

定 審 部 育 教

中學教師範學校用

民國新幾何學
教科書

日本物理學校畢業生秦沅
美國哈佛大學天算碩士秦汾
沅 汾 合編

上海商務印書館出版

教育審定批詞

國民新教科書

幾何學

是書理論

謹嚴始終

一貫足徵

著者學識

不同凡庸

圖說(138)

New Scientific Series:—Geometry

Approved by the Board of Education

Commercial Press, Ltd.

All rights reserved

中華民國三年七月初版

（民國新）
教科書幾何學一冊

（每冊定價大洋壹元叁角）
（外埠酌加運費滙費）

編纂者 嘉定秦 汾沉

發行者 商務印書館

印刷所 商務印書館

總發行所 商務印書館

分售處 商務印書館

此書有著作權翻印必究

中華民國三年七月廿二日稟部註冊八月廿一日領到文字第二百六十一號執照

四九六五白

編輯大意

是書依據教育部令編輯。專爲中學校、女子中學校及師範學校、女子師範學校之用。意在練習學生思想。使漸趨於嚴密。教者學者。均宜注意下列數端。

一。書中理論。務求正確。間有語似重複或文似疏漏者。然其似重複處。乃必需雙方說明。而其似疏漏處。乃直接據理推定者也。

二。本書緒論中所述論理學語數則。初學者或難領會。據編者經驗。初授是書時。祇述大要。而於第一編末復講之。復講時即引第一編中之定理以爲佐證。則學者自能融會貫通。若初講時即抱一〔必須人人領會〕之奢望。則必徒勞而無功矣。

三。本書比及比例之定義。較爲奇特。與學生在小學校所習之比例。頗有扞格之勢。非編者故以艱深文陋也。蓋比之性質。不因量之可以通約與否而異。而小學校所習之比例。則以可以通約者爲限。苟不明揭不可通約之量。而漫以可以通約者之性質授之。非但不能啓發學生之心思。實無異誘之以入歧途矣。編者於此。幾費躊躇。然

終守定理論正確之主義。不敢移易。如學生之學力必不能及。則不妨決然略去。而明示以理論上之缺陷。以俟後來之補習。

四. 本書爲簡便起見。時用代數之記號。然證明時仍須按圖申說。不可逕用代數之法運算。

五. 本書第二編作圖題較多。足以引起學生之興味。

六. 本書立體之部。似乎過略。然中等學生。得此已足。不必以多爲貴。

七. 吾國高等科學。尙多採用歐美書籍。故本書於重要名詞之後。皆註西文。後附索引。以資參考。

編者識

用 適 校 學 等 中

本 教 理 數 之 實 精 最

定 審 部 育 教

書 科 教 新 國 民

本書共計十種。專供中學校數學

自然兩種科目之用。編輯人均係

留學歐美之碩士學士。擷取最新

學說。參合本國材料。內容完善。編

制整齊。排印用大小兩號字。預備

教授時之伸縮。欲詳則兼講小字。

欲略則專講大字。尤爲特色。今列

編輯人姓名如左。

英國大學 格致科學士
愛丁堡 文藝科碩士

王兼善

英國大學 理科學士
格拉斯哥

丁文江

美國大學 理科學士
耶魯

徐善祥

美國大學 天算碩士
哈佛

秦汾

日本物理學校畢業生

秦沅

▲數理各科 都凡十種

▲材料豐富 條理明晰

物理學

王兼善 紙面一册 每册八角
布面一册 一元六角

化學

王兼善 一元六角

生理及衛生

王兼善 一元四角

植物學

王兼善 一元三角

動物學

丁文江 一元四角

礦物學

徐善祥 一元二角

算術

徐善祥 一元四角

代數

秦沅 一元

幾何

秦沅 一元三角

三角

秦汾 一元

▲各科術語

附註西文

▲數學各書

另刊答案

幾何學總目



(章)

(頁)

緒論	1—4
----------	-----

第一編 直線

定義及公理	5—6
-------------	-----

第一節 角	6—14
-------------	------

第二節 平行直線	14—16
----------------	-------

第三節 直界形	17—38
---------------	-------

第四節 平行四邊形	38—45
-----------------	-------

第五節 軌跡	45—53
--------------	-------

第二編 圓

第一節 基礎性質	55—59
----------------	-------

第二節 圓心角	59—61
---------------	-------

第三節 弦	61—63
-------------	-------

第四節	圓界角	69—74
第五節	切線	75—83
第六節	二圓之關係	84—88
第七節	內接及外接形	89—94
第八節	作圖法	95—124

第三編 面積

第一節	定理	125—146
第二節	作圖	147—158

第四編 比及比例

第一節	定義及緒論	159—166
第二節	定理	166—176

第五編 比例之應用

第一節	基礎定理	177—184
第二節	相似直界形	185—196
第三節	面積	197—208
第四節	軌跡及作圖	209—218

第六編 平面

- 第一節 平面與直線之平行..... 219—229
- 第二節 垂線..... 230—242
- 第三節 平面角及多面角..... 243—247
- 第四節 多面體..... 248—262

第七編 曲面形

- 第一節 球..... 263—277
- 第二節 圓壩及圓錐..... 278—282

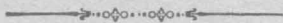
附 錄

- 量之計算..... 283—298
- 計算題..... 299—316

中西名詞索引

中學新教科書

幾何學



緒 論

幾何學者、研究物之形狀、大小、位置之學科也。

凡占有宇宙間位置者、皆爲物體。舍物之性質而論其形狀、大小、位置時、則名之曰 **立體** Solid。立體之界爲 **面** Surface。面之界爲 **線** Line。線之界爲 **點** Point。

幾何學所研究者、即體、面、及面上之圖形也。然面之最簡單者爲平面、故平面幾何學所研究者、即平面上之圖形。初等平面幾何學所研究者、以點直線、圓所成之圖形爲限。

幾何學爲推理之學科、故學幾何學者、於論理學之言語、當略知其一二。

以語言表示一事、曰 **命題** Proposition。

例如「中國爲亞洲最大之國」即一個命題也。

如僅曰「爲亞洲最大之國」則何國爲亞洲最大之國、其意未全、不能表示一事、即不得謂之命題。故所謂命題者、即一完全之語言也。

幾何學之命題其種類如下。

a. 表示一事物之特性、以別於他事物者、曰**定義** Definition。

b. 就吾人經驗所能確定、而據之以爲推理之基礎者、曰**公理** Axiom。

普 通 公 理

甲 全量大於其分。

乙 全量等於各分之和。

丙 等於同量之量互等。

丁 於等量上各加等量、其和亦等。

戊 於等量上各減等量、其差亦等。

己 於不等量上各加等量、其大者之方仍大。

庚 於不等量上各減等量、其大者之方仍大。

辛 等量之同倍亦等。

壬 等量之同分亦等。

c. 以既知之命題爲基礎、得證明其爲正確者、曰

定理 Theorem。

組成定理之二部、一曰**假設** Hypothesis。二曰**終結** Conclusion。

自假設之事物、用定義、公理、或既知之定理、以表終結之事物爲應有之結果者、曰**證** Proof。

定理之模範

若甲爲乙、則丙爲丁。 (1)

「甲爲乙」即假設、而「丙爲丁」乃終結也。

若此定理正確。則下列之定理亦必正確。即

若丙非丁、則甲非乙。 (2)

如(1)(2)之形者、互稱爲**對定理** Opposite theorem。

若將(1)之假設與終結交換。則得定理如下

若丙爲丁、則甲爲乙。 (3)

如(1)與(3)之形者、互稱爲**逆定理** Converse theorem。

若將(2)之假設及終結交換、則得定理如下

若甲非乙、則丙非丁。 (4)

如(1)與(4)之形者、互稱爲**倒定理** Contradictory。

然(3)與(4)亦爲對定理。故(3)爲正確、則(4)亦必正確。

由是可知此四者之中、(1)(2)爲一組、(3)(4)爲一組、此二組之中、各能證明其一、則其他二者、可無俟證明而知其爲正確矣。

互爲逆定理者、通常雖各自獨立、然若

(i)遍舉各種變化之狀況、成一羣之定理、無一不正確者、則此等定理之逆定理、亦莫不正確。

例如 甲大於乙、則丙大於丁。

甲小於乙、則丙小於丁。

甲等於乙、則丙等於丁。

然甲與乙大小之比較、限於此三種、苟此三者均爲正確、則其逆定理亦必正確。即

丙大於丁、則甲大於乙。

丙小於丁、則甲小於乙。

丙等於丁、則甲等於乙。

(ii)甲與乙各爲唯一之事物、則定理「甲爲乙」爲正確時、其逆定理「乙爲甲」亦必正確。

例如中國唯一、亞洲最大之國亦唯一、故「中國爲亞洲最大之國」爲正確、則其逆定理「亞洲最大之國爲中國」亦必正確。

d. 自定理直接推定者、曰系 Corollary。

第一編

直線

定義 1. 有位置而無長,廣,厚者,曰**點**。

定義 2. 有位置及長而無廣,厚者,曰**線**。線之界及二線之交處爲點。

定義 3. 有位置及長,廣而無厚者,曰**面**。面之界及二面之交處爲線。

定義 4. 有位置而長,廣,厚兼備者,曰**體**。體之界爲面。

定義 5. 取線中任何部分、任置於他部分上、令所取部分中之二點、落於所置之部分上、若二部分全合者、其線曰**直線** Straight line。

直線全體、其長無限。惟注目於其一部時、則名此部爲**有限直線** Segment of a straight line。

定義 6. 取面中任何二點、結以一直線、若其線全在面中、則名其面曰**平面** Plane。

定義 7. 體,面,線,點、及此等所集成者、曰**形** Fig-

ure。其在平面上者、曰**平面形** Plane figure。

幾何公理

公理 1. 凡形、得不變其度及狀而移其位置。

公理 2. 凡形之可使全合(重疊而相合)者除位置以外、無不相同。是曰**相等** Equal。

公理 3. 過二點得引一直線、惟其數限於一。

由是得斷定二事、如下

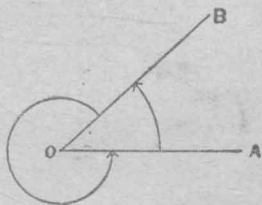
(A) 置一直線於他直線上、其線中任何一點、皆得使之合於他直線中之任何一點。

(B) 交於一點之二直線、若非全合者、不能有第二交點。

第一節 角

定義 8. 自一點引二直線、其形曰**平面角** Plane angle。(通例略稱曰角)。其記號爲 $\angle$ 。其點曰**頂點** Vertex。其二直線曰**邊** Side。

如圖、 O 爲頂點、 OA 、 OB 爲二邊。



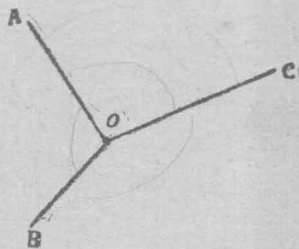
命其角、曰角 O 。或曰角 AOB 。其

記號爲 $\angle O$ 。或 $\angle AOB$ 。

但度 $\angle AOB$ 之大小、其法有二、卽一則自 OA 邊度至 OB 邊、一則自 OB 邊度至 OA 邊、故自一點引二直線、所成之角有二、此同頂點同邊之二角、曰**共軛角** Conjugate angle。其大者曰**優角** Major angle。小者曰**劣角** Minor angle。如圖自 OA 邊度至 OB 者、曰劣角。自 OB 邊度至 OA 邊者曰優角、通例所謂 OA, OB 所夾之角、皆指自 OA 至 OB 之角。

定義 9. 頂點及一邊俱爲二角所通用、則此二角互稱爲**倚角** Adjacent angles。其不通用之二邊曰**外邊** Exterior sides。二外邊所夾之角卽二倚角之和。

如圖 $\angle AOB$
與 $\angle AOC, \angle COA$
與 $\angle COB, \angle BOC$
與 $\angle BOA$ 、互爲
倚角。



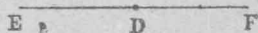
定義 10. 角之二邊成一直線且在頂點之兩側者、其角曰**平角** Straight angle。二共軛角相等、則各爲平角。

定理 1. 凡平角必相等。

設 $\angle CAB$ 與 $\angle FDE$ 俱爲平角

求證

$$\angle CAB = \angle FDE$$



證、置 BA 邊於 ED 邊上、得使 A 點合於 D 點。(公理 3A)

$\angle BAC$ 與 $\angle EDF$ 俱爲平角、故 AB 與 AC 二邊爲一直線。

DE 與 DF 二邊亦爲一直線。 (定義 10)

故 AC 邊亦必合於 DF 邊 (公理 3B)

故 $\angle BAC = \angle EDF$ (公理 2)

定義 11. 一直線爲外邊之二倚角相等、則名此二角曰**直角** Right angle。故直角等於平角之半。直角爲角之單位、以 $\angle R$ 表之。

系 1. 凡直角必相等。 (公理 1)

定義 12. 二直線所夾之角爲直角者、此二直線互稱爲**垂線** Perpendicular。

系 2. 於一直線內之一點、止能引其綫之一垂綫。 (公理 2)

定義 13. 小於直角之角、曰**銳角** Acute angle。