



重难点手册

本书创造 最新颖的设计 最权威的解读 最科学的测训
本书追求 创新的学习力 高效的考试力 理想的升学力

几年级数学 上册

主 编 汪江松
本册主编 黄梅桂

RJ



华中师范大学出版社



重难点手册

ZHONGNANDIAN SHOUC

九年级数学 上册

RJ

主 编：汪江松

本册主编：黄梅桂

随书附赠教材习题参考答案



华中师范大学出版社

新出图证（鄂）字 10 号

图书在版编目（CIP）数据

重难点手册 九年级数学 上册 RJ/主编：汪江松 本册主编：黄梅桂。—5 版。

—武汉：华中师范大学出版社，2013.6

ISBN 978-7-5622-6053-0

I. ①重… II. ①汪… ②黄… III. ①中学数学课—初中—教学参考资料

IV. ①G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字（2013）第 081003 号

重难点手册 九年级数学 上册 RJ

出品人	范 军	总 经 销	华大鸿图文化发展有限责任公司
主 编	汪江松	电 话	027—67867371 027—67867076
本册主编	黄梅桂	传 真	027—67865347
责任编辑	谢 勇 胡小忠	印 刷	湖北鄂南新华印刷包装有限公司
责任校对	程 珏	督 印	章光琼
封面设计	新视点	开 本	880mm×1230mm 1/16
策 划	教辅编辑室	印 张	12.5
电 话	027—67867361	字 数	360 千字
出 版	华中师范大学出版社有限责任公司 ©	版 次	2013 年 6 月第 5 版
社 址	湖北省武汉市洪山区珞喻路 152 号	印 次	2013 年 6 月第 1 次印刷
邮 箱	huadajiaoyu@163.com	定 价	25.00 元
邮 编	430079		
网 址	http://press.ccnu.edu.cn		

欢迎上网查询、购书

敬告读者：为维护著作人的合法权益，并保障读者的切身利益，本书封面采用压纹制作，压有“华中师范大学出版社”字样及社标，请鉴别真伪。若发现盗版书，请打举报电话 027—67861321。

创新升级版

《重难点手册》内容体例特色

内容创新介绍

创新
升级

1 知识全维化

将课标教材隐性的考点和方法显性化，穷尽考试必备知识点。

2 典例激发化

学会一个经典例题，轻松举一反三；同步归纳五年中考真题，深度揭示从常规题到中考真题的变式过程。

3 解题模型化

系统提炼出各学科题型的解题思维模式，彻底告别解题无思路的困境。

4 误区清单化

从各类考试中归纳出典型学习误区与思维障碍，为考生指点迷津。

5 专题深度化

同步专题高度整合知识规律，实现对教材深度拓展与学习能力的快速提升。

体例功能介绍

考纲同步解读
重难点考详解
题型方法拓展
易错误区警示
单元专题提升

讲

重点难点例释
方法迁移例解
误点误区例诊
五年中考例析

例

学业水平训练
中考水平训练
单元学能测评

练

教材问题释疑
教材习题详解
测评试题全解

答

创新升级版

20

余年品牌积淀,全国数百名骨干教师团队倾力打造,教育部直属师范大学出版社专业奉献的创新升级版教辅精品。求新、求精、求实,权威、高效、科学,全面深入贯彻新课程理念,创造性开启知识全维化、典例激发化、解题模型化、误区清单化、专题深度化五大教辅体例革新思路。

精准讲目标 考纲同步解读

根据学习目标和中考考纲要求,提示每节内容知识、方法和能力要求,明确学习与考试目标。

全维讲知识 重难点考详解

左讲右例,严格对照。左栏梳理教材重难点考点,释疑解难,拓展延伸,讲解通透;右栏精选典例,精讲精析,强化运用,内化知识。

通透讲方法 题型方法拓展

左栏解读方法规律,右栏展示方法适用题型。挖掘教材隐性知识,将题型方法迁移于经典考题中,系统提升解题能力。

明晰讲误区 易误区警示

深入研究考试中典型的盲点、易错点,系统诊断审题、知识、方法、思维以及心理上的种种误区,层层剖析致错原因,给出防错笔记,形成解题零失误方案。

课标考纲同步解读

学习目标

1. 理解二次根式的意义,会根据二次根式的概念求字母的二次根式的取值范围。
2. 会根据二次根式的性质进行简单的计算或化简。
3. 从数的算术平方根类比学习二次根式,体会从数到式的过渡,理解知识内在的规律性。

重难点



重难点考详解

要点1 二次根式的概念

我们把形如 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式。
这里要注意三点:一是二次根式的被开方数必须非负($a \geq 0$);二是二次根式 $\sqrt{a}$ 为 a 的算术平方根(正数 a 正的平方根 $\sqrt{a}$ 为算术平方根,0的算术平方根是0,即 $\sqrt{0}=0$);三是根据平方根的定义知 $(\sqrt{a})^2=a$ ($a \geq 0$)。

【例1】下列各式中,一定是二次根式的是_____。

- ① $\sqrt{36}$; ② $\sqrt{-3}$; ③ $\sqrt{a}$; ④ $\sqrt{a^2+1}$; ⑤ $\frac{1}{2}$; ⑥ $\sqrt{a^2-2ab+B^2}$; ⑦ $\sqrt[3]{5}$ 。

【解析】二次根式应满足两个条件:一是应符合“ $\sqrt{a}$ ”的形式;二是被开方数 a 应为非负数。③中 a 若为负数即不满足条件二;⑤⑦中不符合“ $\sqrt{a}$ ”的形式。

【答案】①②④⑥。

要点2 二次根式有意义的条件

二次根式有意义的条件是:被开方数(式)为非负数。若被开方数(式)为负数时,则二次根式无意义。

【注意】 $\sqrt{-a}$ 不一定无意义!

当 $a \leq 0$ 时, $\sqrt{-a}$ 有意义,判断 $\sqrt{-a}$ 是否有意义关键是看被开方数是否为非负数。

如果一个式子含有多个二次根式,那么它们有意义的条件是:各个二次根式中的被开方数都必须是非负数。

例如:当 x 取什么实数时, $\sqrt{1+x}+\frac{\sqrt{2x-1}}{x-1}$ 有意义。此时要考虑被开方数要大于或等于0,又要考虑分式中分母不能等于0,所以 $1+x \geq 0$, $2x-1 \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$,即 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$ 。

【例2】当 x 取什么实数时,下列各式有意义?

- (1) $\sqrt{5-5x}$; (2) $\sqrt{x+5}-\sqrt{3-2x}$; (3) $\frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$ 。

【点拨】(3)中除了考虑被开方数为非负数外,还需考虑分母不能为0。

【解析】(1)当 $5-5x \geq 0$ 时,即 $x \leq 1$ 时, $\sqrt{5-5x}$ 有意义。

(2)由题意知 $\begin{cases} x+5 \geq 0, \\ 3-2x \geq 0, \end{cases}$ 解得 $-5 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 。

$\therefore$ 当 $-5 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 时, $\sqrt{x+5}-\sqrt{3-2x}$ 有意义。

(3)由题意知 $\begin{cases} x+3 \geq 0, \\ x-2 \neq 0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x \geq -3, \\ x \neq 2. \end{cases}$

$\therefore$ 当 $x \geq -3$ 且 $x \neq 2$ 时, $\frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$ 有意义。

题型方法拓展

方法1 巧用二次根式的两个非负性

对于二次根式 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 中要求被开方数是一个非负数,其结果 $\sqrt{a}$ 也是非负数。

另外, $a^2 \geq 0$, $|a| \geq 0$ 。

例如: $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+y-2}=0$,求 x, y 的值。

提示:由二次根式结果的非负性知 $\sqrt{x+1} \geq 0$ 且 $\sqrt{x+y-2} \geq 0$ 。

又 $\because \sqrt{x+1}+\sqrt{x+y-2}=0$,

$\therefore \begin{cases} x+1=0, \\ x+y-2=0. \end{cases} \therefore \begin{cases} x=-1, \\ y=3. \end{cases}$

【例5】(2013·重庆市江北中学月考)若 $\sqrt{x-1}-\sqrt{1-x}=(x+y)^0$,求 $x-y$ 的值。

【点拨】两个被开方数都应为非负数,由不等式组可以确定 x 的取值范围。

【解析】 $\because \begin{cases} x-1 \geq 0, \\ 1-x \geq 0, \end{cases} \therefore x=1$ 。

当 $x=1$ 时, $(1+y)^0=0$, $\therefore y=-1$ 。

$\therefore x-y=1-(-1)=2$ 。

方法2 活用公式 $(\sqrt{a})^2=a$ ($a \geq 0$)

直接运用 $(\sqrt{a})^2=a$ ($a \geq 0$) 可以进行二次根式的化简,如计算 $(3\sqrt{2})^2=3^2(\sqrt{2})^2=9 \times 2=18$ 。

逆用公式 $(\sqrt{a})^2=a$ ($a \geq 0$) ,即 $a=(\sqrt{a})^2$ ($a \geq 0$) ,可以进行因式分解。从 $a=(\sqrt{a})^2$ ($a \geq 0$) 中我们可以发现任何一个非负数都可以写成一个数的平

【例6】化简: $\sqrt{162a^3b^2c^3}$ ($a > 0, b > 0, c > 0$)。

【点拨】所有符合 $\sqrt{a^2}=a$ ($a \geq 0$) 这个公式的都可直接应用公式。

【解析】 $\sqrt{162a^3b^2c^3} = \sqrt{2 \times 9^2 \times (a^2)^2 \times a \times (b^2)^2 \times c^2 \times c} = \sqrt{2 \times 9^2 \times (a^2)^2 \times a \times (b^2)^2 \times c^2 \times c} = \sqrt{2 \times 9^2 \times a^2 \times b^2 \times c^2 \times a \times b^2 \times c^2 \times c} = 9ab^2c^2\sqrt{2ac}$ 。

易误区警示

误区1 忽视二次根式结果的非负性

【例10】化简求值: $\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x} + x^2} - 2$,其中 $x = \frac{1}{3}$ 。

【错解】原式 $= \frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x} + x^2} = \frac{1}{x} + x - \frac{1}{x} = x$ 。

【错因】没有注意 $x - \frac{1}{x}$ 的正负性。

【正解】当 $x = \frac{1}{3}$ 时, $x - \frac{1}{x} < 0$,

$\therefore$ 原式 $= \frac{1}{x} + \left| x - \frac{1}{x} \right| = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} - x = \frac{2}{x} - x$ 。

当 $x = \frac{1}{3}$ 时,原式 $= 6 - \frac{1}{3} = 5\frac{2}{3}$ 。

【防错笔记】二次根式 $\sqrt{a^2}$ 化简结果是一个非负数,一般为安全起见,可令 $\sqrt{a^2} = |a|$,再根据 a 的正负性,去掉其绝对值符号。

《重难点手册》使用图解

分级优化测评

A卷 学业水平训练 (测试时间:20分钟)

1. (2012·盐城) 如果 $\sqrt{x+1}$ 有意义, 那么字母 x 的取值范围是().
A. $x \geq -1$ B. $x > 1$ C. $x \leq -1$ D. $x < 1$

B卷 中考水平训练 (测试时间:30分钟)

10. (北京中考题) 若 $|x+2| + \sqrt{y-3} = 0$, 则 xy 的值为().
A. -8 B. -6 C. 5 D. 6

解题帮手
▲要点2, 例2

▲要点3, 方法1
例5

中考真题分类

中考命题方向

本节内容主要考查二次根式的基本概念以及二次根式的两个非负性. 本部分试题难度不大, 多以填空题、选择题形式出现.

题型1 求字母的取值范围

【例1】 (2012·潍坊) 如果代数式 $\frac{4}{\sqrt{x-3}}$ 有意义, 则 x 的取值范围是().
A. $x \neq 3$ B. $x < 3$ C. $x > 3$ D. $x \geq 3$

【点拨】 二次根式有意义的条件是被开方数是一个非负数; 分式有意义的条件是分母不等于0.

【解析】 由题意知 $\begin{cases} x-3 \geq 0, \\ x-3 \neq 0, \end{cases} \therefore x > 3$.

【答案】 C

【答案】 D

【例3】 (2010·泰州) 若代数式 $\sqrt{(2-a)^2} + \sqrt{(a-4)^2}$ 的值是常数2, 则 a 的取值范围是().
A. $a \geq 4$ B. $a \leq 2$
C. $2 \leq a \leq 4$ D. $a=2$ 或 $a=4$

【点拨】 对于选择题可以考虑赋值法. 若采用化简的方法, 则去掉根号后绝对值内的代数式的正负性要进行讨论.

【解析】 方法一(赋值法) 令 $a=5$, 原式 $= \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{1^2} = 4 \neq 2$, 排除A;

单元专题提升

考纲题眼

考纲诠释	中考题型例证	中考所含分值
1. 会判断一个代数式是二次根式, 理解二次根式的两个非负性. 两个性质公式: $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$, $\sqrt{a^2} = a $.	2012·南京·T7 2012·黔东南·T3 2012·呼和浩特·T14 2012·遵义·T19	
2. 会进行二次根式乘除运算, 并能化简二次根式. 熟练运用两个公式: $\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} (a \geq 0, b \geq 0)$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} (a \geq 0, b > 0)$. 掌握最简二次根式的概念.	2012·北海·T14 2012·福州·T13 2012·南京·T8	3~6分

专题综合突破

专题1 二次根式 $a(a \geq 0)$ 的两个非负性

两个非负性表现为: (1) 被开方数是非负数; (2) 结果 $\sqrt{a}$ 是非负数.

【例1】 求下列各式中字母的取值范围.

- (1) $\sqrt{x+2}$; (2) $\frac{x-2}{x-4}$; (3) $\sqrt{x+1} + \sqrt{3-x}$.

【点拨】 ①二次根式 $\sqrt{a}$ 中, $a \geq 0$;

②对于分母中出现代数式的问题要求分母不等于零;

③对于多个二次根式情形, 要分别求解每一个二次根式.

$$\text{即, 原式} = \begin{cases} -2x-2 & (x < -3), \\ 4 & (-3 \leq x < 1), \\ 2x+2 & (x \geq 1). \end{cases}$$

专题2 二次根式的运算

除了一些常规计算方法外, 有时借助分式运算的方法, 运用分母有理化化简或裂项.

【例3】 计算: $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2013}+\sqrt{2012}}$.

【点拨】 运用公式 $\frac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \sqrt{a}-\sqrt{b}$ 化简.

第二十一章 单元学能测评

(时间:90分钟)

满分:120分)

一、选择题(每小题3分, 共36分)

1. 下列各式计算正确的有().

① $\sqrt{(-2)(-5)} = \sqrt{-2} \times \sqrt{-5}$; ② $\sqrt{16+9} = \sqrt{16} + \sqrt{9}$;

③ $\sqrt{\frac{5}{4}} = \sqrt{5} \times \sqrt{\frac{1}{4}}$; ④ $\sqrt{\frac{2}{3}} = 3\sqrt{6}$.

A. 3个 B. 2个 C. 1个 D. 0个

2. 下列各式计算正确的是().

A. $\sqrt{2^2+3^2} = 2+3$

B. $3\sqrt{2}+5\sqrt{3} = 8\sqrt{6}$

12. 若 $a = \frac{1}{3-\sqrt{8}} - \frac{1}{\sqrt{8}-\sqrt{7}} + \frac{1}{\sqrt{7}-\sqrt{6}} - \frac{1}{\sqrt{6}-\sqrt{5}}$, 则 a 的值所在的范围是().

A. $a \geq 0$ B. $0 < a < 1$ C. $1 < a < 2$ D. $a > 2$

二、填空题(每小题3分, 共18分)

13. 要使代数式 $\frac{\sqrt{x+1}}{3x-2}$ 在实数范围内有意义, 则 x 的取值范围是_____.

14. 计算: $(\sqrt{12}+5\sqrt{8})\sqrt{2} =$ _____.

教材习题参考答案

第二十一章 二次根式

21.1 二次根式

P3 练习

1. 宽应取 $2\sqrt{3}$ cm, 长应取 $3\sqrt{5}$ cm. 2. $BC = \sqrt{13}$.

3. (1) $a \geq 1$; (2) $a \geq -\frac{3}{2}$.

P5 练习

1. (1) 3; (2) 18. 2. (1) 0, 3; (2) $\frac{1}{2}$; (3) $1-\pi$; (4) 0, 1.

第二十一章 二次根式

21.1 二次根式

1. A. 2. D. 3. C. 4. D. 5. D.

6. 二次根式有 $\sqrt{2}$, $\sqrt{1+m^2}$, $\sqrt{a^2}$, $\sqrt{1-2x+x^2}$. 原因是: 二次根式的被开方数为非负数, 且根指数为2.

7. (1) $a \leq \frac{5}{3}$. (2) $a < 0$. (3) $a \geq -1$.

参考答案

21.2 二次根式的乘除

1. D. 2. D.

3. C [提示: $-3\sqrt{2} < 0$, $\sqrt{(-3)^2 \times 2} > 0$, 故D不正确.]

4. C [提示: 注意运算顺序.]

5. A [提示: 原式 $= 2\sqrt{7} = \sqrt{28}$.]

6. A [提示: 原式 $= 3\sqrt{2} \times \frac{1}{8} \times \frac{3}{2} \sqrt{6} = \frac{9\sqrt{3}}{8}$.]

科学节节练 分级优化测评

学业水平训练、中考水平训练, 精选题型, 严控题量, 兼顾基础性、阶段性与综合性, 适时点拨, 高标准、高效率, 分级优化、科学测评.

深度讲专题 单元专题提升

创造性将专题整合思路引入同步教辅中, 系统深入, 梯度递进. 同步学习, 同步整合, 同步体验, 整体提高学科学习能力.

测评单元练 单元学能测评

标准题型设计, 精确分值设置, 试题新颖、典型, 一单元, 一测评, 层层递进, 级级提升, 成功引导标准化命题走向.

贴心全解答 习题测评答案

点拨教材疑问, 详解课后习题, 规范解答小节、单元测评. 遇疑答疑, 一测一答, 一答一评, 小题大题, 题题严谨准确.

目录 CONTENTS

第二十一章 二次根式

1

21.1 二次根式	1
21.2 二次根式的乘除	6
21.3 二次根式的加减	12
单元专题提升	17
第二十一章 单元学能测评	18

第二十二章 一元二次方程

20

22.1 一元二次方程	20
22.2 降次——解一元二次方程	24
22.2.1 配方法	24
22.2.2 公式法	28
22.2.3 因式分解法	32
22.2.4 一元二次方程的根与系数的关系	37
22.3 实际问题与一元二次方程	41
单元专题提升	47
第二十二章 单元学能测评	48

第二十三章 旋转

50

23.1 图形的旋转	50
23.2 中心对称	57
23.2.1 中心对称	57
23.2.2 中心对称图形	61
23.2.3 关于原点对称的点的坐标	65
23.3 课题学习 图案设计	68
单元专题提升	73
第二十三章 单元学能测评	75

第二十四章 圆

78

24.1 圆	78
24.1.1 圆	78
24.1.2 垂直于弦的直径	84
24.1.3 弧、弦、圆心角	90
24.1.4 圆周角	95
24.2 点、直线、圆和圆的位置关系	102
24.2.1 点和圆的位置关系	102
24.2.2 直线和圆的位置关系	106
24.2.3 圆和圆的位置关系	115
24.3 正多边形和圆	121
24.4 弧长和扇形面积	126
单元专题提升	134
第二十四章 单元学能测评	137

第二十五章 概率初步

139

25.1 随机事件与概率	139
25.1.1 随机事件	139
25.1.2 概率	143
25.2 用列举法求概率	147
25.3 用频率估计概率	154
单元专题提升	160
第二十五章 单元学能测评	162

参考答案

165

阅读索引

第二十一章 二次根式

21.1 二次根式

要点 1	二次根式的概念	1
要点 2	二次根式有意义的条件	1
要点 3	二次根式的性质	2
方法 1	巧用二次根式的两个非负性	2
方法 2	活用公式 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$	2
方法 3	运用 $\sqrt{a^2} = a $ 化简	3
误点 1	忽视二次根式结果的非负性	3
题型 1	求字母的取值范围	5
题型 2	考查二次根式的非负性	5

21.2 二次根式的乘除

要点 1	二次根式的乘法	6
要点 2	二次根式的除法	6
要点 3	最简二次根式	7
方法 1	二次根式中含偶次因数(式)时的化简技巧	7
方法 2	化简二次根式的常用技巧	7
方法 3	二次根式比较大小的常用方法	8
误点 1	忽视运算的先后顺序	8
误点 2	忽视字母的正负性	8
题型 1	二次根式的化简与计算	11
题型 2	规律探究题	11
题型 3	分母有理化	11

21.3 二次根式的加减

要点 1	同类二次根式	12
要点 2	二次根式的加减	12
要点 3	二次根式的混合运算	12
方法 1	乘法公式的巧用	13
方法 2	利用因式分解化简的几种方法	13
方法 3	巧用对称代换求值	13
方法 4	二次根式中的化简求值法	13
误点 1	在除法运算中误用分配律	14
误点 2	结合律在运算中的误用	14
题型 1	二次根式的运算	16
题型 2	化简求值	16
题型 3	同类二次根式概念的运用	16

单元专题提升

专题 1	二次根式 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 的两个非负性	17
------	-----------------------------------	----

专题 2 二次根式的运算

17

第二十二章 一元二次方程

22.1 一元二次方程

要点 1	一元二次方程的概念	20
要点 2	一元二次方程的一般形式	20
要点 3	一元二次方程的根	21
方法 1	运用一元二次方程的概念判定一元二次方程	21
方法 2	利用一元二次方程根的定义解题	21
误点 1	忽视一元二次方程中二次项系数不能为 0 的条件	22
题型 1	识别一元二次方程	23
题型 2	一元二次方程的根	23

22.2 降次——解一元二次方程

22.2.1 配方法

要点 1	直接开平方	24
要点 2	配方法的诠释	24
方法 1	用配方法解一元二次方程	24
方法 2	运用配方法解多元方程	25
方法 3	运用配方法求最值	25
方法 4	运用配方法比较大小	25
误点 1	不能理解配方的依据	25
题型 1	运用配方法求相关参数值	27

22.2.2 公式法

要点 1	一元二次方程根的判别式	28
要点 2	运用公式法解一元二次方程	28
方法 1	运用 Δ 判定一元二次方程解的情况	29
方法 2	利用 Δ 判定一元二次方程中字母系数的取值范围	29
误点 1	忽视一元二次方程有解的条件	29
题型 1	由字母系数之间的关系确定根的情况	31
题型 2	由根的情况确定字母的取值范围	31
题型 3	完全平方式与 Δ 的关系	31

22.2.3 因式分解法

要点 1	因式分解	32
要点 2	运用因式分解法解一元二次方程	32
方法 1	利用提取公因式法因式分解求解一元二次方程	32

方法 2	利用公式法因式分解求解一元二次方程	33
方法 3	利用十字相乘法因式分解求解一元二次方程	33
方法 4	灵活运用适当的方法求解一元二次方程	33
误点 1	等式两边消去相同因式时忽略不等于 0 的条件	34
误点 2	解方程时等号的一边没有化为 0	34
题型 1	运用因式分解法解一元二次方程	36
题型 2	一元二次方程的根与二次三项式因式分解的关系	36
22.2.4	一元二次方程的根与系数的关系	
要点 1	一元二次方程的根与系数的关系	37
方法 1	利用韦达定理求方程的根	37
方法 2	巧用韦达定理求一些对称式的值	37
方法 3	由一元二次方程的根构造一元二次方程	38
误点 1	运用根与系数的关系时,忽视判别式 $\Delta \geq 0$	38
题型 1	运用根与系数的关系求参数的值	40
题型 2	运用根与系数的关系求代数式的值	40
题型 3	构造一元二次方程	40

22.3 实际问题与一元二次方程

要点 1	列一元二次方程解应用题的一般步骤	41
方法 1	利用一元二次方程解决增长率类问题	41
方法 2	利用一元二次方程解决图形面积类问题	42
方法 3	利用一元二次方程解决利润类问题	42
方法 4	利用一元二次方程解决质点运动类问题	43
误点 1	不能正确理解“平均增长率”的概念	43
误点 2	不能正确挖掘出题中隐含信息	43
题型 1	增长率问题	46
题型 2	图形面积问题	46
题型 3	商品利润问题	46

单元专题提升

专题 1	一元二次方程的概念	47
专题 2	一元二次方程的解法	47
专题 3	一元二次方程根的判别式和根与系数的关系	47

第二十三章 旋转

23.1 图形的旋转

要点 1	图形的旋转	50
要点 2	旋转的特征	51
方法 1	灵活地运用旋转三要素	51
方法 2	旋转图形的画法	51
方法 3	旋转不变性的运用	52
误点 1	画旋转图形时,忽视旋转方向	52
误点 2	画旋转图形时,混淆了对应线段	52
题型 1	画旋转图形	56

题型 2	旋转的性质	56
题型 3	运用旋转变换解题	56

23.2 中心对称

23.2.1	中心对称	
要点 1	中心对称	57
要点 2	中心对称的性质	57
方法 1	中心对称图形的作法	57
方法 2	运用中心对称变换解题	58
误点 1	对中心对称的概念理解不清	58
题型 1	关于中点问题	60
23.2.2	中心对称图形	
要点 1	中心对称图形的概念	61
方法 1	中心对称图形与轴对称图形的判别	61
方法 2	中心对称图形性质的运用	61
误点 1	不能正确地理解中心对称图形的概念	62
题型 1	中心对称图形的识别	64
题型 2	中点问题	64
23.2.3	关于原点对称的点的坐标	
要点 1	关于原点对称的点的坐标	65
方法 1	求关于原点对称点的坐标	65
方法 2	运用图形的中心对称性计算	65
误点 1	忽视对称中心的变化	66
题型 1	求对称点的坐标	67

23.3 课题学习 图案设计

要点 1	平移变换	68
要点 2	对称变换	68
要点 3	旋转变换	69
方法 1	运用基本图形设计图案	69
误点 1	对中心对称图形和轴对称图形的特征理解不清导致出错	70
题型 1	图案设计	72

单元专题提升

专题 1	图形旋转的三要素	73
专题 2	运用旋转不变性解题	73
专题 3	运用旋转变换构造辅助线	73

第二十四章 圆

24.1 圆

24.1.1	圆	
要点 1	圆的定义	78
要点 2	与圆有关的概念	79
方法 1	运用圆的定义,判定点在圆上	79
方法 2	运用半径相等,构造等腰三角形或全等三角形	79
误点 1	对等弧的概念理解不清	80

误点 2	对动态问题思考不周全	80
题型 1	利用圆中半径相等的性质解题	83
24.1.2	垂直于弦的直径	
要点 1	圆是一个轴对称图形	84
要点 2	垂径定理	84
要点 3	圆中重要公式	85
方法 1	作弦心距是常用辅助线	85
方法 2	构造直角三角形进行计算	85
方法 3	运用垂径定理解决实际问题	86
误点 1	对垂径定理理解不透	86
误点 2	忽视圆心位置的多种情况	86
题型 1	运用垂径定理计算相关问题	89
题型 2	垂径定理的应用	89
24.1.3	弧、弦、圆心角	
要点 1	圆是一个中心对称图形	90
要点 2	弧、弦、圆心角之间的关系	90
方法 1	运用弧、弦、圆心角的关系计算	90
方法 2	运用弧、弦、圆心角的关系证明	91
误点 1	忽视定理的条件	91
题型 1	弧、弦、圆心角之间的关系	94
题型 2	圆的轴对称性	94
题型 3	圆的中心对称性	94
24.1.4	圆周角	
要点 1	圆周角的概念	95
要点 2	圆周角定理及其证明	95
要点 3	圆周角定理的推论	96
方法 1	直接运用圆周角定理	96
方法 2	灵活地运用角的代换	96
方法 3	构造直径或直角	97
方法 4	运用旋转法解题	97
误点 1	忽视两解问题	98
题型 1	求角的大小	101
题型 2	角平分线问题	101
题型 3	动态问题	101

24.2 点、直线、圆和圆的位置关系

24.2.1	点和圆的位置关系	
要点 1	点和圆的位置关系	102
要点 2	过三点圆	102
要点 3	反证法证明命题的一般步骤及应注意的问题	102
方法 1	运用 d 与 r 的大小判定点与圆的位置关系	103
方法 2	作三角形的外接圆	103
误点 1	对“反证法”的步骤不清晰	103
题型 1	点与圆的位置关系	105
题型 2	三角形外接圆问题	105

24.2.2	直线和圆的位置关系	
要点 1	直线和圆的位置关系	106
要点 2	切线的性质与判定	106
要点 3	切线长定理	107
要点 4	三角形的内切圆	107
方法 1	运用 d 与 r 的大小关系判定直线与圆的位置关系	107
方法 2	切线的判定——“作垂直,证半径”	108
方法 3	切线的判定——“作半径,证垂直”	108
方法 4	切线长定理的运用	108
方法 5	三角形的内心的运用	109
误点 1	混淆距离的概念	109
误点 2	混淆三角形内心与外心的概念	109
题型 1	直线与圆的位置关系	113
题型 2	切线的证明与计算	113
题型 3	阅读理解题	113
题型 4	动态几何问题	114
24.2.3	圆和圆的位置关系	
要点 1	圆和圆的位置关系	115
要点 2	两圆的位置与两圆的半径、圆心距之间的数量关系	115
方法 1	运用 d 与 R 、 r 之间大小关系判定圆与圆的位置关系	116
方法 2	两圆相切作连心线	116
误点 1	漏解问题	116
题型 1	两圆的位置关系	119
题型 2	相交的两圆	119
题型 3	动态几何问题	120

24.3 正多边形和圆

要点 1	正多边形的定义及有关概念	121
要点 2	正多边形中各元素间的关系	121
方法 1	作垂线,将正多边形化为直角三角形	122
方法 2	等分圆周画正多边形	122
误点 1	对正多边形概念理解不深刻	122
题型 1	正多边形的计算	125
题型 2	正多边形性质的运用	125

24.4 弧长和扇形面积

要点 1	弧长公式和扇形面积公式	126
要点 2	弓形面积	126
要点 3	圆锥的侧面展开图	127
方法 1	直接运用两个公式计算	127
方法 2	用割补法求图形的面积	127
方法 3	运用等积变换求图形面积	128
方法 4	运用平移变换求图形面积	128
方法 5	圆锥的侧面积的求法	128
方法 6	空间元素与平面元素之间的转化方法	129

误点 1	把平面直观误为空间想象	129
题型 1	阴影部分面积计算	132
题型 2	圆锥的侧面展开图	133
题型 3	规律探究题	133
单元专题提升		
专题 1	圆的轴对称性	134
专题 2	圆的中心对称性	134
专题 3	与圆有关的角	135
专题 4	与圆有关的关系	135
专题 5	切线的证明与计算	136
专题 6	圆形面积的计算	136

第二十五章 概率初步

25.1 随机事件与概率

25.1.1 随机事件		
要点 1	理解必然事件、不可能事件和随机事件	139
要点 2	随机事件发生的可能性有大小	140
方法 1	依据定义辨别三种不同事件	140
方法 2	用直观方法判定随机事件发生的可能性大小	140
误点 1	错误地判断随机事件可能性的大小	141
题型 1	三种事件的判断	142
题型 2	随机事件发生的可能性大小	142
25.1.2 概率		
要点 1	概率的意义	143
要点 2	等可能事件概率的求法	143
方法 1	根据概率的定义求概率	143
方法 2	用面积比求几何概率	144

误点 1	对概率定义理解不够深刻	144
题型 1	古典概型	146
题型 2	几何概型	146

25.2 用列举法求概率

要点 1	古典概型的特点	147
要点 2	常用的两种列举法	147
方法 1	两步求概率	148
方法 2	三步求概率	148
方法 3	“放回”和“不放回”抽取样本的区别	149
方法 4	穷举法	149
误点 1	把现象混同于结果	150
误点 2	错误理解树形图	150
题型 1	两步概率	153
题型 2	三步概率	153

25.3 用频率估计概率

要点 1	实验概率的意义	154
要点 2	随机事件 A 发生的频率与概率	154
方法 1	由频率估计概率	155
方法 2	用实验频率估计未知量	155
方法 3	利用频率估计不规则图形的面积	156
误点 1	不能正确地理解频率与概率的关系	156
题型 1	频率与概率之间的关系	158
题型 2	阅读理解题	159

单元专题提升

专题 1	三种事件的判定	160
专题 2	概率的定义	160
专题 3	用列举法求概率	160
专题 4	用频率估计概率	161

第二十一章 二次根式

南宋时期的我国数学家秦九韶(1202—1261)在其数学巨著《数书九章》中根据三角形面积公式 $S = \frac{1}{2}ah$

推出另一个面积公式 $S = \frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2 - \left(\frac{a^2+b^2-c^2}{2}\right)^2}$. 其中 a, b, c 是三角形 ABC 的三边, 这个公式就是秦九韶的“三斜求积”公式.

推导过程如下:

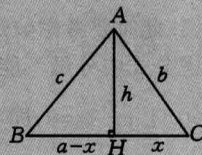
如图, 设 $BC=a, AC=b, AB=c, BC$ 边上的高 $AH=h$. 设 $CH=x$, 则 $BH=a-x$, 由勾股定理, 有 $c^2 = (a-x)^2 + h^2, b^2 = x^2 + h^2$.

$$\text{两式相减得: } c^2 - b^2 = a^2 - 2ax. \quad \therefore x = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}. \quad \therefore h^2 = b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}\right)^2.$$

$$S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2}a\sqrt{b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2a}\right)^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2b^2 - \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2}\right)^2}.$$

当 $\angle C > 90^\circ$ 时, 请读者思考, 如何推导秦九韶的“三斜求积”公式.

在长期封闭的中国封建社会中, 秦九韶能独立探究出“三斜求积”公式, 是一项了不起的成就, 其实海伦公式只不过是“三斜求积”公式的一个推论(教材中有推导过程).



21.1 二次根式

课标考纲同步解读

学习目标	重难点
1. 理解二次根式的意义, 会根据二次根式的概念求含字母的二次根式的取值范围.	★★★★
2. 会根据二次根式的性质进行简单的计算或化简.	★★
3. 从数的算术平方根类比学习二次根式, 体会从数到式的过渡, 理解知识内在的规律性.	★★

重难疑考详解

要点1 二次根式的概念

我们把形如 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 的式子叫做二次根式.

这里要注意三点: 一是二次根式的被开方数必须非负 ($a \geq 0$); 二是二次根式 $\sqrt{a}$ 为 a 的算术平方根 (正数 a 正的平方根 $\sqrt{a}$ 为算术平方根, 0 的算术平方根是 0), 即 $\sqrt{a} \geq 0$; 三是根据平方根的定义知 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$.

例 1 下列各式中, 一定是二次根式的是_____.

① $\sqrt{36}$; ② $\sqrt{(-3)^2}$; ③ $\sqrt{a}$; ④ $\sqrt{a^2+1}$; ⑤ $\frac{1}{2}$; ⑥ $\sqrt{a^2-2ab+b^2}$; ⑦ $\sqrt[3]{5}$.

【解析】 二次根式应满足两个条件: 一是应符合“ $\sqrt{a}$ ”的形式; 二是被开方数 a 应为非负数. ③中 a 若为负数即不满足条件二; ⑤⑦中不符合“ $\sqrt{a}$ ”的形式.

【答案】 ①②④⑥.

要点2 二次根式有意义的条件

二次根式有意义的条件是: 被开方数(式)为非负数. 若被开方数(式)为负数时, 则二次根式无

例 2 当 x 取什么实数时, 下列各式有意义?



意义.

【注意】 $\sqrt{-a}$ 不一定无意义!

当 $a \leq 0$ 时, $\sqrt{-a}$ 有意义. 判断 $\sqrt{-a}$ 是否有意义关键是看被开方数是否为非负数.

如果一个式子含有多个二次根式, 那么它们有意义的条件是: 各个二次根式中的被开方数都必须是是非负数.

例如: 当 x 取什么实数时, $\sqrt{1+x} + \frac{\sqrt{2x-1}}{x-1}$ 有意义. 此时要考虑被开方数要大于或等于 0, 又要考虑分式中分母不能等于 0. 所以 $1+x \geq 0$, $2x-1 \geq 0$ 且 $x-1 \neq 0$, 即 x 的取值范围是 $x \geq \frac{1}{2}$ 且 $x \neq 1$.

$$(1) \sqrt{5-5x}; (2) \sqrt{x+5} - \sqrt{3-2x}; (3) \frac{\sqrt{x+3}}{x-2}.$$

【点拨】(3) 中除了考虑被开方数为非负数外, 还需考虑分母不能为 0.

【解析】(1) 当 $5-5x \geq 0$ 时, 即 $x \leq 1$ 时, $\sqrt{5-5x}$ 有意义.

$$(2) \text{由题意知 } \begin{cases} x+5 \geq 0, \\ 3-2x \geq 0, \end{cases} \text{解得 } -5 \leq x \leq \frac{3}{2}.$$

$\therefore$ 当 $-5 \leq x \leq \frac{3}{2}$ 时, $\sqrt{x+5} - \sqrt{3-2x}$ 有意义.

$$(3) \text{由题意知 } \begin{cases} x+3 > 0, \\ x-2 \neq 0, \end{cases} \text{解得 } \begin{cases} x > -3, \\ x \neq 2. \end{cases}$$

$\therefore$ 当 $x > -3$ 且 $x \neq 2$ 时, $\frac{\sqrt{x+3}}{x-2}$ 有意义.

要点 3 二次根式的性质

性质 1: 二次根式结果的非负性, 即 $\sqrt{a} \geq 0$ ($a \geq 0$).

性质 2: 非负数的算术平方根的平方等于它本身, 即 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$).

性质 3: $\sqrt{a^2} = |a|$.

【辨析】比较 $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$. 从取值范围上讲, $(\sqrt{a})^2$ 中要求 $a \geq 0$, 而 $\sqrt{a^2}$ 中 a 可为一切实数; 从运算结果上讲, $(\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt{a^2} = |a|$. 当 $a \geq 0$ 时, 两者相等; 当 $a < 0$ 时, 前者无意义, 后者等于 $-a$.

【例 3】计算: $(\sqrt{2})^2 + \sqrt{3^2} + \sqrt{(-3)^2}$.

【点拨】 $\sqrt{(-3)^2} \neq -3$.

【解析】原式 $= 2 + 3 + |-3| = 8$.

【例 4】已知 x 为任意实数, 化简: $\sqrt{(x-1)^2} + 1$.

【点拨】利用公式 $\sqrt{a^2} = |a|$, 注意这里把 $x-1$ 看成公式中的 a .

【解析】原式 $= |x-1| + 1$.

① 当 $x \geq 1$ 时, 原式 $= x-1+1 = x$;

② 当 $x < 1$ 时, 原式 $= -(x-1)+1 = -x+2$.

题型方法拓展

方法 1 巧用二次根式的两个非负性

对于二次根式 $\sqrt{a}$ ($a \geq 0$) 中要求被开方数是一个非负数, 其结果 $\sqrt{a}$ 也是非负数.

另外, $a^2 \geq 0$, $|a| \geq 0$.

例如: $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+y-2} = 0$, 求 x, y 的值.

提示: 由二次根式结果的非负性知 $\sqrt{x+1} \geq 0$ 且 $\sqrt{x+y-2} \geq 0$.

$$\text{又 } \because \sqrt{x+1} + \sqrt{x+y-2} = 0,$$

$$\therefore \begin{cases} x+1=0, \\ x+y-2=0. \end{cases} \therefore \begin{cases} x=-1, \\ y=3. \end{cases}$$

【例 5】(2013·重庆市江北中学月考) 若 $\sqrt{x-1} - \sqrt{1-x} = (x+y)^2$, 求 $x-y$ 的值.

【点拨】两个被开方数都应为非负数, 由不等式组可以确定 x 的取值范围.

$$\text{【解析】} \because \begin{cases} x-1 \geq 0, \\ 1-x \geq 0, \end{cases} \therefore x=1.$$

$$\text{当 } x=1 \text{ 时, } (1+y)^2 = 0, \therefore y=-1.$$

$$\therefore x-y = 1 - (-1) = 2.$$

方法 2 活用公式 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)

直接运用 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$) 可以进行二次根式的化简. 如计算 $(3\sqrt{2})^2 = 3^2(\sqrt{2})^2 = 9 \times 2 = 18$.

逆用公式 $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$), 即 $a = (\sqrt{a})^2$ ($a \geq 0$)

【例 6】化简: $\sqrt{162a^5b^4a^3}$ ($a > 0, b > 0, c > 0$).

【点拨】所有符合 $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$) 这个公式的都可直接应用公式.

$$\text{【解析】} \sqrt{162a^5b^4c^3} = \sqrt{2 \times 9^2 \times (a^2)^2 \times a \times (b^2)^2 \times c^2 \times c} = \sqrt{2} \times$$

0), 可以进行因式分解. 从 $a = (\sqrt{a})^2 (a \geq 0)$ 中我们可以发现任何一个非负数都可以写成一个数的平方形式.

例如: $2 = (\sqrt{2})^2, 9 = 3^2$.

$$\begin{aligned} & \sqrt{9^2} \times \sqrt{(a^2)^2} \times \sqrt{a} \times \sqrt{(b^2)^2} \times \sqrt{c^2} \times \sqrt{c} = \sqrt{2} \times 9 \times a^2 \times \sqrt{a} \times b^2 \times c \times \sqrt{c} \\ & = 9a^2b^2c\sqrt{2ac}. \end{aligned}$$

例 7 在实数范围内进行因式分解.

(1) $x^2 - 5$; (2) $x^4 - 6x^2 + 9$.

【解析】 (1) $x^2 - 5 = x^2 - (\sqrt{5})^2 = (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$;

(2) $x^4 - 6x^2 + 9 = (x^2 - 3)^2 = (x - \sqrt{3})^2(x + \sqrt{3})^2$.

方法 3 运用 $\sqrt{a^2} = |a|$ 化简

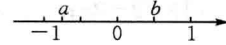
在化简时, 首先一定要弄清 a 的正负性.

$$\sqrt{a^2} = |a| = \begin{cases} a (a \geq 0), \\ -a (a < 0). \end{cases}$$

例如: 化简 $\sqrt{x^2 - 2x + 1}$.

提示: 先运用完全平方式将被开方数进行因式分解, 写成 $\sqrt{a^2}$ 的形式, 再对 a 的符号进行讨论.

$$\begin{aligned} \sqrt{x^2 - 2x + 1} &= \sqrt{(x-1)^2} \\ &= |x-1| \\ &= \begin{cases} x-1, & x \geq 1, \\ 1-x, & x < 1. \end{cases} \end{aligned}$$

例 8 实数 a, b 在数轴上的位置如图  图 21-1-1

21-1-1 所示, 化简 $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$.

图 21-1-1

【点拨】 结合数轴判定根号下被开方数(式)的正负性.

【解析】 $\because a < 0, \therefore |a| = -a. \because b > 0, \therefore |b| = b.$

$\because a - b < 0, \therefore |a - b| = -(a - b).$

$$\therefore \text{原式} = |a| - |b| - |a - b| = -a - b - [-(a - b)] = -a - b + a - b = -2b.$$

例 9 当 $-3 < x < 1$ 时, 化简 $\sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x^2 + 6x + 9}$.

【解析】 原式 $= \sqrt{(x-1)^2} + \sqrt{(x+3)^2} = |x-1| + |x+3|$.

当 $-3 < x < 1$ 时, $x-1 < 0, x+3 > 0$,

$$\therefore \text{原式} = -(x-1) + (x+3) = -x+1+x+3=4.$$

易错误区警示

误点 1 忽视二次根式结果的非负性

例 10 化简求值: $\frac{1}{x} + \sqrt{\frac{1}{x^2} + x^2 - 2}$, 其中 $x = \frac{1}{3}$.

【错解】 原式 $= \frac{1}{x} + \sqrt{\left(x - \frac{1}{x}\right)^2} = \frac{1}{x} + x - \frac{1}{x} = x$.

【错因】 没有注意 $x - \frac{1}{x}$ 的正负性.

【正解】 当 $x = \frac{1}{3}$ 时, $x - \frac{1}{x} < 0$,

$$\therefore \text{原式} = \frac{1}{x} + \left|x - \frac{1}{x}\right| = \frac{1}{x} + \frac{1}{x} - x = \frac{2}{x} - x.$$

$$\text{当 } x = \frac{1}{3} \text{ 时, 原式} = 6 - \frac{1}{3} = 5\frac{2}{3}.$$

【防错笔记】 二次根式 $\sqrt{a^2}$ 化简结果是一个非负数, 一般为安全起见, 可令 $\sqrt{a^2} = |a|$, 再根据 a 的正负性, 去掉其绝对值符号.

分级优化测评

A卷 学业水平训练 (测试时间: 20 分钟)

- (2012 · 盐城) 如果 $\sqrt{x+1}$ 有意义, 那么字母 x 的取值范围是().
A. $x \geq -1$ B. $x > 1$ C. $x \leq -1$ D. $x < 1$
- 如果代数式 $\frac{\sqrt{x}}{x-1}$ 有意义, 那么 x 的取值范围是().
A. $x \geq 0$ B. $x \neq 1$ C. $x > 0$ D. $x \geq 0$ 且 $x \neq 1$
- 若 $\sqrt{a^2} = -a$, 则实数 a 在数轴上的对应点一定在().
A. 原点左侧 B. 原点右侧
C. 原点或原点左侧 D. 原点或原点右侧

解题帮手

◀ 要点 2, 例 2

◀ 要点 2, 例 2

◀ 方法 3, 例 8



4. 二次根式 $\sqrt{(-2)^2}$ 的值是().

- A. -2 B. 2 或 -2 C. 4 D. 2

5. 若实数 $a < b$, 则化简 $\sqrt{(a-b)^2}$ 的结果为().

- A. $a+b$ B. $a-b$ C. $-a-b$ D. $-a+b$

6. 下列各式中, 哪些是二次根式? 哪些不是二次根式? 为什么?

$$\sqrt{2}; \pi; \sqrt{x-1}; \sqrt{1+m^2}; \sqrt[3]{-8}; \sqrt{0.2}; \sqrt{1-2x+x^2}.$$

7. (2013·杭州模拟) 若下列各代数式在实数范围内有意义, 求 a 的取值范围.

(1) $\sqrt{2-3a}$; (2) $\frac{1}{\sqrt{-2a}}$; (3) $\frac{\sqrt{a+1}}{a+2}$.

8. 下列各组数据分别为 $\triangle ABC$ 的三条边长, 这三条边长能否构成直角三角形? 说明理由.

(1) $\sqrt{3}, 1, 2$; (2) $\sqrt{5}, \sqrt{2}, \sqrt{7}$; (3) $3, 1, 2\sqrt{2}$; (4) $\sqrt{13}, 2, \sqrt{15}$.

9. 计算: (1) $\sqrt{4^2} + (-\sqrt{2})^2 - \sqrt{\left(\frac{9}{16}\right)^{-1}}$; (2) $(\sqrt{3}-1)^0 + \left(\frac{1}{3}\right)^{-1} - \sqrt{(-5)^2} - |-1|$.

◀ 要点 3, 例 3

◀ 方法 3, 例 8

◀ 要点 1, 例 1

◀ 要点 2, 例 2

◀ 方法 2, 例 6

◀ 要点 3, 例 3

◀ 要点 3, 方法 1
例 5

◀ 要点 3, 方法 1

◀ 方法 2, 例 7

◀ 方法 3, 例 8

◀ 要点 3, 方法 1
例 5

◀ 要点 3, 例 4

◀ 要点 3, 例 4

B卷 中考水平训练 (测训时间: 30 分钟)

10. (北京中考题) 若 $|x+2| + \sqrt{y-3} = 0$, 则 xy 的值为().

- A. -8 B. -6 C. 5 D. 6

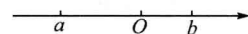
11. (盐城中考题) 若数轴上表示数 x 的点在原点的左边, 则化简 $|3x + \sqrt{x^2}|$ 的结果是().

- A. $-4x$ B. $4x$ C. $-2x$ D. $2x$

12. 若 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ 与 $\sqrt{a} - \sqrt{b}$ 互为倒数, 则 a, b 的关系为().

- A. $a=b-1$ B. $a=b+1$ C. $a=1-b$ D. a, b 无确定的关系

13. 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 化简: $|a+b| + \sqrt{(b-a)^2} =$.



第 13 题图

14. 若 $\frac{\sqrt{m-4n} + |n^2-9|}{\sqrt{n+3}} = 0$, 求 $\sqrt{21-m-n}$ 的值.

15. 已知 a, b, c 是一个三角形的三条边长, 化简: $\sqrt{(a+b+c)^2} + \sqrt{(a+b-c)^2} + \sqrt{(b-a-c)^2} + \sqrt{(c-a-b)^2}$.

16. (2013·镇江调研) 若实数 x 满足 $x - \sqrt{\frac{1}{4} - x + x^2} = \frac{1}{2}$, 求 x 的取值范围.



17. (宁波中考题) 已知 $a < 0$, 化简: $\sqrt{4 - \left(a + \frac{1}{a}\right)^2} - \sqrt{4 + \left(a - \frac{1}{a}\right)^2}$.

◀ 方法 3, 例 9

18. 已知实数 x, y, a 满足 $\sqrt{x+y-8} + \sqrt{8-x-y} = \sqrt{3x-y-a} + \sqrt{x-2y+a+3}$, 试问长度分别为 x, y, a 的三条线段能否组成一个三角形? 如果能, 请求出该三角形的面积; 如果不能, 请说明理由.

◀ 方法 1, 例 5

19. 求满足方程组 $\begin{cases} 3\sqrt{a-b} + 4\sqrt{c} = 16, \\ 4\sqrt{a-b} - 3\sqrt{c} = x, \end{cases}$ 的所有整数解的和 (x 未知).

◀ 要点 3, 例 4

20. (2010 · 全国竞赛) 若 $\sqrt{(2009-m)^2} + \sqrt{m-2010} = m$, 求代数式 $m-2009^2$ 的值.

◀ 方法 1, 例 5

测评答案见本书第 165 页



中考真题分类

中考命题方向

本节内容主要考查二次根式的基本概念以及二次根式的两个非负性. 本部分试题难度不大, 多以填空题、选择题形式出现.

题型 1 求字母的取值范围

例 1 (2012 · 潍坊) 如果代数式 $\frac{4}{\sqrt{x-3}}$ 有意义, 则

x 的取值范围是 ().

A. $x \neq 3$ B. $x < 3$ C. $x > 3$ D. $x \geq 3$

【点拨】 二次根式有意义的条件是被开方数是一个非负数; 分式有意义的条件是分母不等于 0.

【解析】 由题意知 $\begin{cases} x-3 \geq 0, \\ x-3 \neq 0, \end{cases} \therefore x > 3$.

【答案】 C

题型 2 考查二次根式的非负性

例 2 (2012 · 荆州) 若 $\sqrt{x-2y+9}$ 与 $|x-y-3|$ 互为相反数, 则 $x+y$ 的值为 ().

A. 3 B. 9 C. 12 D. 27

【点拨】 两个非负数的和为 0, 则每项都为 0.

【解析】 由题知: $\sqrt{x-2y+9} + |x-y-3| = 0$,

$\therefore \sqrt{x-2y+9} = 0$ 且 $|x-y-3| = 0$.

$\therefore \begin{cases} x-2y+9=0, \\ x-y-3=0, \end{cases}$ 解得 $\begin{cases} x=15, \\ y=12. \end{cases} \therefore x+y=27$.

【答案】 D

例 3 (2010 · 泰州) 若代数式 $\sqrt{(2-a)^2} + \sqrt{(a-4)^2}$ 的值是常数 2, 则 a 的取值范围是 ().

A. $a \geq 4$ B. $a \leq 2$
C. $2 \leq a \leq 4$ D. $a=2$ 或 $a=4$

【点拨】 对于选择题可以考虑赋值法. 若采用化简的方法, 对去掉根号后绝对值内的代数式的正负性要进行讨论.

【解析】 方法一(赋值法) 令 $a=5$, 原式 $= \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{1^2} = 4 \neq 2$, 排除 A;

令 $a=0$, 原式 $= \sqrt{2^2} + \sqrt{(-4)^2} = 6 \neq 2$, 排除 B;

令 $a=3$, 原式 $= \sqrt{(-1)^2} + \sqrt{(-1)^2} = 2$, 排除 D;

故选 C.

方法二(分类讨论) 当 $a > 4$ 时, 原式 $= a-2+a-4 = 2a-6$, 由 $2a-6=2$ 得 $a=4$, 矛盾, 排除 A;

当 $a < 2$ 时, 原式 $= 2-a+4-a = 6-2a$, 由 $6-2a=2$ 得 $a=2$, 矛盾, 排除 B;

当 $2 \leq a \leq 4$ 时, 原式 $= |2-a| + |a-4| = a-2+4-a = 2$.
D 不完整.

【答案】 C