



高 等 学 校 规 划 教 材  
工 科 电 子 类

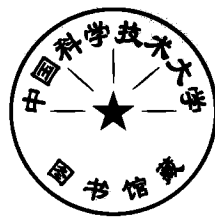
# 天线原理与设计

康 行 健

國防工業出版社

# 天线原理与设计

康行健



国防工业出版社

·北京·

## 图书在版编目(CIP)数据

天线原理与设计/康行健编. —北京:国防工业出版社,  
1995. 11  
ISBN 7-118-01431-1

I. 天… II. 康… III. ①天线-基本理论②天线-设计  
IV. TN82

中国版本图书馆 CIP 数据核字(95)第 02543 号

国防工业出版社出版发行

(北京市海淀区紫竹院南路 23 号)

(邮政编码 100044)

北京怀柔新华印刷厂印刷

新华书店经售

\*

开本 787×1092 1/16 印张 21½ 498 千字

1995 年 11 月第 1 版 1995 年 11 月北京第 1 次印刷

印数:1—2000 册 定价:16.95 元

---

(本书如有印装错误,我社负责调换)

## 出版说明

根据国务院关于高等学校教材工作的规定,我部承担了全国高等学校和中等专业学校工科电子类专业教材的编审、出版的组织工作。由于各有关院校及参与编审工作的广大教师共同努力,有关出版社的紧密配合,从1978~1990年,已编审、出版了三个轮次教材,及时供给高等学校和中等专业学校教学使用。

为了使工科电子类专业教材能更好地适应“三个面向”的需要,贯彻国家教委《高等教育“八五”期间教材建设规划纲要》的精神,“以全面提高教材质量水平为中心,保证重点教材,保持教材相对稳定,适当扩大教材品种,逐步完善教材配套”,作为“八五”期间工科电子类专业教材建设工作的指导思想,组织我部所属的八个高等学校教材编审委员会和四个中等专业学校专业教学指导委员会,在总结前三轮教材工作的基础上,根据教育形势的发展和教学改革的需要,制订了1991~1995年的“八五”(第四轮)教材编审出版规划。列入规划的,以主要专业主干课程教材及其辅助教材为主的教材约300余种。这批教材的评选推荐和编审工作,由各编委会或教学指导委员会组织进行。

这批教材的书稿,其一是从通过教学实践、师生反应较好的讲义中经院校推荐,由编审委员会(小组)评选择优产生出来的,其二是在认真遴选主编人的条件下进行约编的,其三是经过质量调查在前几轮组织编写出版的教材中修编的。广大编审者、各编审委员会(小组)、教学指导委员会和有关出版社,为保证教材的出版和提高教材的质量,作出了不懈的努力。

## 前 言

本教材系按电子工业部的工科电子类专业教材 1991~1995 年编审出版规划,由电磁场与微波技术教材编审委员会天线与电波编审小组征稿并推荐出版。责任编辑王元坤。

本教材由北京理工大学康行健副教授担任主编,西安电子科技大学汪茂光教授担任主审。

本课程的参考学时数为 80 学时,其主要内容为天线的理论基础;天线参数的定义与计算;线天线、口径天线和天线阵的分析方法;以及典型常用天线的工作原理、电性能分析和设计方法;并简要介绍两种现代近似计算方法——矩量法和几何绕射理论。书后附九个天线基本问题的计算机程序,可用于课程设计,以实现天线课与计算机的初步结合。还附一定数量的习题。

参加审阅工作的还有天线与电波编审组的全体同志,他们为本书提出许多宝贵意见,这里表示诚挚的感谢。并对北京理工大学张德齐、刘静贞、刘瑞祥三位教授和康长庚副研究员在编写过程中所给予的帮助与支持表示谢意。由于编者水平有限,书中难免还存在一些缺点和错误,殷切希望广大读者批评指正。

编 者  
1995. 7.

# 目 录

绪论	(1)
第一章 天线的理论基础	(5)
1.1 基本的电磁方程	(5)
1.2 边界条件	(6)
1.3 玻印廷定理	(7)
1.4 辐射问题的麦克斯韦方程的解	(8)
1.5 电流元的辐射	(10)
1.6 对偶性原理	(12)
1.7 磁流元的辐射	(14)
第二章 发射天线的参数	(15)
2.1 场区的划分	(15)
2.2 辐射功率密度与辐射强度	(17)
2.3 发射天线的参数	(18)
第三章 接收天线	(28)
3.1 工作原理与等效电路	(28)
3.2 接收天线的参数	(29)
3.3 互易定理及应用	(33)
3.4 付里斯传输方程与雷达测距方程	(36)
第四章 简单线天线	(38)
4.1 短振子	(38)
4.2 对称振子	(39)
4.3 V形振子	(44)
4.4 折合振子	(45)
4.5 小环天线	(47)
4.6 方环天线	(50)
4.7 行波线天线	(54)
第五章 天线阵的分析与综合	(58)
5.1 方向图乘积定理	(58)
5.2 二元阵	(60)
5.3 线性相位渐变等间距线阵	(64)
5.4 均匀激励等间距线阵	(66)
5.5 典型常用均匀激励等间距线阵	(69)

5.6	均匀激励等间距线阵的方向性系数	(75)
5.7	非均匀激励等间距线阵	(77)
5.8	二项式阵	(81)
5.9	道尔夫-契比雪夫线阵法	(82)
5.10	泰勒线源法	(87)
5.11	平面阵	(97)
5.12	圆阵	(102)
5.13	单元间的互耦及影响	(105)
5.14	线源	(106)
<b>第六章</b>	<b>对称振子阵的阻抗</b>	<b>(114)</b>
6.1	对称振子的近区场	(114)
6.2	对称振子的输入阻抗	(116)
6.3	对称振子间的互阻抗	(119)
6.4	理想地面上的天线	(122)
6.5	实际地面上的天线	(128)
<b>第七章</b>	<b>缝隙天线与微带天线</b>	<b>(130)</b>
7.1	巴俾涅原理	(130)
7.2	缝隙天线	(132)
7.3	波导缝隙天线阵	(137)
7.4	微带天线概述	(140)
7.5	矩形微带天线	(142)
7.6	微带天线技术	(147)
7.7	微带阵和微带行波天线	(148)
<b>第八章</b>	<b>宽频带天线</b>	<b>(151)</b>
8.1	螺旋天线	(151)
8.2	八木-宇田天线	(158)
8.3	背射天线	(165)
<b>第九章</b>	<b>非频变天线</b>	<b>(167)</b>
9.1	相似原理	(167)
9.2	拉姆西一般形状方程	(168)
9.3	等角螺旋天线	(169)
9.4	阿基米德螺旋天线	(172)
9.5	对数周期天线概述	(172)
9.6	对数周期振子阵	(174)
<b>第十章</b>	<b>口径天线基本原理</b>	<b>(179)</b>
10.1	惠更斯原理与等效原理	(179)
10.2	口径天线的辐射场	(181)
10.3	矩形口径	(184)
10.4	圆口径	(189)

10.5	口径天线增益的计算	(193)
10.6	口径场的相位分布对方向性的影响	(196)
10.7	几何光学与应用	(198)
<b>第十一章</b>	<b>喇叭天线</b>	<b>(202)</b>
11.1	<i>H</i> 面扇形喇叭	(203)
11.2	<i>E</i> 面扇形喇叭	(208)
11.3	角锥喇叭	(211)
11.4	矩形喇叭天线的设计	(212)
11.5	圆锥喇叭	(213)
11.6	喇叭的相位中心	(215)
11.7	多模喇叭	(217)
11.8	$\delta$ -Gain 馈源——多模同轴馈源	(223)
11.9	单脉冲多模馈源	(224)
11.10	波纹喇叭	(225)
<b>第十二章</b>	<b>反射面天线</b>	<b>(229)</b>
12.1	前馈抛物面天线	(230)
12.2	反射面天线增益的计算	(236)
12.3	反射面对馈源的影响及消除方法	(241)
12.4	馈源横向偏焦及应用	(243)
12.5	简单扇形波束天线	(248)
12.6	球形反射面	(250)
12.7	卡塞格伦天线	(251)
12.8	卡塞格伦天线的设计	(258)
12.9	介质导双反射面天线	(261)
12.10	格里高利天线	(262)
12.11	环焦天线	(263)
12.12	波束赋形的原理和方法	(265)
12.13	赋形柱形反射面的设计	(266)
12.14	赋形双弯曲反射面的设计	(271)
12.15	赋形双反射面系统	(273)
<b>第十三章</b>	<b>矩量法与几何绕射理论</b>	<b>(276)</b>
13.1	矩量法(MM)	(276)
13.2	几何绕射理论(GTD)	(282)
<b>计算机程序</b>		<b>(292)</b>
一、DIRECT	方向性系数计算	(292)
二、LINE	线源方向图	(294)
三、DIPOLE	对称振子的电性能	(298)
四、YAGI	八木-宇田天线的设计	(303)
五、CHEBY	契比雪夫线阵的综合	(309)



六、TAYLOR 泰勒 $\bar{n}$ 阵的综合·····	(313)
七、LPDA 对数周期振子阵的设计·····	(317)
八、HORN 扇形和角锥喇叭的分析与设计·····	(319)
九、REFLECTOR 前馈抛物面天线的分析·····	(325)
习题·····	(327)
参考文献·····	(335)

## 绪 论

凡是借助于电磁波进行信息传递的无线电系统,例如广播、电视、通讯、导航、雷达等,天线均是必不可少的重要组成部分。

根据 IEEE 有关天线术语的标准定义,天线定义为“辐射或接收无线电波的装置”,换言之,天线提供了由传输线上的导行波到“自由空间”波(接收状态反之)。因而可不借助于任何中间设备,进行不同地点间的信息传递。

根据无线电系统的用途和任务,通常要求天线不是向所有方向均匀地辐射,而是要求增强某一(或某些)方向的辐射并抑制其他方向的辐射(接收状态反之),这就是所谓方向性。例如广播电视台要覆盖一定的服务区,要求天线的辐射在方位面是全向的,而在俯仰面则集中靠近地面几度至十几度的空域内。又如,炮瞄雷达的任务是迅速准确地测定目标的位置,要求天线的辐射能量集中在很小的立体角内,形成如图 0-1(a) 所示的笔形波束,并且波束还能按一定规律运动,以便跟踪快速运动目标。而对于警戒雷达,为了扩大搜索范围,辐射形成如图 0-1(b) 所示的扇形波束。因而,天线不但起能量转换作用还起定向作用。

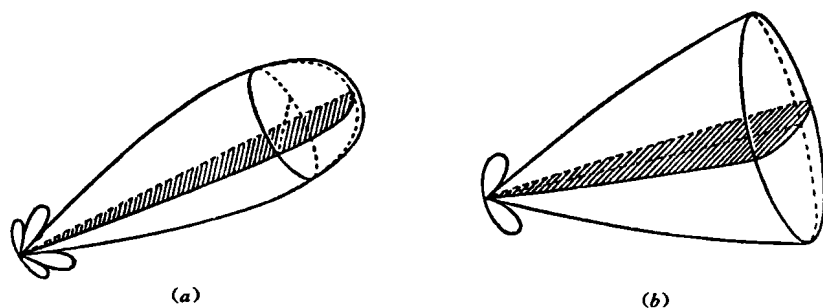


图 0-1 典型的天线方向图

(a) 笔形波束; (b) 扇形波束。

1873 年麦克斯韦系统地总结了库仑、安培、法拉第等人的电磁学说成果,并在此基础上加以发展,引入位移电流  $J_d = \partial D / \partial t$ , 从而提出统一的电磁场方程组,即麦克斯韦方程组,它是宏观电磁现象的基本规律。引入位移电流是在理论上的突破性发展。

麦克斯韦推断,电流可以在介质和自由空间中以位移电流的形式出现,位移电流即变化电场与传导电流一样激发涡旋磁场,而根据法拉第电磁感应定律,变化磁场激发涡旋电场,此过程无限地继续下去,预示电磁波的存在。1887 年赫兹用实验产生了电磁波,从而验证了这一理论的正确性。

由上述可见,辐射电磁波的关键是产生自由传播的位移电流。任何能在周围空间产生

位移电流的电路都可以作为辐射器,但实际上,只有束缚功率最小的那些电路用作辐射器才是合理的。例如图 0-2(a) 所示的接有电动势的电容器,由于大部分功率集中在电容器两极板之间的束缚电场中,因而不宜作辐射器。若将两极板张开,如图 0-2(b) 所示,则电磁场的束缚功率减小而辐射功率增加。若用圆球代替极板,如图 0-2(c) 所示,就构成了能够强烈辐射电磁波的赫兹偶极子,它们是人类历史上最早的天线。

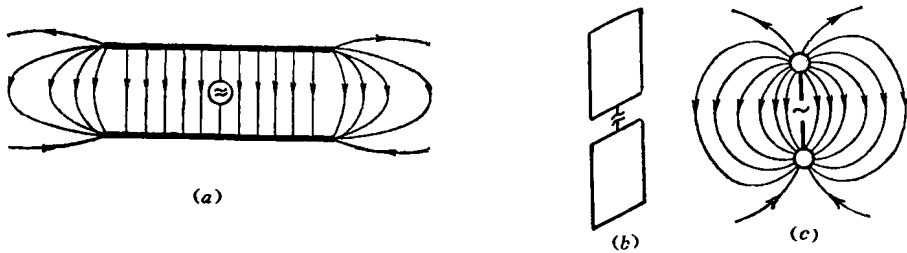


图 0-2 简单天线

(a) 电容器; (b) 张开的电容器; (c) 赫兹偶极子。

以中心馈电短振子为例,说明电磁场如何由源产生,经传输线导引,最后脱离天线而形成自由空间波。

一电压源经双线传输线与短振子相接,外加电压在两导线之间产生电场,电场作用于导线上的电荷,迫使其运动而形成电流,电流产生磁场。假设电压源随时间正弦变化,则导线之间的电场也以相同的周期正弦变化。导线之间建立起的时变电磁场形成沿传输线传播的 TEM 波。传输线周围电磁力线的分布如图 0-3 所示。传输线上的导行波是束缚电磁波,它们与传输线上的电荷和电流相联系。电磁波进入天线并与天线上的电荷和电流相联系。

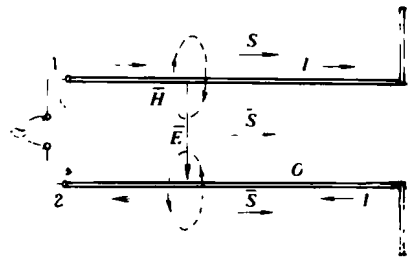


图 0-3 双线传输线周围电磁力线的分布

由于短振子的长度远小于波长,其上的传播时间可以忽略。在第一个四分之一周期振子上的电荷达到最大值,假设两臂之间建立起  $N$  条电力线,并向外传播  $\lambda/4$  径向距离,如图 0-4(a) 所示。 $t = T/4$  时,两臂上的电荷开始减少,这可设想为引入反号电荷,将原有电荷中和。在第二个四分之一周期,反号电荷建立起  $N$  条反向电力线,并向外传播  $\lambda/4$  径向距离,如图 0-4(b) 所示。在同一时间原有的  $N$  条电力线又传播了  $\lambda/4$  径向距离。 $t = T/2$  时,振子上的净电荷等于零,在  $\lambda/4$  径向距离内的  $N$  条反向电力线脱离天线,并与  $\lambda/4 \sim \lambda/2$  径向距离内的  $N$  条电力线接合,形成脱离源的闭合电力线,如图 0-4(c) 所示。变化电场激发涡旋磁场,变化磁场激发涡旋电场,电磁波沿径向向外传播。在第二个半周期进行着相同的过程,但方向相反。这个过程重复继续下去,新的波不断产生,其传播依次滞后。

为了满足不同的用途和要求,出现了种类繁多,形式多样,性能各异的天线。我们将分门别类择其典型加以研究。天线有多种分类方法,可按使用波段、外形、工作原理、波束形

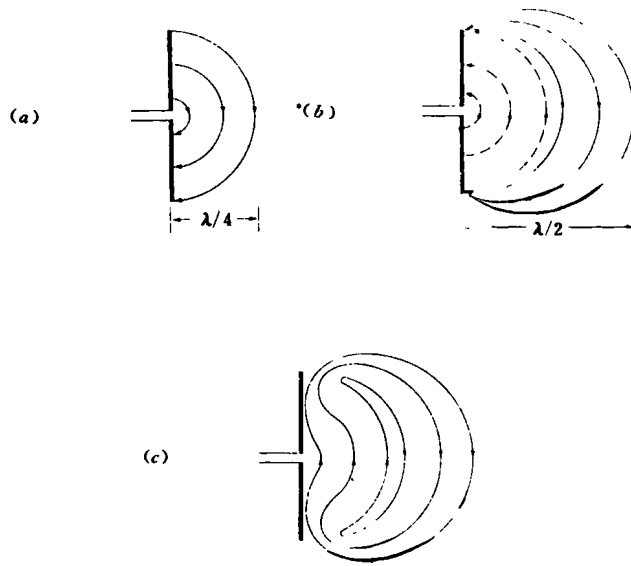


图 0-4 短振子电力线的形成与脱离

(a)  $t = T/4$ ; (b)  $t = T/2$ ; (c)  $t = T/2$ 。

状、使用范围等分类。一般按其结构分为三类：一类是由半径远小于波长的金属导线或金属管构成的线天线，如图 0-5 所示的对称振子、环天线和螺旋天线等；另一类是由尺寸远

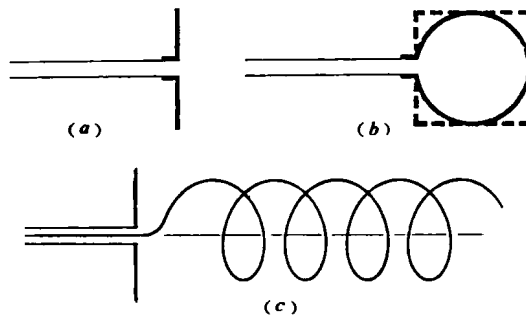


图 0-5 线天线

(a) 对称振子；(b) 圆(或方)环天线；(c) 螺旋天线。

大于波长的金属面或介质面构成的口径天线，如图 0-6 所示的波导口、喇叭、抛物面天线等；线天线和口径天线均可作为辐射单元，若干辐射单元按一定的规律排列和激励而组成的天线系统称为天线阵，典型的天线阵如图 0-7 所示。

天线问题分为分析、设计与综合三类。天线的分析是确定给定天线结构的方向图和阻抗；天线的设计是确定产生期望方向图和 / 或阻抗的特定天线的硬件特性(长度、角度等)；天线的综合广义而言是首先给定期望的方向图，而后用综合的方法得到天线的形式，使之产生的方向图能够满意地逼近期望方向图，并满足系统的其他限制。狭义而言是确定给定天线形式的激励，使之产生的方向图能够满意地逼近期望方向图。本书侧重于天线的分析与设计。

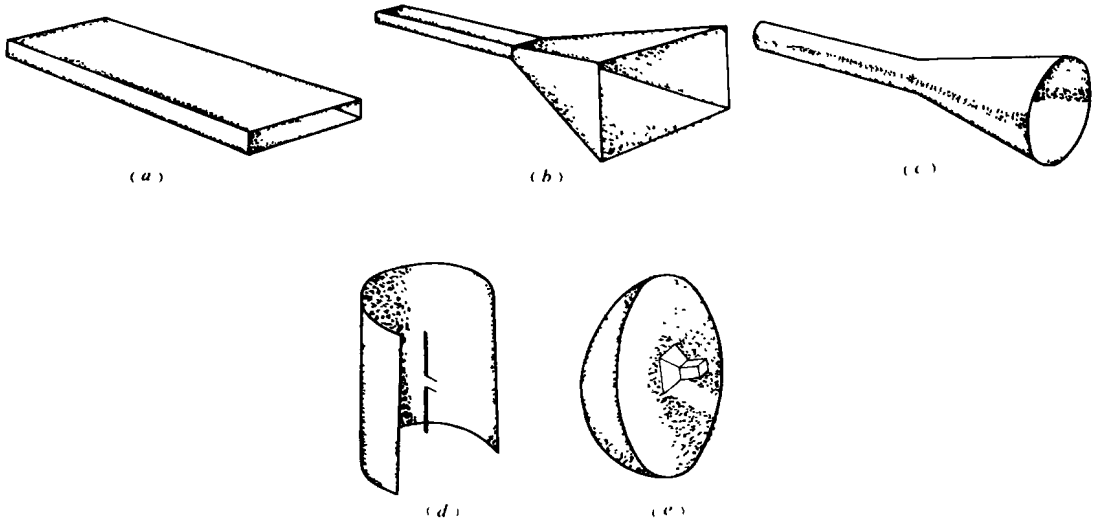


图 0-6 口径天线

(a) 矩形波导口; (b) 角锥喇叭; (c) 圆锥喇叭; (d) 抛物柱面天线; (e) 前馈抛物面天线。

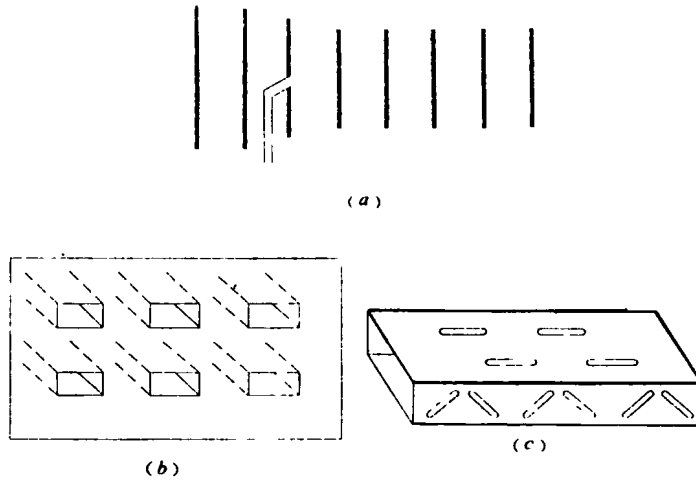


图 0-7 典型天线阵

(a) 八木一字田阵; (b) 矩形波导口阵; (c) 波导缝隙阵。

# 第一章 天线的理论基础

天线理论是建立在麦克斯韦(Maxwell)方程的基础上,天线的分析问题实质上是磁场的边界值问题。本章简要地回顾有关的电磁场原理,并从天线的角度加以扩展和深化。

## 1.1 基本的电磁方程

基本的电磁方程是

$$\nabla \times \mathcal{E} = -\frac{\partial \mathcal{B}}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \mathcal{H} = \frac{\partial \mathcal{D}}{\partial t} + \mathcal{J}_T \quad (1-2)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{D} = \rho_T(t) \quad (1-3)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{B} = 0 \quad (1-4)$$

$$\nabla \cdot \mathcal{J}_T = -\frac{\partial \rho_T(t)}{\partial t} \quad (1-5)$$

第一个方程是法拉第电磁感应定律;第二个方程表示磁场对位移电流密度和传导电流密度的依赖关系;第三个方程相当于库仑定律;第四个方程表示除电流外无其他磁场源;最后一个方程是电流连续性方程。

前四个方程称为麦克斯韦方程,它们完整地描述了宏观电磁现象的基本规律。旋度方程连同连续性方程等同于旋度方程和散度方程,散度方程可由旋度方程和连续性方程导出。在时变场问题中旋度方程连同连续性方程是最方便的公式。上述微分方程均有对应的积分形式。

若源  $\rho_T(t)$  和  $\mathcal{J}_T(t)$  随时间以角频率  $\omega$  正弦变化,则场也将正弦变化,称为时谐场。引入如下的相位复矢量

$$\mathcal{E} = \text{Re}(\mathbf{E}e^{j\omega t}), \quad \mathcal{H} = \text{Re}(\mathbf{H}e^{j\omega t}) \quad (1-6)$$

式中  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\rho_T$  和  $\mathbf{J}_T$  仅是空间坐标的复值函数。在式(1-1)~式(1-5)中采用式(1-6)所定义的相位复矢量,对时间的微分用  $j\omega$  因子代替,并消去方程两边出现的  $e^{j\omega t}$  因子,得出

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega \mathbf{B} \quad (1-7)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega \mathbf{D} + \mathbf{J}_T \quad (1-8)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_T \quad (1-9)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1-10)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_T = -j\omega \rho_T \quad (1-11)$$

方程(1-7)~方程(1-10)称为麦克斯韦方程的时谐形式。

若不止一个频率出现,可以首先由式(1-7)~式(1-11)求出作为角频率 $\omega$ 函数的相位复矢量,而后通过逆变换求出电磁量的时变形式。然而,在天线问题中一般并不需要这样,因为信号的频带一般很窄,典型情况是载频加某种形式的调制,我们仅取单一载频用于分析。

总电流密度 $J_T$ 由外加电流密度或源电流密度 $\mathbf{J}$ 和传导电流密度 $\mathbf{J}_c = \sigma\mathbf{E}$ 组成

$$\mathbf{J}_T = \mathbf{J} + \sigma\mathbf{E} \quad (1-12)$$

假设外加电流密度是已知量。除电导率 $\sigma$ 外,还用介电常数 $\epsilon$ 和磁导率 $\mu$ 表征媒质特性

$$\mathbf{J}_c = \sigma\mathbf{E} \quad (1-13)$$

$$\mathbf{D} = \epsilon\mathbf{E} \quad (1-14)$$

$$\mathbf{B} = \mu\mathbf{H} \quad (1-15)$$

式(1-13)~式(1-15)称为媒质的特性方程; $\epsilon$ 、 $\mu$ 、 $\sigma$ 称为媒质的结构参数。将式(1-12)和式(1-14)代入式(1-8)得

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega(\epsilon + \frac{\sigma}{j\omega})\mathbf{E} + \mathbf{J} = j\omega\epsilon'\mathbf{E} + \mathbf{J} \quad (1-16)$$

式中定义 $\epsilon' = \epsilon - j(\sigma/\omega)$ ,令 $\rho$ 是与源电流密度相对应的源电荷密度,在式(1-7)和式(1-9)~式(1-11)中采用式(1-12)~式(1-15),并重复式(1-15)得出

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} \quad (1-17)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = j\omega\epsilon'\mathbf{E} + \mathbf{J} \quad (1-18)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\epsilon'} \quad (1-19)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{H} = 0 \quad (1-20)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -j\omega\rho \quad (1-21)$$

式(1-17)~式(1-21)是用源电流密度 $\mathbf{J}$ 和源电荷密度 $\rho$ 表示的时谐形电磁场方程。

有时引入虚拟的磁流密度 $\mathbf{M}$ 较为方便,则式(1-17)变为

$$\nabla \times \mathbf{E} = -j\omega\mu\mathbf{H} - \mathbf{M} \quad (1-22)$$

磁流可作为代替复杂电流的等效源。

## 1.2 边界条件

在两种媒质的分界面上,由于媒质的结构参数发生突变,引起某些场分量的不连续,它们的空间导数不存在,麦克斯韦方程的微分形式不再适用。可由麦克斯韦的积分形式导出如下边界条件的一般形式

$$\hat{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = -\mathbf{M}_s \quad (1-23)$$

$$\hat{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{J}_s \quad (1-24)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{D}_2 - \mathbf{D}_1) = \rho_s \quad (1-25)$$

$$\hat{n} \cdot (\mathbf{B}_2 - \mathbf{B}_1) = \rho_s^M \quad (1-26)$$

式中 $\hat{n}$ 为分界面的单位法线,其方向由媒质1指向媒质2; $\mathbf{J}_s$ 和 $\mathbf{M}_s$ 为沿分界面流动的面电流密度和面磁流密度,若不采用等效面磁流,则 $\mathbf{M}_s$ 为零; $\rho_s$ 和 $\rho_s^M$ 为面电荷密度和与 $\mathbf{M}_s$ 对应的等效面磁荷密度。

若一媒质为理想导体,则边界条件变为

$$\hat{n} \times \mathbf{E} = -\mathbf{M}_s \quad (1-27)$$

$$\hat{n} \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_s \quad (1-28)$$

$$\hat{n} \cdot \mathbf{D} = \rho_s \quad (1-29)$$

$$\hat{n} \cdot \mathbf{B} = \rho_s^m \quad (1-30)$$

对于时谐场,一组充分的边界条件为

$$\hat{n} \times (\mathbf{H}_2 - \mathbf{H}_1) = \mathbf{J}_s \quad (1-31)$$

$$\hat{n} \times (\mathbf{E}_2 - \mathbf{E}_1) = -\mathbf{M}_s \quad (1-32)$$

或

$$\mathbf{H}_{t2} = \mathbf{H}_{t1} + \mathbf{J}_s \quad (1-33)$$

$$\mathbf{E}_{t2} = \mathbf{E}_{t1} - \mathbf{M}_s \quad (1-34)$$

若一媒质为理想导体,则为

$$\mathbf{H}_t = \mathbf{J}_s \quad (1-35)$$

$$\mathbf{E}_t = 0 \quad (1-36)$$

一般情况下和媒质 1 为理想导体时,磁场强度的切线边界条件如图 1-1 所示。应该指出,边界条件方程中的所有场量均计算其在边界上的值,并且这些方程仅适用于边界上各点。

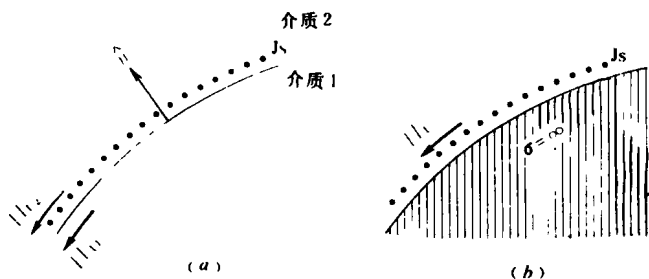


图 1-1 磁场强度边界条件  
(a) 一般情况; (b) 理想导体情况。

### 1.3 玻印廷定理

利用矢量公式

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H})$$

和散度定理

$$\iiint_v \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) dv = \oiint_s (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) \cdot d\mathbf{s}$$

由麦克斯韦旋度方程可推出功率守恒方程或玻印廷(Poynting)定理。研究一封闭面  $s$  包围的体积  $v$ ,  $v$  内的源所发出的复功率  $P_s$  等于流出  $s$  的功率  $P_f$ 、 $v$  内的时间平均损耗功率  $P_d$  与  $v$  内的时间平均储存功率之和

$$P_s = P_f + P_d + j2\omega(W_m - W_e) \quad (1-37)$$

通过封闭面  $s$  流出的复功率由下式求出



$$P_f = \frac{1}{2} \oint_S \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot d\mathbf{s} \quad (1-38)$$

式中  $d\mathbf{s} = ds\hat{n}$ ,  $\hat{n}$  是由表面指向外的单位法线;  $\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H}^*$  为玻印廷复矢量。 $v$  内的时间平均损耗功率为

$$P_d = \frac{1}{2} \iiint_v \sigma |E|^2 dv \quad (1-39)$$

$v$  内的时间平均储存磁能为

$$W_m = \frac{1}{2} \iiint_v \mu |H|^2 dv \quad (1-40)$$

$v$  内的时间平均储存电能为

$$W_e = \frac{1}{2} \iiint_v \epsilon |E|^2 dv \quad (1-41)$$

若源的功率未知,可由体电流密度作如下计算

$$P_s = -\frac{1}{2} \iiint_v \mathbf{E} \cdot \mathbf{J}^* dv \quad (1-42)$$

若采用磁流密度,尚需在上式的积分中加上  $\mathbf{H}^* \cdot \mathbf{M}$  项。

由式(1-38)看出,玻印廷复矢量在封闭面  $s$  上的积分给出流出面  $s$  的总复功率,因而,自然可以假设玻印廷复矢量表示某点的复功率密度。通过任意面  $s$  的复功率可由玻印廷复矢量在那个面上的积分求出。我们最感兴趣的是实功率,流过面  $s$  的实功率为

$$P_{av} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left( \iint_s \mathbf{E} \times \mathbf{H}^* \cdot d\mathbf{s} \right) \quad (1-43)$$

这个平均功率流的参考方向为  $d\mathbf{s} = ds\hat{n}$  中单位法线  $\hat{n}$  所规定的方向。

## 1.4 辐射问题的麦克斯韦方程的解

天线问题是具有复杂边界的电磁场边值问题。麦克斯韦方程包含六个未知量  $\mathbf{E}$ 、 $\mathbf{H}$ 、 $\mathbf{D}$ 、 $\mathbf{B}$ 、 $\mathbf{J}$  和  $\rho$ ,两个旋度方程加电流连续性方程和三个媒质特性方程,六个方程六个未知量可严格求解。但仅对少数几何形状简单的天线可求出精确解,一般采用近似解法。天线上的源与其周围空间的电磁场通过边界条件紧密关联,近似解法的实质在于将紧密关联的问题区分为两个独立无关的问题,即首先用近似方法确定源的分布,而后根据源的分布求解周围空间的电磁场。

已知源的分布,若直解求解  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$ ,则由麦克斯韦方程可导出  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$  所满足的方程

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = j\omega\mu \mathbf{J} + \nabla \left( \frac{\rho}{\epsilon'} \right) = j\omega\mu \mathbf{J} - \frac{1}{j\omega\epsilon} \nabla (\nabla \cdot \mathbf{J}) \quad (1-44)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = -\nabla \times \mathbf{J} \quad (1-45)$$

可以看出,电流密度  $\mathbf{J}$  以相当复杂的形式出现在方程中,给求解带来困难。为简化求解,可引入一些辅助函数,首先求得辅助函数的解,再通过辅助函数求  $\mathbf{E}$  和  $\mathbf{H}$ 。矢量位  $\mathbf{A}$  和标量位  $\phi$  是广泛采用的一种辅助函数。

由  $\nabla \cdot \mathbf{H} = 0$  引入磁矢量位  $\mathbf{A}$ ,令