自动控制系统习题解答

（经典部分）

上 册

上海交通大学320教研组

1980.9

前言

《自动控制系统习题解答（经典部分）》是根据本教研组所编的《自动控制系统习题集（经典部分）》而编写的。主要供教师参考。

本《题解》共分上下两册，上册包括自动控制系统的基本原理；自馈控制系统的动态分析；用频率法分析反馈控制系统及根轨迹法等四章。下册包括控制系统的动态校正；控制系统的设计、试验与调节；非线性反馈系统；采样控制系统等四章及附录。

自动控制习题往往可采用多种解法，所以，我们在介题中，同类习题尽可能采用多种解法。另外，有些习题需采用试凑法，故即使是同一题目，采用同一解法，也可能答案各异。因而，本《题解》介绍的方法及答案仅供参考。

我们把常用到的一些曲线附于本习题集后，以供解题查阅之用。

参加本《题解》工作的有曹柱中、陈学中、赵祚连、曾广益、韩慧君、胡文瑾、张乃光、施颂椒等同志。由于时间仓促，水平有限，错误之处在所难免，恳望读者予以指正。

编者于1980.7.

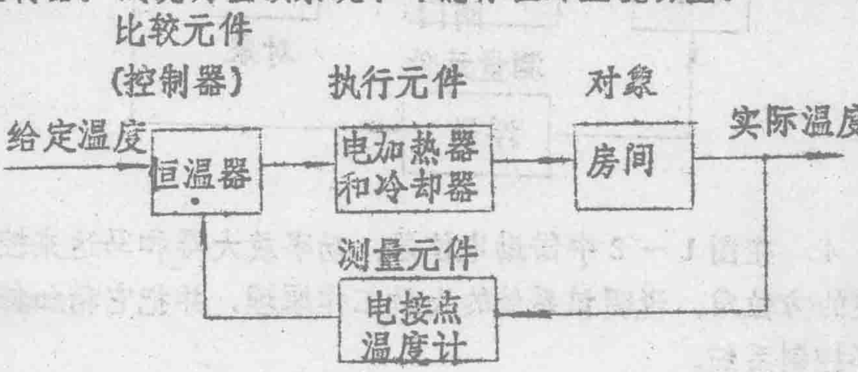
目 录

第一章　自动控制的基本原理

1－1　日常生活中有许多开环和闭环控制系统，试举几个具体例子，并说明它们的工作原理。

〔解〕（略）

1－2　画出室内空调系统的方框图。注意，恒温器是该系统中的控制器。试说明在该系统中可能存在哪些扰动量。



主要的扰动量有气温的变化，开门窗引起的室内外热量交换，人员进出引起室温的变化以及冷却水温度的变化等等。

1－3　解释图1－1所示水箱水位控制系统的动作原理，并绘出它的原理图。

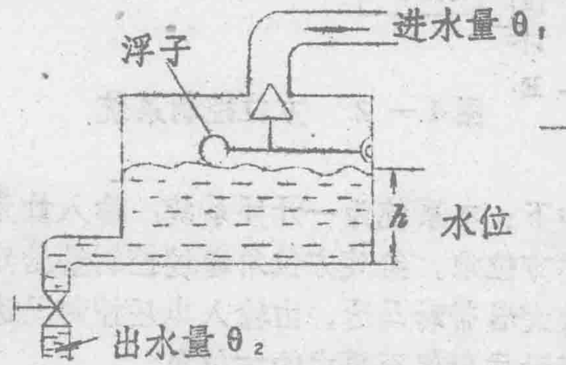


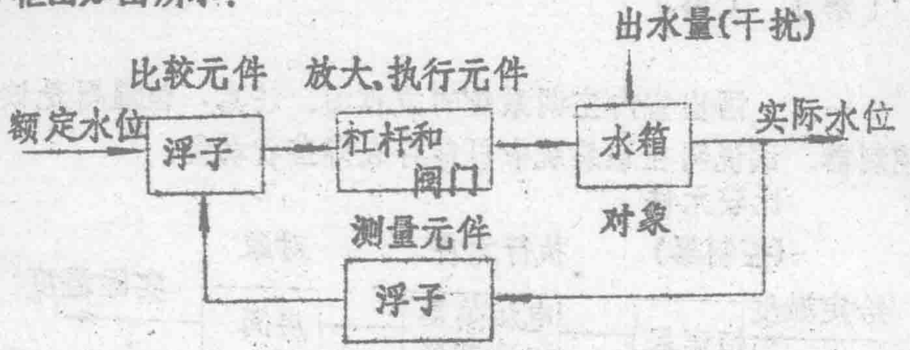
图1－1　水位控制系统

〔解〕

动作原理如下：本系统输入为额定水位，输出为实际水位，当实

际水位相等于额定水位时，控制进水量的阀门则关闭。由于干扰（出水量）水位则降低而低于额定水位，浮子下降，进而通过杠杆带动进水阀门，使阀门开启，进水管道供水再使水位升高，达到额定水位为止。

方框图如图所示：



1－4　在图1－2中借助电位器、功率放大器和马达来控制导弹发射架的方位角。说明该系统的大致工作原理，并把它稍加修改，改成闭环控制系统。

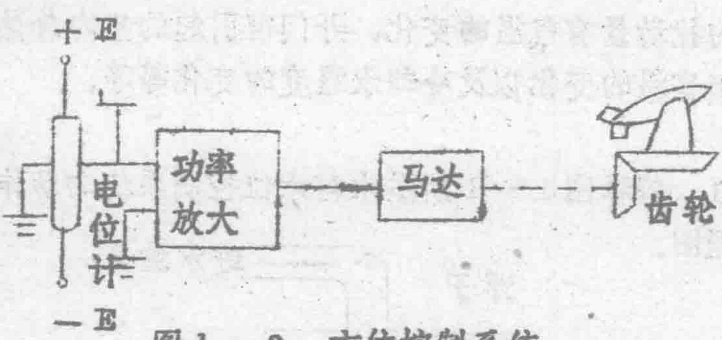


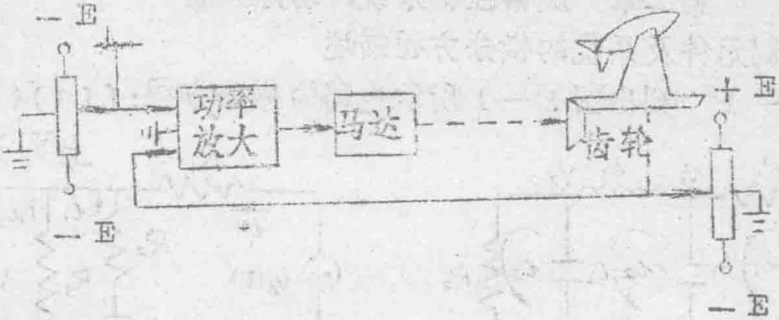
图1－2　方位控制系统

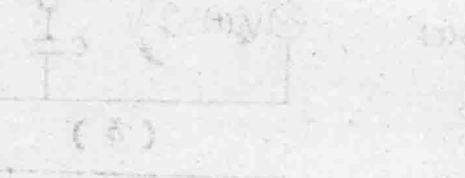
〔解〕

工作原理如下：本系统为一开环系统，输入量为给定方位，输出量为发射架实际方位角，给定方位角通过控制量给定装置输出一个电压，再经功率放大器带动马达，由输入电压控制马达旋转的角度，马达再通过齿轮带动发射架至要求的方位角。

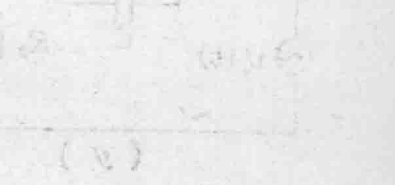
本系统可改成如下闭环系统：

此为试读，需要完整PDF请访问： www.ertongbook.com





(a)



(b)

第二章　反馈控制系统的动态分析

2－1　控制元件及系统的微分方程描述

2－1－1　列出图２－１所示电路的微分方程：〔（a）（b）在上页〕

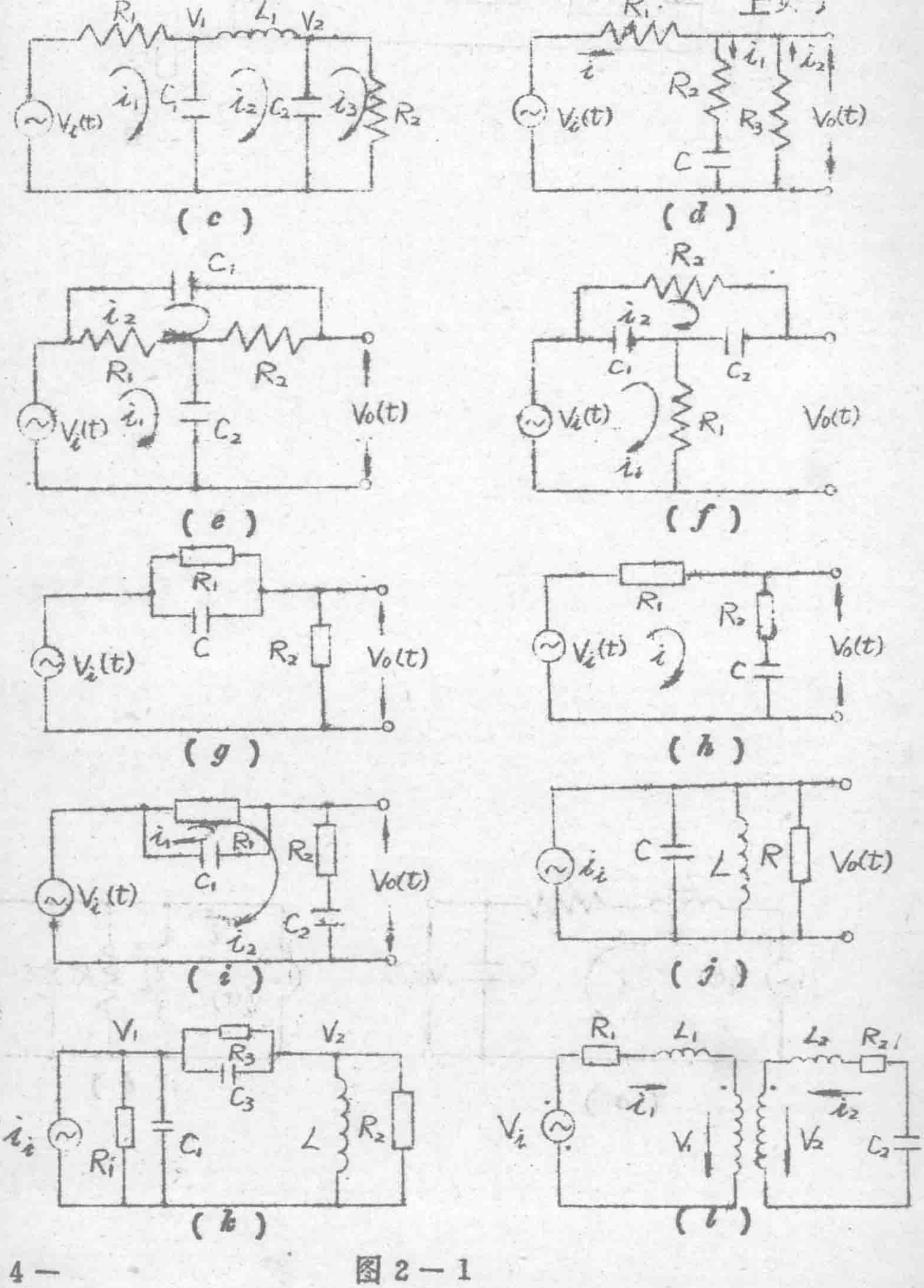


图２－１

〔解〕

a）$L\frac{di}{dt}+Ri+\frac{1}{C}\int i\,dt=V_i(t)$；$V_o(t)=\frac{1}{C}\int i\,dt$

b）$i=i_R+i_L+i_c=\frac{V_i}{R}+\frac{1}{L}\int V_i\,dt+C\frac{dV_i}{dt}$；

$V_o(t)=V_i(t)$

c）用回路法：

$$\begin{cases}V_i(t)=R_1i_1+\frac{1}{C_1}\int_o^t i_1(t)dt-\frac{1}{C_1}\int_o^t i_2(t)dt\\ 0=-\frac{1}{C_1}\int_o^t i_1(t)+(\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2})\int_o^t i_2(t)dt+L_1\frac{di_2(t)}{dt}\\ \quad-\frac{1}{C_2}\int_o^t i_3(t)dt\\ 0=-\frac{1}{C_2}\int_o^t i_2(t)dt+R_2i_3(t)+\frac{1}{C_2}\int_o^t i_3(t)dt\end{cases}$$

用节点法：

$$\begin{cases}\frac{V_i(t)}{R_1}=\frac{1}{R_1}V_1(t)+C_1\frac{dV_1(t)}{dt}+\frac{1}{L_1}\int_o^t V_1(t)dt\\ \quad-\frac{1}{L_1}\int_o^t V_2(t)dt\\ 0=-\frac{1}{L_1}\int_o^t V_1(t)dt+C_2\frac{dV_2(t)}{dt}+\frac{1}{L_1}\int_o^t V_2(t)dt\\ \quad+\frac{1}{R_2}V_2(t)\end{cases}$$

d）$\begin{cases}V_i(t)=R_1(i_1+i_2)+R_2i_1+\frac{1}{C}\int_o^t i_1(t)dt\end{cases}$

$$\left\{ V_o(t) = R_3 i_2 = R_2 i_1 + \frac{1}{C}\int_0^t i_1(t)dt \right.$$

e) $$\begin{cases} V_i(t) = R_1 i_1 + \dfrac{1}{C_2}\displaystyle\int_0^t i_1(t)dt - R_1 i_2(t) \\ 0 = -R_1 i_1 + (R_1 + R_2) i_2(t) + \dfrac{1}{C_1}\displaystyle\int_0^t i_2(t)dt \\ V_i(t) - V_o(t) = \dfrac{1}{C_1}\displaystyle\int_0^t i_2(t)dt \end{cases}$$

f) $$\begin{cases} V_i(t) = \dfrac{1}{C_1}\displaystyle\int_0^t i_1(t)dt + R_1 i_1(t) - \dfrac{1}{C_1}\displaystyle\int_0^t i_2(t)dt \\ 0 = -\dfrac{1}{c_1}\displaystyle\int_0^t i_1(t)dt + R_2 i_2(t) \\ \qquad + \left(\dfrac{1}{C_1} + \dfrac{1}{C_2}\right)\displaystyle\int_0^t i_2(t)dt \\ V_i(t) - V_o(t) = R_2 i_2(t) \end{cases}$$

g) 用节点法则有：$c\dfrac{dV_i}{dt} + \dfrac{V_i}{R_1} = c\dfrac{dV_o}{dt} + \dfrac{V_o}{R_1} + \dfrac{V_o}{R_2}$

h) 用回路法：$$\begin{cases} V_i = (R_1 + R_2) i + \dfrac{1}{c}\displaystyle\int i dt \\ V_o = R_2 i + \dfrac{1}{c}\displaystyle\int i dt \end{cases}$$

i) 用回路法：$$\begin{cases} i_1 R_1 + \dfrac{1}{c_1}\displaystyle\int i_1 dt + i_2 R_1 = 0 \\ V_i = i_1 R_1 + R_1 i_2 + R_2 i_2 + \dfrac{1}{c_2}\displaystyle\int i_2 dt \\ V_o = R_2 i_2 + \dfrac{1}{c_2}\displaystyle\int i_2 dt \end{cases}$$

j) $i_i = i_c + i_L + i_R$

$i_R = V_o / R \qquad i_c = c\left(\dfrac{dV_o}{dt}\right) \qquad i_L = \dfrac{1}{L}\int V_o dt$

$$\therefore \quad i_i = c\frac{dV_o}{dt} + \frac{V_o}{R} + \frac{1}{L}\int V_o dt$$

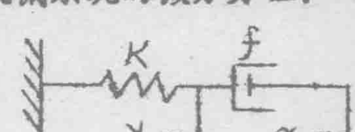
k)用节点法:

$$\begin{cases} i_i = c_1\dfrac{dV_1}{dt} + \dfrac{V_1}{R_1} + \dfrac{V_1}{R_3} + c_3\dfrac{dV_1}{dt} - \dfrac{V_2}{R_3} - c_3\dfrac{dV_2}{dt} \\ 0 = \dfrac{1}{L}\int V_2 dt + \dfrac{V_2}{R_2} + \dfrac{V_2}{R_3} + c_3\dfrac{dV_2}{dt} - \dfrac{V_1}{R_3} - c_3\dfrac{dV_1}{dt} \end{cases}$$

l) $$\begin{cases} V_2 = -L_2\dfrac{di_2}{dt} - R_2 i_2 - \dfrac{1}{c_2}\int i_2 dt \\ V_i = L_1\dfrac{di_1}{dt} + R_1 i_1 + V_1 \\ V_2 = nV_1 \\ i_2 = -i_1/n \end{cases}$$

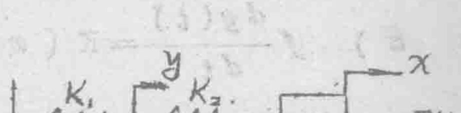
2－1－2　列出图2－2所示机械系统的微分方程:

(a)　x－输入，y－输出

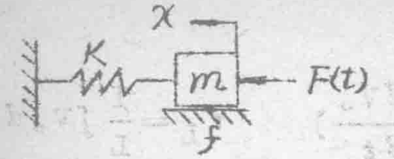


(b)　x－输入，y－输出

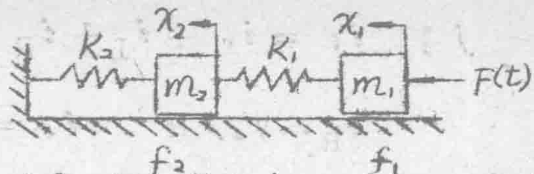
(c)　F－输入力，x－输出



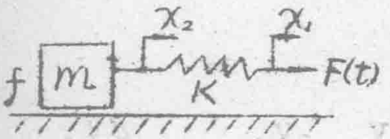
(d)　F－输入力，x－输出



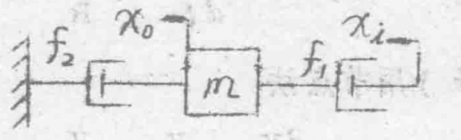
(e) F—输入力，x—输出



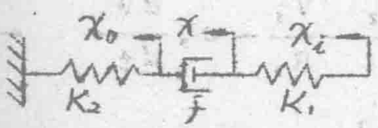
(f) F—输入力，x_1, x_2—输出



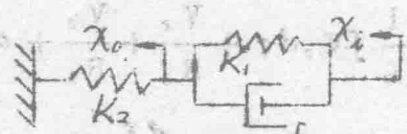
(g) F—输入力，x_1, x_2—输出



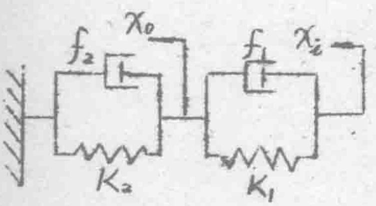
(h) x_i—输入，x_o—输出



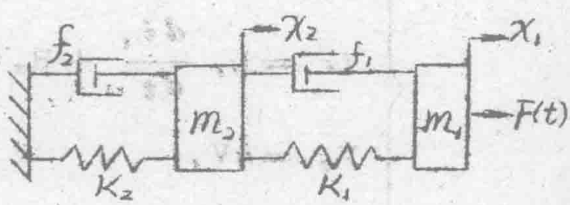
(i) x_i—输入，x_o—输出



(j) x_i—输入，x_o—输出



(k) x_i—输入，x_o—输出



(l) F(t)—输入力，

x_1, x_2—输出

图 2—2

〔解〕

a）$f\dfrac{dy(t)}{dt}=K\left(x(t)-y(t)\right)$

或 $f\dfrac{dy(t)}{dt}+Ky(t)=Kx(t)$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com

b）$Ky(t)=f\left(\frac{dx(t)}{dt}-\frac{dy(t)}{dt}\right)$

或$f\frac{dy(t)}{dt}+Ky(t)=f\frac{dx(t)}{dt}$

c）$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}=F(t)-Kx(t)$

或$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+Kx(t)=F(t)$

d）$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+K_2(x-y)=F(t)$ …… (1)

又有：$(x-y)K_2=K_1y$ $\quad y=\frac{K_2}{K_1+K_2}x$ 代入(1)式

有 $m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+\frac{K_1K_2}{K_1+K_2}x(t)=F(t)$

e）$m\frac{d^2x(t)}{dt^2}+f\frac{dx}{dt}+Kx=F(t)$

f）$\begin{cases} m_1\frac{d^2x_1}{dt^2}+f_1\frac{dx_1}{dt}+K_1x_1-K_1x_2=F(t) \\ -K_1x_1+m_2\frac{d^2x_2}{dt^2}+f_2\frac{dx_2}{dt}+(K_1+K_2)x_2=0 \end{cases}$

g）$\begin{cases} K(x_1-x_2)=F(t) \\ m\frac{d^2x_2}{dt^2}+f\frac{dx_2}{dt}=K(x_1-x_2) \end{cases}$

h）$m\frac{d^2x_o}{dt^2}=f_1\left(\frac{dx_i}{dt}-\frac{dx_o}{dt}\right)-f_2\frac{dx_o}{dt}$

或$m\frac{d^2x_o}{dt^2}+(f_1+f_2)\frac{dx_o}{dt}=f_1\frac{dx_i}{dt}$

$$i)\begin{cases} K_1(x_i - x) = f\left(\dfrac{dx}{dt} - \dfrac{dx_o}{dt}\right) & \cdots\cdots (1) \\ K_2 x_o = f\left(\dfrac{dx}{dt}\ \dfrac{dx_o}{dt}\right) & \cdots\cdots (2) \end{cases}$$

从(1)(2)式得：$K_1(x_i - x) = K_2 x_o$

$x = x_i - \dfrac{K_2 x_o}{K_1}$　　代入(2)

$$K_2 x_o = f\frac{dx_i}{dt} - f\frac{K_2}{K_1}\frac{dx_o}{dt} - f\frac{dx_o}{dt}$$

或 $f\left(\dfrac{K_2}{K_1} + 1\right)\dfrac{dx_o}{dt} + K_2 x_o = f\dfrac{dx_i}{dt}$

$$j)\quad f\left(\frac{dx_i}{dt} - \frac{dx_o}{dt}\right) + K_1(x_i - x_o) = K_2 x_o$$

$$f\frac{dx_o}{dt} + (K_1 + K_2)x_o = f\frac{dx_i}{dt} + K_1 x_i$$

$$k)\quad f_1\left(\frac{dx_i}{dt} - \frac{dx_o}{dt}\right) + K_1(x_i - x_o) = f_2\frac{dx_o}{dt} + K_2 x_o$$

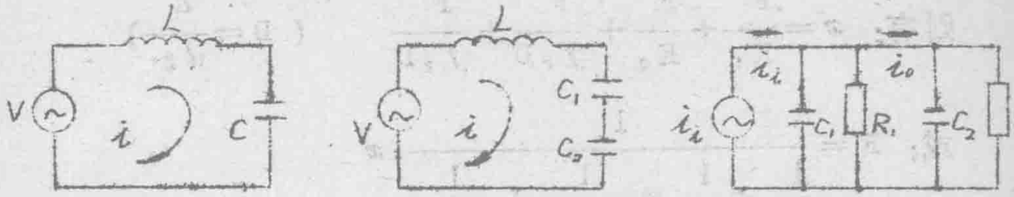
即：$(f_1 + f_2)\dfrac{dx_o}{dt} + (K_1 + K_2)x_o = f_1\dfrac{dx_i}{dt} + K_1 x_i$

$$l)\begin{cases} m_1\dfrac{d^2x_1}{dt^2} + f_1\dfrac{dx_1}{dt} + K_1 x_1 - f_1\dfrac{dx_2}{dt} - K_1 x_2 \\ = F(t) \\ -f_1\dfrac{dx_1}{dt} - K_1 x_1 + m_2\dfrac{d^2x_2}{dt^2} + f_2\dfrac{dx_2}{dt} + K_2 x_2 \\ + f_1\dfrac{dx_2}{dt} + K_1 x_2 = 0 \end{cases}$$

2－1－3　作出图2－2机械系统（c）（d）（h）的电模拟系统。

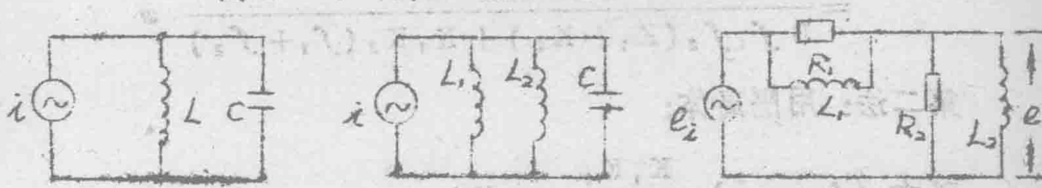
〔解〕　根据力～电压相似性（$F \to V$，$dx/dt \to i$，$f \to R$，$m \to L$，$K \to 1/c$，则有图（a）电模拟图。

根据力～电流相似性（$F \to i$，$dx/dt \to V$，$m \to c$，$f \to 1/R$，$K \to 1/L$）则有图（b）电模拟图。



对应于图2～2（c）　对应于图2～2（d）　对应于图2～2（h）

图（a）　力～电压相似性的电模拟图



对应于图2～2（c）　对应于图2～2（d）　对应于图2～2（h）

图（b）　力～电流相似性的电模拟图

2－1－4　列出图2－3所示机械系统的微分方程（F是输入，x是输出）

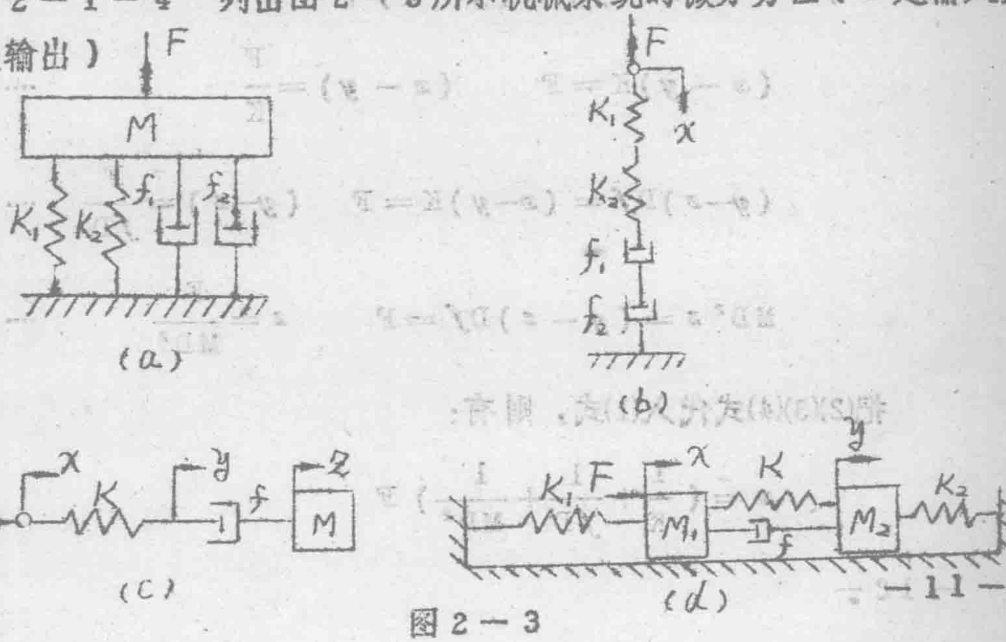


图2－3

〔解〕

a） $M\frac{d^2x(t)}{dt^2}+(f_1+f_2)\frac{dx(t)}{dt}+(K_1+K_2)x=F$

b）第一法：直接把K_1、K_2、f_1、f_2看成并联.

则有：$x=\frac{F}{K_1}+\frac{F}{K_2}+\frac{F}{f_1D}+\frac{F}{f_2D}\qquad (D=\frac{d}{dt})$

或：$F=\frac{1}{\frac{1}{K_1}+\frac{1}{K_2}+\frac{1}{f_1D}+\frac{1}{f_2D}}x$

$$=\frac{f_1f_2K_1K_2D}{Df_1f_2(K_1+K_2)+K_1K_2(f_1+f_2)}x$$

第二法：用隔离体：

则有：$\begin{cases}(x-y)\frac{K_1K_2}{K_1+K_2}=F\\(x-y)\frac{K_1K_2}{K_1+K_2}=\frac{f_1f_2}{f_1+f_2}Dy\end{cases}$ 介之与上同。

c）$x=(x-y)+(y-z)+z \quad \cdots\cdots (1)$

$(x-y)K=F \qquad (x-y)=\frac{F}{K} \quad \cdots\cdots (2)$

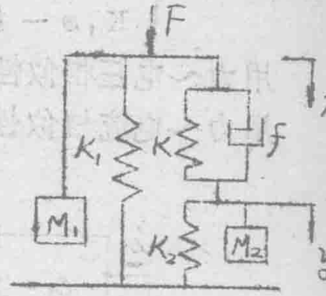
$(y-z)Df=(x-y)K=F \qquad (y-z)=\frac{F}{fD} \quad \cdots\cdots (3)$

$MD^2z=(y-z)Df=F \qquad z=\frac{F}{MD^2} \quad \cdots\cdots (4)$

把(2)(3)(4)式代入(1)式，则有：

$$x=(\frac{1}{K}+\frac{1}{fD}+\frac{1}{MD^2})F$$

d）第一法把原图改成右图，则直接用串并联法得：



$$F=\left[M_1D^2+K_1+\frac{1}{\dfrac{1}{K+fD}+\dfrac{1}{K_2+M_2D^2}}\right.x$$

第二法用隔离体法，有：

$$\begin{cases}M_1\dfrac{d^2x}{dt^2}+K_1x+f\dfrac{d}{dt}(x-y)+K(x-y)=F\\[2ex] M_2\dfrac{d^2y}{dt^2}+K_2y=K(x-y)+f\dfrac{d}{dt}(x-y)\end{cases}$$ 介之与上同

2－1－5　列出图2－4所示机械系统的微分方程（F是输入，*x*是输出）。并画出电模拟图。

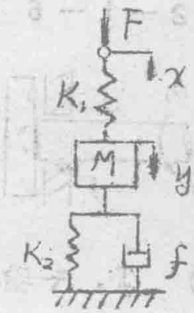
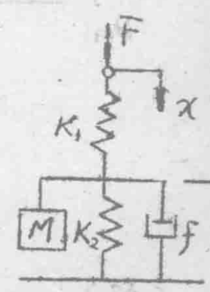


图2－4

〔解〕

(1) 用串并联法，把原图改成右图则有：



$$F=\frac{x}{\dfrac{1}{K_1}+\dfrac{1}{z_2}}=\frac{K_1z_2}{K_1+z_2}x$$

式中：$z_2=MD^2+fD+K_2$

$$\therefore F=\frac{K_1(MD^2+fD+K_2)}{MD^2+fD+K_1+K_2}x$$

$$=(MD^2+fD+K_2)y$$

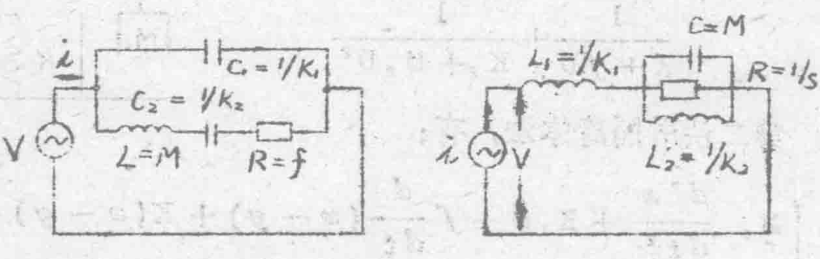
$$y=\frac{K_1}{MD^2+fD+K_1+K_2}x$$

(2) 用隔离体法:

则有: $\begin{cases} K_1x - K_1y = F \\ K_1x - (K_1 + K_2 + fD + MD^2)y = 0 \end{cases}$ 介之与上同。

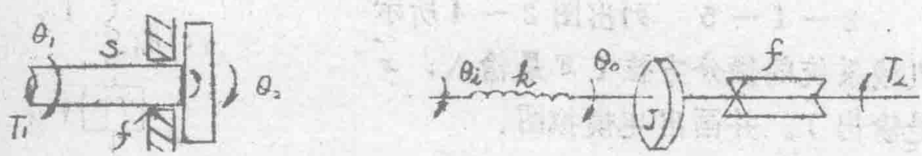
用力～电压相似性（ $V \sim F$， $i \sim Dx$ ）则有图（a）电模似图。

用力～电流相似性（ $i \sim F$， $V \sim Dx$ ）则有图（b）电模拟图。



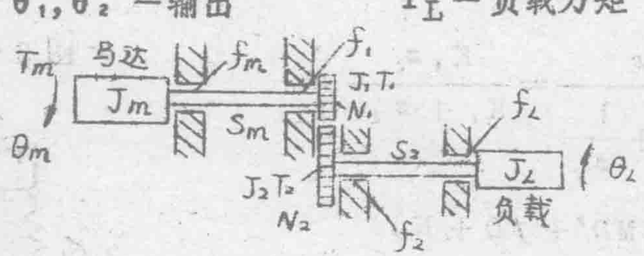
（a）　　　　　　　　（b）

2－1－6　列出图2－5所示系统的微分方程。



（a）　T_1 一输入，　　（b）　θ_i 一输入，θ_o 一输出，

θ_1，θ_2 一输出　　　T_L 一负载力矩



（c）

图2－5

〔解〕

（a）　$(\theta_1 - \theta_2)S = T_1$

此为试读，需要完整PDF请访问：www.ertongbook.com