项目编号:2002B11006
参加单位:河南省社会科学院
郑州大学
河南财经学院
中州国际集团

经济景气状况的数量分析和预测方法研究

主持人　段宾

河南省社会科学院

2004年4月

项目参加者

周　柯	郑州大学商学院
李飞燕	河南财经学院
巩艳芳	河南省社会科学院
王　飚	中州国际集团

本项目 2002 年立项　　2004 年 4 月结项

目　录

引 论

§1 关于数学和数学方法的两点评论

数学是一门高深的学问。数学也是一门普通的学问。数学是科学的工具。但工具永远只是工具。工具只有在我们运用它时才有价值。工具也只有在我们运用它,它又给我们带来便利和效益时才能算有用。

譬如,人之登山。登山鞋、登山镐都是工具。但有了这些工具并不一定登山,更不一定能登上高山。

数学方法在很长一段时间里被神秘化了。在社会科学中应用数学方法更加产生了两种极端反应:一是,认为数学方法太高深,不是普通人能够理解和应用的。相关的认识是:数学要求精确化,根本不适用于社会科学研究。这造成了社会科学领域的恐数学症。有些人甚至一见数学公式就头昏;二是,认为只有数学方法才是科学的、正确的方法。把是否应用数学方法作为划分科学与非科学的标准。好象不应用数学的科学就不是科学。这造成了对数学方法的绝对化。这两种认识都不正确。社会科学,尤其是经济学,研究社会现象和经济现象。数量和数量关系是社会现象、经济现象的重要组成部分。例如国家疆域、矿产数量、能源数量、水资源量、人口数量、男女比例、劳力数量、就业数量、收入水平、生活水平等等,都是数量问题。不应用数学方法,这些问题是无法说明,

也无法研究的。数学方法对社会科学研究的价值不容否认。另一方面，社会现象、经济现象属于人的问题。人与人的社会关系问题不是单纯运用数学方法，进行数量分析所能描述和解决的。社会科学和经济学不能，也没有必要完全数学化。

§2 关于《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》

《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》是完全数学化的经济学著作。

《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》应用数学方法研究经济现象中与经济景气相关的主要经济变量间的一般数量关系，建立关于与经济景气相关的主要经济变量的函数，并在此基础上建立经济景气状况的数量分析方法和预测方法。

《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》将应用数学语言定义概念；应用数学方法建立关于经济变量的函数；应用微分方法阐明经济变量间确定的一般数量关系；使我们建立的经济理论、经济景气的数量分析和预测方法具有数学的形式和物理定理的精确性；应用建立的函数和经济变量间的一般数量关系式研究相关的经济理论问题；在此基础上，建立经济景气的数量分析方法和经济景气的预测方法。

《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》具有理论和现实意义。其理论意义是：①建立一组完整的相互联系的关于经济运行中主要经济变量的函数，确定经济运行中主要经济变量间的一般数量关系，具有创造性。②建立系统的经济景气状况的数量分析和预测方法。将各主要经济变量有机地联系在一组函数中，使任一变量的变动都受到其他变量的影响，并影响其他变量，使经济景气分析和预测向科学化又前进一步。其现实意义是：我们建立的经济景气的数量分析和预测方法可以用来对国民经济发展的历史和现状进行精确的数量分析；对国民经济的未来发展进行科学的预测。我们建立的经济函数，经济景气的数量分析和预测方法

可以用来编制国民经济计划，企业发展规划并对这些计划或规划的科学性进行分析和论证。

§3 《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》的结构

《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》在论述上将包括以下几个部分：

一、数学基础

二、预测方法概论

三、国民经济运行的一般数学原理

四、经济景气的数量分析方法及其应用

五、经济景气的预测方法及其应用。

《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》的内容、研究方法和研究目的决定其结构。我们要建立经济景气状况的数量分析和预测方法，必然需要借助于已有的数学知识和预测方法。因此，我们首先介绍以后要用到的数学知识和预测方法，然后在此基础上建立新的经济景气的数量分析和预测方法。

一、数学基础

《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》的任务之一是建立经济景气状况的数量分析方法，数学知识必不可少。我们将简单地介绍与我们在《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》中应用的数学有关的数学概念和数学知识。因此，我们称之为“数学基础”。

二、预测方法概论

《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》的任务之一是建立经济景气的预测方法。在建立新的经济景气预测方法之前，我们有必要了解已有的各种主要预测方法，因此，我们将对已有的科学预测方法进行一个概述。称为预测方法概论。事实上，预测是自古以来就普遍存在的。预测实际上是人类行为的普通方式之一。预测所采取的形式因民族、地区、时代的不同而不同，预测的

方法也因而各异，但预测的目的都是一样的——设法推知未来。作为预测方法的一种，甚至中国的算命术，西方的占星术都不无科学的成份。因此，在《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》中，无论我们应用与否，对已有的各种预测方法都加以略述。

三、国民经济运行的一般数学原理

我们将建立国民经济运行中各主要变量的函数，并确定各主要经济变量间的一般关系，即建立国民经济运行的数学原理体系。这一部分是《经济景气状况的数量分析和预测方法研究》的关键，是建立经济景气的数量分析方法和预测方法的理论基础。

四、经济景气的数量分析方法及其应用

在我们建立的国民经济运行的数学原理基础上建立经济景气的数量分析方法。应用这种方法对中国现代经济史进行数量分析。

五、经济景气的预测方法及其应用

在我们建立的国经济运行的数学原理基础上建立经济景气的预测方法。应用建立的经济景气预测方法对中国“十五”计划期间的经济状况进行预测；对河南省经济的现状和短期发展趋势进行预测。以说明我们建立的经济景气预测方法，其应用方法、应用价值和效果。

一、数学基础

数学是研究“数”的学问。它研究数的规律及其运算方法。在“数学基础”中我们不介绍所有的作为“数学基础”的数学基础知识，而仅概述我们以后要用到的相关数学知识。

第一章　代数

本章介绍数、代数方法、代数公式。

“数”是抽象概念。它是人脑活动的产物。“数”的对象却是客观的。它是自然的，不以人的意志为转移的事物的多少、大小、高低的概括。

下面我们来介绍基本的代数学知识。

§1.1　数的扩张、分类和基本运算法则

1.数的扩张与分类

“自然数”，是自然的数量，即正整数。

因减法运算而出现了超越正整数的“整数”。整数包括零，正整数(自然数)和负整数。

因除法运算而出现了超越“整数”的分数。即“有理的”。有理数包括自然数、整数和分数。有理数是包括有限小数或无限循环小数的数。有理数包括零、正有理数、负有理数。

因极限运算而出现了超越“有理数”的“实数”。实数包括有理数和无理数。无理数是指无限不循环小数。它包括正无理数和负无理数。

因代数方程运算而出现了超越"实数"的"复数"。复数包括代数数和超越数。

2.实数四则运算法则

实数的四则运算是指实数的加、减、乘、除。

1)实数的加减法法则

加减法实际上可以看作是一种运算方法，即加法。因为减法可以看作加法的逆运算。两个数相减只要把减数变成同它符号相反的数，即可按加法法则运算。

加减法的基本法则是：同号两数相加，将绝对值相加，符号与加数相同；异号两数相加，绝对值以大减小，符号与绝对值大的加数同；任意实数和零相加，等于实数本身。

2)实数的乘除法法则

除法是乘法的逆运算。乘法与除法实际上是一种运算方法。一个数被另一数所除，可以看作是一个数与另一个数的倒数的乘积。

乘除法的基本法则是：同号两数相乘除，绝对值相乘除，符号为正。异号两数相乘除，绝对值相乘除，符号为负；任何数与零相乘等于零；任何数与 1 相乘除等于它自己；任何数不能以零为除数；任何数除以 1 等于它自己，零除以任何不等于零的数均等于零。

3.数的三个基本运算律

1)数的交换律

数的交换律是：

$a+b=b+a$

$a\cdot b=b\cdot a$

2)数的结合律

数的结合律是：

$(a+b)+c=a+(b+c)$

$(a\cdot b)\cdot c=a\cdot(b\cdot c)$

3)数的分配律

数的分配律是：

$(a+b)\cdot c=a\cdot c+b\cdot c$

4.乘方和开方

1)数的乘方

n 个数 a 相乘,即

$a\times a\times a\cdots\times a=a^n$

称为 a 的 n 次方,又称为 a 的 n 次幂。其中,a 称为幂底数,n 称为幂指数。

2)数的乘方的符号法则

正数的任何次方为正数;负数的偶数次方为正数;负数的奇数次方为负数;零的任何次方为零。

规定不等于零的数的零次方等于 1,即 $a^0=1$　其中,$a\neq0$。

3)数的开方

若 $a^n=b$,则,a 称为 b 的方根,记作 $a=\pm\sqrt[n]{b}$。

求方根的运算称为开方。

§1.2　数列和级数

1.数列的概念

按照一定规则排列着的一列数

$a_1, a_2, a_3\ldots a_n\cdots$

称为数列。数学上记作$\{a_n\}$。

2.级数的概念

如果把数列用和号联接起来,即,

$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n+\cdots$

称为级数。数学上记作$\sum\limits_{n-1}^{\infty}a_n$。其中,$a_n$ 称为该数列或级数的通项。亦即一般项。

3.等差数列和等差级数(算术级数)

1)等差数列和等差级数

如果有一数列如下:

a_1，　a_1+d，　a_1+2d，　a_1+3d，…

其中,d 为常数,则称该数列为公差为 d 的等差数列。与等差数列相应的级数称为等差级数。又称算术级数。

2)等差数列的通项公式:

等差数到的通项为:

$a_n=a_1+(n-1)\cdot d$

该式称为等差数列的通项公式。

3)等差数列的等差中项

等差数列的等差中项为:

$$a_k=\frac{a_{k-1}+a_{k+1}}{2}\qquad (K>1)$$

4.等比数列与等比级数(几何级数)

1)等比数列和等比级数

如果有一数列如下:

a_1，　a_1q，　a_1q^2　a_1q^3…

其中,q 为常数。则称该数列为公比为 q 的等比数列。与等比数列相应的级数称为等比级数。又称几何级数。

2)等比数列的通项公式

等比数列的通项为

$a_n=a_1\cdot q^{n-1}$

该式称为等比数列的通项公式。

3)等比数列的等比中项

等比数列的等比中项为:

$$a_k=\pm\sqrt{a_{K-1}a_{K+1}}\qquad (a_{K-1}\cdot a_{K+1}>0)$$

4)等比级数的 n 项和

等比数列的 n 项和公式为:

$$S_n=\frac{a_1\cdot(1-q^n)}{1-q}$$

5)无穷递减等比级数的和

无穷递减等比级数的和的公式为：

$$S_= \sum_{n-1}^{\infty} a_i \cdot q^{n-1} = \frac{a_1}{1+q} \qquad (|q|<1)$$

§1.3 乘法法则与因式分解公式

1.乘法法则

同号相乘,数值相乘,符号为正;异号相乘,数值相乘,符号为负。

2.因式的分解

因式分解公式有如下几个：

$(x+a)\cdot(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

$(a\pm b)^2=a^2\pm 2ab+b^2$

$(a\pm b)^3=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$

$a^2-b^2=(a-b)\cdot(a+b)$

$a^3\pm b^3=(a\pm b)(a^2\mp ab+b^2)$

$a^n-b^n=(a-b)(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\cdots+ab^{n-2}+b^{n-1})$ (n 为正整数)

$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots+ab^{n-2}-b^{n-1})$ (n 为偶数)

$a^n+b^n=(a+b)(a^{n-1}-a^{n-2}b+a^{n-3}b^2-\cdots-ab^{n-2}+b^{n-1})$ (n 为奇整数)

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ac$

$a^3+b^3+c^3-3abc=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ac)$

§1.4 分数和分式运算

1.分数的概念

把某一单位分成若干等分。表示这样的等分的数称为分数。

设有一单位 m,若分成 n 分则一个等分为：$\frac{m}{n}$。$\frac{m}{n}$是分数的一般形式。读作 n 分之 m。m 称为分子,n 称为分母。

2.公式运算

1)分式的加减运算

①分母相同的分式加减法

分母相同的分式相加减，分母不变，分子相加减，即

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{b} = \frac{a \pm c}{b}$$

②分母不同的分式加减法

分母不同的分式相加减，分式的分母相乘作为公分母，分式的分子分别乘以各相加减的分式的分母，再以分母相同的分式加减法进行加减运算。即

$$\frac{a}{b} \pm \frac{c}{d} = \frac{ad \pm cb}{b \cdot d}$$

2)分式的乘除运算

①分式的乘法运算

分式相乘，等于分子相乘作分子，分母相乘作分母。即

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

②分式的除法运算

分式相除，等于被除分式的分子乘上作除数的分式的分母作为结果分式的分子；被除分式的分母乘上作除数的分式的分子作为结果分式的分母。即

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{ad}{bc}$$

3)分式的乘方运算

分式的乘方等于分子、分母分别乘方，即

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

4)分式的开方运算

分式的开方等于分子、分母分别开方，即

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} \qquad (a>0 \qquad b>0)$$

§1.5 比例

比例关系在理论分析中十分有用。是推论和理论陈述的重要方法之一。

数的比例关系如下：

1. 若 $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$（或写作 $a:b=c:d$），其中 a、b、c、d 都不等于 0，则

1) $ad=bc$

2) $\frac{b}{a}=\frac{d}{c}$

3) $\frac{a}{c}=\frac{b}{d}$

4) $\frac{a+b}{b}=\frac{c+d}{d}$

5) $\frac{a-b}{b}=\frac{c-d}{d}$

6) $\frac{a+b}{a-b}=\frac{c+d}{c-d}$

2. 若 $\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_2}{b_2}=\frac{a_3}{b_3}=\cdots=\frac{a_n}{b_n}$，则

$$\frac{a_1}{b_1}=\frac{a_1+a_2+a_3+\cdots a_n}{b_1+b_2+b_3+\cdots b_n}=\frac{\lambda_1 a_1+\lambda_2 a_2+\lambda_3 a_3+\cdots\lambda_n a_n}{\lambda_1 b_1+\lambda_2 b_2+\lambda_3 b_2+\cdots\lambda_n b_n}$$

$$=\frac{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2\cdots+a_n^2}}{\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2\cdots+b_n^2}}$$

其中，λ_i（$i=1、2、3\cdots n$）为一组任意常数；b_i（$i=1、2、3\cdots n$）都不等于 0

3. 若 y 与 x 成正比，在数学上记作 $y\propto x$ 则

$y=kx$

其中，k 为常数，称为比例常数。

若 y 与 x 成反比，在数学上记作 $y\propto\frac{1}{x}$，则

$y=\frac{k}{x}$

其中,k 为常数,称为比例常数。

若 y 与 x 成正比,y 与 z 也成正比(即 $y\propto x$、$y\propto z$),则 x 与 z 成正比。即

$x = kz$ $(x\propto z)$

而且,y 与 xz 成正比,即

$y = kxz$ $(y\propto xz)$

§1.6 根式及其运算

1.根式的概念和性质

1)方根和根式

①方根的概念

所谓方根,是指求一个数,它的某次方恰好等于该数。例如,数 a 的 n 次方根就是求一个数,它的 n 次方等于 a。

数学上,a 的 n 次方根记作$\sqrt[n]{a}$。其中,n 为大于 1 的自然数。

②根式的概念

有了方根的概念,就有了根式的概念。

数 a 的 n 次方根$\sqrt[n]{a}$,作为代数式,称为根式。其中,n 称为根指数,a 称为根底数。

在实数范围内,负数不能开偶次方。一个正数开偶次方有两个方根,其绝对值相同,符号相反。

2)算术根

正数的正方根称为算术根。

零的算术根规定为零。

3)根式的基本性质

$(\sqrt[n]{a})^n = a$

$\sqrt[n]{a^n} = a$

2.根式的运算法则

1)乘积的方根运算

乘积的方根等于各因子同次方根的乘积;反过来,也成立。即

同次方根的乘积等于乘积的同次方根,即

$\sqrt[n]{ab}=\sqrt[n]{a}\cdot\sqrt[n]{b}$　　其中 a≥o, b≥0

2)分式的方根运算

分式的方根等于分子、分母同次方根相除;反过来,也成立。即同次方根相除等于因子相除的同次方。即

$\sqrt[n]{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$　　其中, a≥0; b>0

3.根式的乘方运算

$(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$　　其中, a≥0

§1.7　不等式及其运算

1.不等式的概念

表示两个量或两个表达式不等关系的式子,称为不等式。

在数学上,用"≠"、">"、"<"分别表示"不等"、"大于"和"小于"的数量关系。

用这些符号联系的数学式都是不等式。

$a\neq b$　　读作 a 不等于 b

$a>b$　　读作 a 大于 b

$a<b$　　读作 a 小于 b

另外,还"≥""≤"即"大于等于"和"小于等于"号,表示两个数的大于或小于的关系中包括等于的关系。

不等式包括两种类型:

1)绝对不等式

①$a>b$　　$a-b>0$

②$x^2+1>0$

这里 $a>b$ 是确定的数量关系。而 $x^2+1>0$ 对于任意的实数 x 均成立,则称这类不等式为绝对不等式。

2)条件不等式