40) 所假定那样具有最大值。反三角形机翼的载荷分布在 $\beta A_w < 4$ 时用綫性理論是不知道的。

前面的附图给出了机翼旋渦的側向位置, 对于尾翼的側向位置 f_T 最简单的假定是取 f_T 等于 f_w 或 f_∞ (渐近的旋渦側向位置根据参考文献 11 决定)。为了决定那一个近似比較正确, f_w 及 f_∞ 值均与机翼翼端旋渦側向及垂向位置的实验数据比較(图 8a、9a 及 10a)。在这个比較的基础上及由于附加旋渦的存在, f_w 及 f_∞ 在預測尾翼旋渦距离时結果都不是最好, 但在沒有获得更确切的資料前, 附图

5 及 6 或参考文献 24 的 f_w 值均可用来估計 f_T 。

在尾翼上旋渦的垂向位置可根据参考文献 25 用逐步計算的方法, 但是这个方法太长了, 还有两种方法曾經被考虑过, 第一个方法是假定旋渦是从机翼后緣沿自由流动方向往后流。第二个方法是賴格斯楚朗及格兰汉姆所提議的^[11] 他們忽略鏡象旋渦的影响 (該鏡象旋渦几乎是方向相反大小相同的), 但考虑橫向流动与外界旋渦的相互影响。用这些方法求出两个位置的結果及斯巴尔 (Spahr) 及狄基 (Dickey) 測量出的位置的比較示于图 8b、9b 及 10b。因为在每个机翼上有一个以上的旋渦及机身旋渦的存在时, 所有的理論方法沒有一个是好的, 因此还是应用其中比較簡單的一个方法, 它假定旋渦从后緣在自由流动方向往后流, 这个假定引导出下面旋渦垂向位置的公式:

$$h_T = -(c_r - x_h)_w \sin \delta_w + [l_T + \bar{x}_T - l_w - (c_r)_w] \sin \alpha \quad (41)$$

高度是在尾翼面的压力中心向上沿机身軸垂直方向量起。

由于机翼旋渦所引起的升力 为了計算尾翼截面的载荷, 翼片理論一般是可以应用的。但是当必要的理論翼展载荷是知道时阿尔頓及欣德尔方法^[12] 也可以应用, 在表达尾翼的载荷时常常应用尾翼干扰因子来表示。

$$i = \frac{\frac{L_{T(V)}}{(L_T)_\alpha}}{\frac{\Gamma_m}{2\pi\alpha V_\infty (s_T - r_T)}} \quad (42)$$

其中 $(L_T)_\alpha$ 是尾翼在攻角 α 时的单独升力, 干扰因子是一个无因次值, 用来計算尾翼载荷。因子 i 取决于 λ_T 、 $\left(\frac{r}{s}\right)_T$ 、 $\left(\frac{c_r}{\beta s}\right)_T$ 、 $\left(\frac{f}{s}\right)_T$ 及 $\left(\frac{h}{s}\right)_T$ 。对一定的机身-尾翼的外形, 因子只取决于在尾翼橫向流动平面的旋渦位置。

不管因子 i 是用翼片理論或阿尔頓-欣德尔法求得, 对机翼尾翼的干扰必需有几个簡化的假定。第一个假定在以前决定超声速大展弦比的 $K_{B(w)}$ 值时已經用过, 即非平面的尾翼可以簡化到一个类似于图 4 所示的相当的平面模型。假定机身是平的且其攻角 α 为零, 而尾翼之攻角 α_T 是沿展向变化。第二个假定为由于机翼尾翼的干扰而在尾翼

部分所产生的升力完全是由于尾翼而产生,虽然其中一部分是由于机身而产生的升力,在应用翼片理论来决定升力时,赖格斯楚朗及万·戴克在参考文献 19 中证明(在线性理论范围内)对具有超声速前缘及平直后缘的平面模型,如展弦比大于 4 的三角形机翼的总升力可得出正确的数值。可以看出第二个假定使尾翼后面是否具有后体的问题可以变得有利了。在一般的情况下,由于机翼-尾翼的干扰在机身上所产生的升力只是作用在尾翼的升力的一部分,因此就没有必要精确地去考虑尾翼后体的情况。

翼片理论曾经被用来计算一套估计 i 值的附图。计算的细则在附录 2 中给出,其结果示于附图 7。这些附图给出尾翼在横向流动平面内 i 为常数的曲线,该曲线在不同附图中以 α_T 及 $\left(\frac{r}{s}\right)_T$ 作为参数。在事实上,翼片理论给出了当 $\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T \rightarrow 0$ 时的线性理论极限情况。这些附图很快地决定了机翼-尾翼干扰最显著的区域。在三角形尾翼中 ($\lambda_T=0$) 可以看出当旋涡是在尾翼平面内翼端的内侧,干扰具有有限极值,在所有其他尖削比的情况,当旋涡是在尾翼翼端时均具有无限极值,所以翼片理论在旋涡附近尾翼翼端时是不正确的。除非在具有超声速前缘的三角形机翼时,它的结果正确到线性理论的程度。

决定 i 值的其他方法还有阿尔顿与欣德尔方法。该法作为估计翼片理论精确性的基础。其主要结论是具有超声速前缘的升力面的升力在非均匀流场内是沿翼展变化并且可用下列公式估算到线性理论的正确程度:

$$L = \int_{\text{翼展}} w(y) F(y) dy \quad (43)$$

其中 $w(y)$ 是翼展方向 y 处的垂直速度, $F(y)$ 正比反方向流动中具有均匀攻角的尾翼展向载荷。海斯来脱 (Hesslet) 及斯普利特^[22]曾将公式 (43) 推广至具有亚声速翼缘的情况。对超声速前缘的三角形机翼反向尾翼是均匀受载的。因此 $F(y)$ 是正比于该处的翼弦。翼片理论与阿尔顿-欣特尔方法不适于求 i 值,因为在某些情况下 $F(y)$ 值为未知而引起积分的麻烦。阿尔顿-欣特尔方法对矩形尾翼-机身的组合体导致完整的形式。其具体计算示于附录 3。对具有矩形的尾翼其半径与半翼展比为 0.2 的平面内在 4 个不同 $\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T$ 值时旋涡的 i 值示于图 11。在 $\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T=0$ 时阿尔顿-欣特尔方法与翼片理论是一样的。这样就可以将其余几条 $\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T$ 值的曲线与其为零值时的曲线比较,而得出由于在大展弦比时应用翼片理论的误差。第一个结果是 $\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T$ 不等于零,当 $\left(\frac{f}{s}\right)_T=1$ 时,无穷大值由于采用阿尔顿-欣特尔方法而消去。对旋涡在尾翼翼端的外侧位置, $\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T$ 只有很小的影响。但对旋涡在翼端内侧的位置,

$\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T$ 则具有很大的影响。为了知道由于采用翼片理论而产生误差的大小,曾经求出当 $\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T=0.5$ 时翼片理论的误差比值 $\left(\frac{i_{AS}-i_{ST}}{i_{AS}}\right)$ 的图表(图 12)。这个比值是旋涡位置的一个函数。对尾翼翼端外侧的旋涡,除了在翼端附近的情况一般都是很小。对机翼翼端的内侧,用翼片理论的最大误差为 35%,这个误差随着旋涡距离增大而减小,是尾翼翼端内侧误差增大的原因,是因为在这里由于较大的正的和负的升力差值对旋涡影响很小,而在外侧部分旋涡在整个尾翼上引起负的升力。可以相信翼片理论对于具有尖削比的尾翼要比矩形尾翼正确。因为已经知道它对三角形机翼是正确的,虽然翼片理论在估计尾翼载荷时比线性理论的正确度要差,但比起来线性理论则具有几个优点(在超声速时被阿尔顿-欣德尔的方法所例证)。第一,在有些超声速情况下应用线性理论找不到必要的理论资料;第二,需要分别地计算亚声速,超声速的情况与不同的 $\left(\frac{c}{\beta s}\right)_T$ 值,这样使设计图表绘制很困难。由于这个理由和其简易性,所以在本报告中除超声速的矩形机翼外,用翼片理论来计算

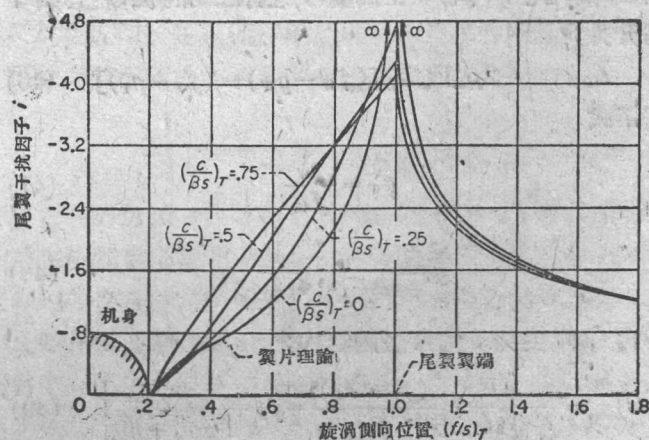


图 11 矩形尾翼由于机翼旋涡而产生的翼展翼展比对升力的影响(根据阿尔顿-欣德尔用于尾翼平面的旋涡的方法; $\left(\frac{r}{s}\right)_T=0.2$)

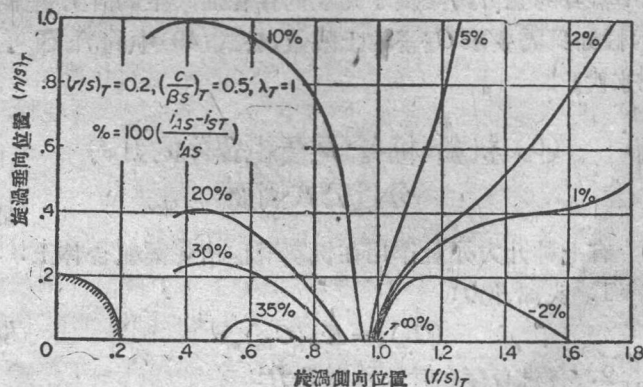


图 12 用翼片理论来估计矩形尾翼由于机翼旋涡而产生的载荷的误差

尾翼干涉因子。

现在来进行推导由于干扰所提供的升力系数值, 这一部分升力其定义为

$$C_{L_{(v)}} = \frac{L_{T(v)}}{q_{\infty} S_w} \quad (44)$$

借公式(38)及(42)可得到

$$C_{L_{(v)}} = \frac{(C_{L_a})_w (C_{L_a})_x [K_{w(B)} \alpha + k_{w(B)} \delta_w] i (s_T - r_T)}{2\pi A_T (f_w - r_w)} \quad (45)$$

$K_{w(B)}$ 及 $k_{w(B)}$ 值从附图 1 求得, i 值从附图 7 而 f_w 可从附图 5 或 6 查得; 对于矩形尾翼在超声速时建议可用阿尔顿-欣德尔方法计算。

(5) 由于机翼旋渦所引起的机翼后机身升力

在前面曾经假定机翼与尾翼的侧向旋渦间距没有变化, 因为根据这篇报告的目的计算这个变化的额外工作是不值得的, 可是假如由于某种原因进行了旋渦路径的逐步近似计算, 在机翼后机身上的升力可以估算得出来。一个马蹄形旋渦在每一单位翼展长度上的升力是 $\rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma_m$, 机翼后缘旋渦系的升力为 $2\rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma_m (f_w - g_w)$, 而在尾翼部分是 $2\rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma_m (f_T - g_T)$, 在机翼与尾翼之间的机身上剩下的净升力为

$$L_{B(v)} = -2\rho_{\infty} V_{\infty} \Gamma_m [(f_w - g_w) - (f_T - g_T)] \quad (46)$$

借关系式

$$g_w = \frac{r_w^2}{f_w} \quad (47)$$

$$g_T = \frac{r_T^2}{\sqrt{f_T^2 + h_T^2}} \quad (48)$$

将公式(46)变为升力系数的形式:

$$C_{L_{(v)}} = -\frac{4\Gamma_m}{S_w V_{\infty}} \left[\frac{(f_w^2 - r_w^2)}{f_w} - f_T + \frac{r_T^2}{\sqrt{f_T^2 + h_T^2}} \right] \quad (49)$$

赖格斯楚朗及格兰汉姆曾经用另外的方法求出同样的结果。除非在文献 25 中所提到的逐步解法已经求得的情况下, 一般在机翼及尾翼上的 f 值变化是未知的。在这种情况下机身的总升力与由于尾渦的存在而产生的升力是知道的; 假如只需要求 $C_{L_{(v)}}$ 的上限值, 公式(49)中的 f_{∞} 值可用 f_T 来代。

(6) 机翼-机身-尾翼組合体的升力 分量公式摘要

有七种升力分量作用在机翼-机身-尾翼組合体上:

1. 头部升力:

$$(C_L)_N = K_N (C_{L_a})_w \alpha \quad (50)$$

2. 有机身存在时的机翼升力:

$$(C_L)_{w(B)} = [K_{w(B)} \alpha + k_{w(B)} \delta_w] (C_{L_a})_w \quad (51)$$

3. 由于机翼所引起的机身升力:

$$(C_L)_{B(w)} = [K_{B(w)} \alpha + k_{B(w)} \delta_w] (C_{L_a})_w \quad (52)$$

4. 有机身存在时的尾翼升力(忽略了机翼旋渦的影响)

$$(C_L)_{T(B)} = [K_{T(B)} \alpha + k_{T(B)} \delta_T] (C_{L_a})_x \left(\frac{S_T}{S_w} \right) \quad (53)$$

5. 由于尾翼所引起的机身升力(忽略了机翼旋渦的影响):

$$(C_L)_{B(T)} = [K_{B(T)} \alpha + k_{B(T)} \delta_T] (C_{L_a})_x \left(\frac{S_T}{S_w} \right) \quad (54)$$

6. 由于机翼旋渦所引起的尾翼升力:

$$(C_L)_{T(v)} = \frac{(C_{L_a})_w (C_{L_a})_x [K_{w(B)} \alpha + k_{w(B)} \delta_w] i (S_T - r_T)}{2\pi A_T (f_w - r_w)} \quad (55)$$

7. 由于机翼旋渦所引起的机翼后机身升力:

$$(C_L)_{B(v)} = -\frac{4\Gamma_m}{S_w V_{\infty}} \left[\frac{(f_w^2 - r_w^2)}{f_w} - f_T + \frac{r_T^2}{\sqrt{f_T^2 + h_T^2}} \right] \quad (56)$$

作为应用这些公式的一个例子在以后的机翼-机身-尾翼組合体数值计算中将予以介绍。为了应用这些公式, 其中还包括附图 8。附图 8 是综合以綫性理論所决定的, 在超声速情况下机翼升力曲线的斜率。

五、纵向压力中心理論

在升力理論这一节里亚声速与超声速两种情况的差别只是提到了一下, 因为升力理論在两种速度情况下采用同一形式, 馬赫数的影响可用 $(C_{L_a})_w$ 及 $(C_{L_a})_x$ 值来说明, 可是在压力中心理論中馬赫数对某些升力分量的压力中心具有直接的影响, 因此在亚声速与超声速两种情况有所区别。

在这篇报告中, 压力中心的位置采用某些习惯的方法来表述, 組合体的位置以距最前点的总长的分数表示。在设计图表中, $L_{B(w)}$ 、 $L_{w(B)}$ 、 $L_{T(B)}$ 、 $L_{B(T)}$ 的压力中心用距离与机身连接的前缘点的弦长分数值表示之, 所有带有 - 的长度尺寸表示压力中心长度。

(1) 头部的压力中心

头部压力中心在很多情况下可用細长体理論很精确地估计出来, 其结果为

$$l_N = l_s \left(1 - \frac{V_s}{\pi r_N^2 l_s} \right) \quad (57)$$

其中 V_s 与 l_s 是从肩部以上机头部分的体积与长度, 对具有小的細长比或在高馬赫数的細长头部, 某一些升力是轉到机头后部的机身上, 这样使 l_N 比方程式(57)所給出的要大些, 如头部上的升力是总升力的重要一部分, 其影响就较显著, 在这种情况下虽然 l_N 的实驗值常常是比较正确, 但綫性理論比起細长体理論要好, 对交弧形头部, 根据細长体理論求得的压力中心示于附图 9。

(2) 有机身存在时机翼的压力中心

攻角 三角形机翼的压力中心的位置在具有无限长的

$$\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\alpha} = \frac{1}{\left(1-\frac{r}{s}\right)} \times \frac{2\left(\frac{1}{3} + \frac{r^4}{s^4}\right) \tan^{-1}\left(\frac{s}{r}\right) + \frac{2}{3} \frac{r^3}{s^3} \ln\left[\left(\frac{s^2+r^2}{2s^2}\right) \frac{s}{r}\right] - \frac{1}{3} \frac{r^3}{s^3} \left(2\pi - 1 + \frac{s^2}{r^2}\right)}{\left(1 + \frac{r^2}{s^2}\right) \tan^{-1}\left(\frac{s}{r}\right) - \frac{r^2}{s^2} \left[\pi + \left(\frac{s}{r} - \frac{r}{s}\right)\right]} - \frac{\frac{r}{s}}{\left(1 - \frac{r}{s}\right)} \quad (58)$$

另外一个计算具有三角形机翼-机身组合体压力中心的方法是假定露出的机翼作用在机身的上洗流中, 然后根据翼片理论算出最后的压力中心位置, 具体步骤与升力理论一节相似, 上洗角在对称平面内沿展向按下面关系变化:

$$\alpha_y = \alpha_B \left(1 + \frac{r^2}{y^2}\right) \quad (59)$$

其中 y 是离机身轴的侧向位置, 机翼就这样因为单独机身的流动而被扭转, 如根据方程式 (59) 的上洗角用翼片理论来考虑, 可近似地给出升力为

$$L_{W(B)\alpha} = \frac{4}{\beta} q_\infty \int_r^s \alpha_y c_y dy \quad (60)$$

对翼根的前缘点的力矩为

$$M_{W(B)\alpha} = \frac{4}{\beta} q_\infty \int_r^s \alpha_y \bar{x}_y c_y dy \quad (61)$$

假定翼片的压力中心在翼弦的中点。将力矩用升力来除就得到具有三角形翼的机翼-机身组合体的压力中心

$$\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\alpha} = \frac{1}{2} + \frac{\frac{1}{6} - \frac{1r}{2s} - \frac{3r^2}{2s^2} + \frac{11r^3}{6s^3} + \left(1 + \frac{r}{s}\right) \frac{r^2}{s^2} \ln \frac{s}{r}}{2\left(1 - \frac{r}{s}\right) \left[\frac{1}{2} \left(1 - \frac{r^2}{s^2}\right) - \frac{r^2}{s^2} \ln \left(\frac{s}{r}\right)\right]} \quad (62)$$

公式 (58) 及 (62) 的结果作为 $\frac{r}{s}$ 的一个函数示于图 13。此

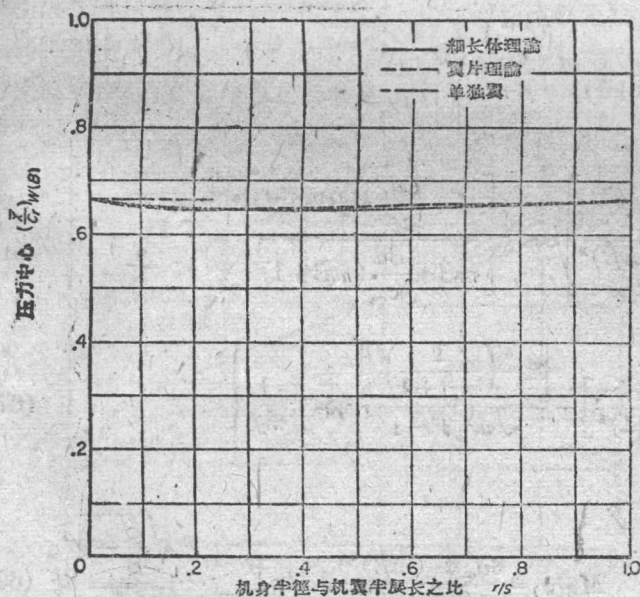


图 13 后缘不后掠(或前掠)的三角形机翼

$\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)}$ 理论值的比较

柱体的情况下, 根据细长体理论^[13], 按露出的机翼根弦从前缘连接点处量起的百分数为

外也给出用线性理论决定的机翼的压力中心的数值。三种方法都给出在机身存在的情况下同样的机翼压力中心, 因此可以下这样的结论, 即 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_W$ 值对单独机翼而言 (即把裸露的机翼结合在一起) 虽然与 $\frac{r}{s}$ 无关, 但是它给出三角形机翼在机身存在的情况下相当正确的 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)}$ 值。

如将细长体理论应用到组合体中的矩形机翼上, 会得出一个错误的理论: 即所有的升力, 从而压力中心是在机翼的前缘上。这个结果只有在零展弦比情况下是符合的而在一般情况下是不符合的。在另外一方面, 用翼片理论计算则压力中心在弦的中点而且与展弦比无关, 这个结果只有当翼弦为零时才是正确的, 而对一般大小到更大的展弦比只具有近似的正确性。单独机翼如用线性理论来估算则当展弦比减小压力中心从弦的中点向前缘移动。

$$\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_W = \frac{3\beta A - 2}{6\beta A - 3} \quad (63)$$

公式 (63) 当 $\beta A > 1$ 是有效的。当 $\beta A < 1$ 时由于尖端影响在机翼后部面积上产生的负升力使压力中心向前移, 这样用线性理论求得的单独机翼的压力中心位置接近大展弦比时用翼片理论给出的位置 (当机身存在时); 在小展弦比时它也得出与细长体理论比较接近的结果。所以得出如下的结论: 对矩形机翼而言, 单独机翼的压力中心 (在所有展弦比情况下) 比细长体方法及翼片理论更能代表在机身存在情况下机翼上升力的压力中心。

对于后缘不后掠的梯形机翼, 细长体理论给出了作用在梢弦前缘以前那部分机翼上的全部升力, 因而也就给出了压力中心。然而, 一般说来升力是存在于整个机翼上的。在大展弦比的情况下, 细长体理论给出的压力中心位置是太靠前了。另一方面, 翼片理论, 主要是没有考虑翼梢的影响, 一般给出的压力中心是太靠后了, 特别是在小展弦比的情况下。对于大展弦比而言, 单独机翼理论和翼片理论很符合, 而在小展弦比时和细长体理论很符合。既然翼片理论只在大展弦比时才可靠, 那我们就断定: 在全部展弦比范围内, 单独机翼理论是最好的。

对于三角机翼、矩形机翼以及梯形机翼和机身的组合体, 我们就单独机翼理论与细长体理论以及翼片理论进行了比较。根据这些比较, 我们断定: 在全部展弦比范围内

来描述露出机翼的压力中心,这三个理论中,单独机翼理论是最好的。现在给出一些简单的图表来帮助我們估计压力中心的位置。对超声速而言,附图 10a、10b、10c 给出了前缘不后掠、中弦不后掠和后缘不后掠三种机翼(分别对应于尖削比 $\lambda=0, \frac{1}{2}$ 和 1) 的 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_w$ 随 βA 的变化。我們将此曲线外插到细长体理论在 $\beta A=0$ 所给出的极限值,而在 $\beta A=0$ 的情况下,细长体理论是合用的。对这一族中任一给定机翼的 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_w$ 值,可以用适当的内插法得到。对亚声速而言,在展弦比、尖削比和后掠角的相当大范围内,都可用狄扬和哈泼的图表^[23]来计算 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_w$ 。其结果給在附图 11 里面。而且用内插法求得了从 $\beta A=2$ 的值到 $\beta A=0$ 的细长体理论值之间的结果。在用外插法时,曾經借助于交叉繪图法。

从机身最前面的点到翼面压力中心的距离是

$$\bar{l}_{W(B)\alpha} = \bar{l}_w + (c_r)_w \left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\alpha} \quad (64)$$

机翼安装角 后有一般的方法来計算 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\delta}$, 但对于 $\beta A \geq 2$ 的矩形机翼和机身組合体或细长三角翼和机身细长体,有专门研究的结果。对矩形翼和机身組合体 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\delta}$ 的值,已由文献 3 根据綫化理论求出,并給在附图 12 里面。这个 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\delta}$ 的值比单独机翼 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_w$ 的值要小,其差为根弦的百分之几。对细长三角机翼和机身組合体所得的结果(如在附录 1 中由细长体理论所确定的)表

示在附图 13 中。 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\delta}$ 与单独翼 $\frac{2}{3}$ 弦长的差只有根弦的千分之几。对于应用上述方法的这种組合体,是利用附图 12 和 13 的结果。对于其他的組合体, $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\delta}$ 的值可由 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_w$ 很好地近似給出,除非有更准确的结果可以利用。

相对于总体的压力中心位置是

$$\bar{l}_{W(B)\delta} = \bar{l}_w + (c_r)_w \left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{W(B)\delta} \quad (65)$$

(3) 机翼影响的机身部分压力中心

确定由于机翼影响而作用在机身上的压力中心,要看是亚声速流还是超声速流,而有着不同的方法。我們作这样的假设:由翼面传递到机身上的升力的压力中心,究竟是攻角引起的还是安装角引起的,这无关紧要。因而 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{B(W)\alpha}$ 和 $\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{B(W)\delta}$ 没有什么区别,并且这两种情况不分开进行討論。

超声流 对于超声速情形,利用图 4 的平面模型,这和确定机身升力(考虑机翼影响)所用的模型相同。对具有超声前缘的机翼,作用于机身上升力的力矩为

$$M_{B(W)} = \frac{4q_\infty \alpha_w \beta m}{\beta \pi \sqrt{\beta^2 m^2 - 1}} \int_0^d d\eta \int_{\beta\eta}^{c_r + \beta\eta} \xi \cos^{-1} \frac{\xi + \beta m \eta}{\eta + m \xi} d\xi \quad (66)$$

这里是应用图 4b 的坐标系。对于两片半翼的升力,迭加計算,結果給出

$$\begin{aligned} M_{B(W)} = & \frac{4q_\infty \alpha_w m}{3\pi \beta} c_r^3 \left\{ \sqrt{1 + \frac{2\beta d}{c_r}} \left[\frac{2m\beta + 5}{3(m\beta + 1)^2} + \frac{\beta d}{3(m\beta + 1)c_r} - \frac{\left(\frac{\beta d}{c_r}\right)^2}{\beta m} \right] \right. \\ & + \frac{1}{\sqrt{m^2 \beta^2 - 1}} \left[\left(1 + \frac{\beta d}{c_r}\right)^3 - \frac{\left(\frac{\beta d}{c_r}\right)^3}{m^2 \beta^2} - \frac{1}{(1 + m\beta)^2} \right] \cos^{-1} \left[\frac{1 + \frac{\beta d}{c_r}(m\beta + 1)}{m\beta + \frac{\beta d}{c_r}(m\beta + 1)} \right] \\ & \left. + \left(\frac{\beta d}{c_r}\right)^3 \frac{1}{m^2 \beta^2} \cosh^{-1} \left(1 + \frac{c_r}{\beta d}\right) - \left[\frac{2m\beta + 5}{3(m\beta + 1)^2} \right] - \frac{\left[1 - \left(\frac{1}{m\beta + 1}\right)^2\right]}{\sqrt{m^2 \beta^2 - 1}} \cos^{-1} \frac{1}{m\beta} \right\} \quad (67) \end{aligned}$$

于是我們用方程 (24) 的 $K_{B(W)}$ 和方程 (67) 的力矩求得压力中心的位置如下:

$$\left(\frac{\bar{x}}{c_r}\right)_{B(W)} = \frac{M_{B(W)}}{L_{B(W)} c_r} = \frac{M_{B(W)}}{K_{B(W)} L_w c_r} \quad (68)$$

同样地对具有亚声前缘的机翼,我們得到:

給出

$$M_{B(W)} = \frac{8q_\infty \alpha_w (m\beta)^{3/2}}{\pi \beta (\beta m + 1)} \int_0^d d\eta \int_{\beta\eta}^{c_r + \beta\eta} \frac{\xi \sqrt{\frac{\xi}{\beta} - \eta}}{\sqrt{m\xi + \eta}} d\xi \quad (69)$$