



国家级骨干教师 倾力钜献



中
学

教材 通解

国际全彩版

丛书主编：张洪涛

数学

九年级^上

团结出版社



国家级骨干教师 倾力钜献

丛书主编：张洪涛



教材 **中学**
通解

数学
九年级 **上**



团结出版社

图书在版编目 (C I P) 数据

中学教材通解：九年级数学·上册 / 张洪涛
主编. -- 北京：团结出版社，2013.3
ISBN 978-7-5126-1689-9

I. ①中... II. ①张... III. ①中学数学课 - 初中 - 教
学参考资料 IV. ①G634

中国版本图书馆CIP数据核字(2013)第053848号

中学教材通解·九年级数学·上册

出 版 团结出版社
(北京市东城区东皇城根南街84号 邮编：100006)
电 话 (010) 65228880 65244790 (传真)
网 址 WWW.TJPRESS.COM
E-MAIL 65244790@163.COM
经 销 全国新华书店
印 刷 北京信彩瑞禾印刷厂

开 本 710×1000 毫米 1/16
印 张 18
字 数 307 千字
版 次 2013年3月 第1版
印 次 2013年3月 第1次印刷

书 号 978-7-5126-1689-9/G.1211
定 价 29.80元

(版权所有，盗版必究)





中学

教材通解

ZHONGXUE JIAOCAITONGJIE

单元解读

着眼单元全局，
宏观解读主旨；
锁定课堂教学，
提炼学习精髓。

说新课

独创讲解漫画，
凸显奇思妙想；
展示新课内容，
激发学习兴趣。

新知精讲

设置典型题目，
帮助巩固知识；
点拨解题方法，
提高学习效率。

A E G D

第二十一章

二次根式

· 02

本章解读
BENZHANJIEXI

本章概述

2010年10月1日，举国欢庆的一天，中国人的“嫦娥”开始奔月了。这次“嫦娥二号”在普天同庆的国庆节发射，也是在告诉世界，中国越来越强大了！
“嫦娥二号”飞行器离开地球进入轨道要正常运行，其运行的速度

学法点拨

本章内容的重点是二次根式的意义、化简和二次根式的加减乘除运算，同类二次根式和最简二次根式的判断也是中考考查的重点。二次根式的意义及其性质与平方根和算术平方根

21.1 二次根式

说新课
TUSHUWANK

好羡慕你，你的思维，
连人环境也羡慕你！

可是，你心里自己不知道，
不是负数才有平方根呀！

新知精讲
XINZHILINGJIANG

基础讲解

知识点一 二次根式的概念

【知识讲解】

一般地，我们把形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式，“ $\sqrt{\quad}$ ”称为二次根号。

人之所以能，是相信能

《中学教材通解》系列丛书根据教育部最新教材编写，全国重点中学一线名师倾力打造。讲解全面，点拨通透。课前漫画导入，趣味横生，讲中通解教材，全面细致，学后总揽全局，高屋建瓴。是学生巩固课堂学习效果，提升学习能力、教师拓展教学思路，补充教学资源的得力助手。

新题演练

设置典型题目，
帮助巩固知识；
点拨解题方法，
提高学习效率。

知识梳理

借助网络图表，
提炼单元精髓；
梳理知识体系，
提升整体认知。

专题整理

结合课标要求，
分类划分专题；
体现内容关联，
完善知识结构。



新题演练

一、基础巩固

1. $\sqrt{3-a}$ 在实数范围内有意义，则 a 的取值范围

- A. $a \geq 3$ B. $a \leq 3$ C. $a \geq -3$ D. $a \leq -3$

答案

变式练习

1. < 点拨： $-\sqrt{5}$ 表示二次根式 $\sqrt{5}$ 的相反数，是一个负数，所以填“<”号。

章末总结

知识梳理

349-351

知识网络

二次根式	二次根式的概念	① $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)
	二次根式的性质	$\sqrt{a^2} = \begin{cases} a & (a \geq 0) \\ -a & (a < 0) \end{cases}$
		$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b}$ ($a \geq 0, b \geq 0$)
	二次根式的化简	② $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ ($a \geq 0, b > 0$)

最简二次根式：化简后的二次根式，被开方数不含 ③，并且被开方数中所有因式的幂的指数都小于 ④。

二次根式化简的方法：根据二次根式的意义、取值范围和性质进行化简和计算。

专题整理

349-351

专题讲座

专题一 二次根式的概念及其有意义的条件

1. 二次根式是形如 \sqrt{a} 的式子，其中 $a \geq 0$ 。





内容全 教材内容覆盖全面，规律方法总结全面，知识体系归纳全面，课内课外资料全面。一书在手，应有尽有。

信息全 密切联系实际，最新资讯、趣味资料、科普知识、生活常识贯穿全书，注重课内与课外、教学与生活的联系。与时俱进，时代感强。

体例新 以最新教材为蓝本，以教学进度为参考，包含了预习、课堂、课后、复习、考试的每个环节，对学生进行全过程、全方位指导，体例新颖、科学实用。

题型新 设计题型新，涵盖近年出现的创新题型、考试热点题型；设题材料新，融入当今热点话题；考查角度新，体现新课标的理念、新教材的特点、新教法的要求。

讲解细 逐字、逐词、逐课、逐章节，逐层深入；重点、难点、疑点、热点、易错点，点点通透。由表及里，由浅入深，细致讲解，详尽点评。

练习细 学到练到，考到讲到。抓住重点、突破难点，帮助学生学以致用，快速提升学习成绩。

分析透 从知识的认知到拓展、从规律的总结到运用都进行深入的分析，让学生不仅知其然，更知其所以然。

点拨透 全书立足教材，超越教材，从不同角度对知识进行全解全析、精准点拨，点思路、点疑难、点规律、点方法，讲解全面，点拨通透。

方法活 网络法、读图法、比较法、表格法、模拟法…方法多样，直观演示、讨论、实验、讲授、合作、探究等讲法并存。

形式活 讲解形式多种多样，漫画释义图文并茂，版面设计清新靓丽，印装精美潮流时尚。



CONTENTS

目录

第二十一章 二次根式

21.1 二次根式	(2)
21.2 二次根式的乘除	(11)
21.3 二次根式的加减	(25)
章末总结	(37)
章末测试	(45)

第二十二章 一元二次方程

22.1 一元二次方程	(50)
22.2 降次——解一元二次方程	(58)
22.3 实际问题与一元二次方程	(70)
章末总结	(81)
章末测试	(89)

第二十三章 旋转

23.1 图形的旋转	(95)
23.2 中心对称	(106)
23.3 课题学习 图案设计	(117)
章末总结	(126)
章末测试	(133)

CONTENTS

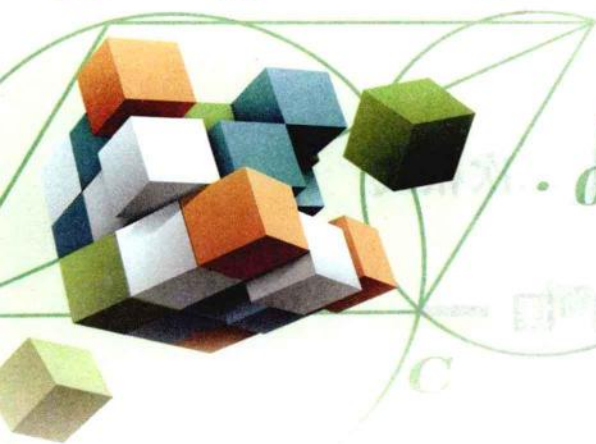


第二十四章 圆

24.1 圆	(141)
24.2 点、直线、圆和圆的位置关系	(154)
24.3 正多边形和圆	(172)
24.4 弧长和扇形面积	(181)
章末总结	(193)
章末测试	(201)

第二十五章 概率初步

25.1 随机事件与概率	(208)
25.2 用列举法求概率	(217)
25.3 用频率估计概率	(230)
章末总结	(243)
章末测试	(249)



第二十一章

二次根式

 本章解读
 BENZHANGJIEDU


本章概览

2010年10月1日,举国欢庆的一天,中国人的“嫦娥”开始奔月了.这次“嫦娥二号”在普天同庆的国庆日发射,也是在告诉世界,中国越来越强大了!

“嫦娥二号”飞行器离开地球进入轨道要正常运行,其运行的速度是有一定要求的,需要大于第一宇宙速度,而小于第二宇宙速度,其计算公式分

别为: $v_1 = \sqrt{gR}$ 、 $v_2 = \sqrt{2gR}$,其中 \sqrt{gR} 与 $\sqrt{2gR}$ 都是我们将要学习的二次根式.



学法点拨

本章内容的重点是二次根式的意义、化简和二次根式的加减乘除运算,同类二次根式和最简二次根式的判断也是中考考查的重点.二次根式的意义及其性质与平方根和算术平方根的意义类似,二次根式的加减:二次根式加减运算的实质就是合并被开方数相同的二次根式.方法与整式运算中的合并同类项类似.



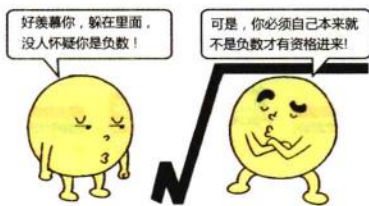


21.1

二次根式

图说新课

TUSHUOXINKE



课程目标

KECHENGMUBIAO

1. 记住理解二次根式的意义，代数式的意义。
2. 会确定被开方数中字母的取值范围。
3. 学会二次根式的三个性质： \sqrt{a} ($a \geq 0$) 是一个非负数， $(\sqrt{a})^2 = a$ ($a \geq 0$)， $\sqrt{a^2} = a$ ($a \geq 0$)，并进行二次根式的化简。

温故知新

WENGUZHIXIN

1. 平方根的定义：如果一个数的平方等于 a ，那么这个数就叫做 a 的平方根。
2. 平方根的性质：一个正数的平方根有两个且它们互为相反数；零只有一个平方根，还是零；负数没有平方根。
3. 算术平方根的定义：一个正数的正的平方根叫做算术平方根，0 的算术平方根是 0。

新知精讲

XINZHIJINGJIANG



基础讲解

知识点一 二次根式的概念

【知识详析】

一般地，我们把形如 \sqrt{a} ($a \geq 0$) 的式子叫做二次根式，“ $\sqrt{\quad}$ ”称为二次根号。





【拓展归纳】

①二次根式 \sqrt{a} ($a \geq 0$)表示非负数 a 的算术平方根。“ $\sqrt{\quad}$ ”的根指数为2,即“ $\sqrt{\quad}$ ”,一般省略根指数。

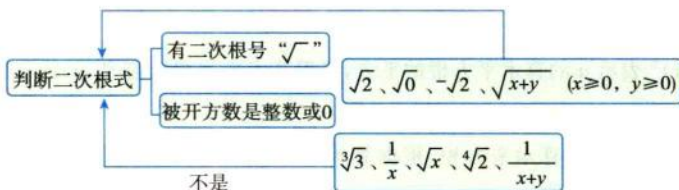
②式子 \sqrt{a} 只有在条件 $a \geq 0$ 时才叫二次根式.即 $a \geq 0$ 是 \sqrt{a} 为二次根式的前提条件.式子 $\sqrt{-2}$ 就不是二次根式,但式子 $\sqrt{(-2)^2}$ 却又是二次根式。

③ \sqrt{a} ($a \geq 0$)实际上就是非负数 a 的算术平方根,既可表示开方运算,也可表示运算的结果。

④ $\sqrt{4}$ 是二次根式,虽然 $\sqrt{4}=2$,但2不是二次根式.因此二次根式指的是某种式子的“外在形态”。

例1 下列代数式 $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt[3]{3}$ 、 $\frac{1}{x}$ 、 \sqrt{x} 、 $\sqrt{0}$ 、 $\sqrt[4]{2}$ 、 $-\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{x+y}$ ($x \geq 0, y \geq 0$)、 $\frac{1}{x+y}$ 是二次根式的有哪些?

解析



解:二次根式有: $\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{0}$ 、 $-\sqrt{2}$ 、 $\sqrt{x+y}$ ($x \geq 0, y \geq 0$)。

变式练习1

比较大小: $-\sqrt{5}$ _____ 0. (用“>”或“<”号填空)

知识点二 二次根式有意义的条件

【知识详析】

由二次根式的概念我们知道,被开方数 a 的取值范围是非负数,即 $a \geq 0$.二次根式 \sqrt{a} 有意义的条件是 $a \geq 0$.

【拓展归纳】

(1)二次根式存在必须保证其有意义,也就是说二次根式的被开方数是一个非负数作为一个隐含的条件存在。

(2)如果一个代数式符合二次根式的基本形式,但是不具备二次根式有意义的条件,就不是二次根式。

(3)一个代数式有意义的条件:分式有意义的条件是分式的分母不为零;二次根式有意义的条件是被开方数为非负数;由实际意义得到的代数式还要符合实际意义。





例 2 当 x 满足什么条件时, $\sqrt{3x-1}+\sqrt{x}$ 在实数范围内有意义?

解析 由二次根式有意义的条件可知, 被开方数大于或等于 0, 所以当 $3x-1 \geq 0$ 且 $x \geq 0$ 时, $\sqrt{3x-1}+\sqrt{x}$ 有意义.

解: 由 $3x-1 \geq 0$, 得 $x \geq \frac{1}{3}$;

又因为 $x \geq 0$, 所以, $x \geq \frac{1}{3}$.

所以, 当 $x \geq \frac{1}{3}$ 时, $\sqrt{3x-1}+\sqrt{x}$ 在实数范围内有意义.

变式练习 2

使式子 $\sqrt{m-2}$ 有意义的最小整数 m 是 _____.

知识点三 $(\sqrt{a})^2$ 与 $\sqrt{a^2}$ 的化简

【知识详析】

(1) 由于 $(\sqrt{a})^2$ 表示 a 的算术平方根的平方, 根据算术平方根的意义, a 是一个非负数, 所以 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$.

(2) 由于 $\sqrt{a^2}$ 表示 a^2 的算术平方根, 根据算术平方根的意义, a^2 的算术平方根是一个非负数, 因此我们就得到一个结论:

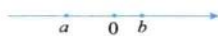
当 $a \geq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = a$; 当 $a \leq 0$ 时, $\sqrt{a^2} = -a$.

【拓展归纳】

根据二次根式结果的非负性以及 $\sqrt{a^2}$ 的性质也可以求字母的取值范围, 解题时正确的列出关于未知字母的不等式即可.

例 3 实数 a, b 在数轴上的位置如图所示, 且 $|a| > |b|$, 则化简 $\sqrt{a^2} - |a+b|$ 的结果为 ()

- A. $2a+b$ B. $-2a+b$ C. b D. $2a-b$



解析 根据实数 a, b 在数轴上的位置可知, $a < 0, a+b < 0$, 所以 $\sqrt{a^2} - |a+b| = -a + (a+b) = -a + a + b = b$. 故选 C.

答案 C

变式练习 3

如图, 实数 a, b 在数轴上的位置, 化简 $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2}$.



难点突破

$\sqrt{a} (a \geq 0)$ 是一个非负数.





当 $a > 0$ 时, \sqrt{a} 表示 a 的算术平方根, 因此 $\sqrt{a} > 0$; 当 $a = 0$ 时, \sqrt{a} 表示 0 的算术平方根, 因此 $\sqrt{a} = 0$, 这就是说, $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 是一个非负数.

(1) 二次根式 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 从被开方数的取值范围方面来说 a 取非负数; 从它的意义方面来说, 因为它表示非负数 a 的算术平方根, 所以其结果也是一个非负数.

(2) 若 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 0$, 则 $a = 0, b = 0$. 由于二次根式 \sqrt{a} 和 \sqrt{b} 都是非负数, 所以它们的值都为 0.

例 1 若 $\sqrt{a+1} + \sqrt{b-1} = 0$, 求 $a^{2012} + b^{2012}$ 的值.

解析 $\sqrt{a+1}$ 与 $\sqrt{b-1}$ 都是非负数, 且和为 0, 所以 $\sqrt{a+1} = 0$, 且 $\sqrt{b-1} = 0$, 即 $a = -1, b = 1$.

解 $\because \sqrt{a+1} \geq 0, \sqrt{b-1} \geq 0,$

又 $\because \sqrt{a+1} + \sqrt{b-1} = 0,$

$\therefore a+1=0, b-1=0, \therefore a=-1, b=1,$

\therefore 原式 $= (-1)^{2012} + 1^{2012} = 1 + 1 = 2.$

点评: 如果 $\sqrt{a} + \sqrt{b} = 0$, 则 $a = 0, b = 0$, 也就是说如果两个二次根式的和为 0, 则这两个二次根式的值都为 0, 即二次根式的被开方数都为 0.

变式练习 4

若 $|a-2| + \sqrt{b^2-3} = 0$, 则 $a^2 - b =$ _____.

例 2 如果 $y = \sqrt{2x-3} + \sqrt{3-2x} + 2$, 则 $2x + y =$ _____.

解析

$\sqrt{2x-3}$ 有意义	\rightarrow	$2x-3 \geq 0, x \geq \frac{3}{2}$	} $x = \frac{3}{2}$	} $2x + y = 5$
$\sqrt{3-2x}$ 有意义	\rightarrow	$3-2x \geq 0, x \leq \frac{3}{2}$		

答案 5

点评: \sqrt{a} 与 $\sqrt{-a}$ 同时有意义, 或两者在同一个代数式中, 则这两个二次根式的被开方数都为 0.

变式练习 5

已知 a, b 为实数, 且 $\sqrt{a-5} + 2\sqrt{10-2a} = b+4$, 求 a, b 的值.

应用提高

根据二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$ 和 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$ 进行有关计算:

(1) 正确理解 $\sqrt{a} (a \geq 0)$ 是一个非负数并且应用二次根式的性质: $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0), \sqrt{a^2} = a (a \geq 0), \sqrt{a^2} = -a (a \leq 0)$ 进行计算时, 应结合具体数据和算术平方根的意义理解这两个性质, 最后运用结论严谨解题.

(2) 解题时一定要注意字母的取值范围, 先确定字母的取值范围, 再正确选择计算的公式.



注意 $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 的区别与联系:

- ① 平方符号位置不同;
- ② 意义不同: $(\sqrt{a})^2$ 表示 a 的算术平方根的平方, $\sqrt{a^2}$ 表示 a 的平方的算术平方根;
- ③ 取值范围不同: 在 $(\sqrt{a})^2$ 中 $a \geq 0$, 在 $(\sqrt{a^2})$ 中, a 是全体实数;
- ④ 运算结果不同:
 $(\sqrt{a})^2 = a (a \geq 0)$, $(\sqrt{a^2}) = |a|$;
 ⑤ $\sqrt{a^2}$ 与 $(\sqrt{a})^2$ 都是非负数, 当 $a > 0$ 时, $\sqrt{a^2} = (\sqrt{a})^2$.

例 1 若 $a < 1$, 化简 $\sqrt{(a-1)^2} - 1$ 等于()

- A. $a-2$ B. $2-a$ C. a D. $-a$

解析 因为 $a < 1$, 所以 $\sqrt{(a-1)^2} - 1 = 1 - a - 1 = -a$. 故选 D.

答案 D

变式练习 6

已知 a 为负实数, 那么 $\sqrt{-a^2}$ 等于()

- A. a B. $-a$ C. -1 D. 0

例 2 先化简, 再求值: 当 $a=9$ 时, 求 $a + \sqrt{1-2a+a^2}$ 的值, 甲、乙两人的解答如下:

甲的解答为: 原式 $= a + \sqrt{(1-a)^2} = a + (1-a) = 1$;

乙的解答为: 原式 $= a + \sqrt{(1-a)^2} = a + (a-1) = 2a - 1 = 17$.

两种解答中, _____ 的解答是错误的, 错误的原因是 _____.

解析 要求出代数式 $a + \sqrt{1-2a+a^2}$ 的值, 必须先将被开方数变形为 $\sqrt{(1-a)^2}$, 然后再判断 $1-a$ 是正数还是负数, 从而根据公式 $\sqrt{a^2} = a$ 或 $\sqrt{a^2} = -a$ 进行化简并求值.

解: 甲, 当 $a=9$ 时, $1-a$ 是负数, $\sqrt{(1-a)^2} = a-1$.

点评: 二次根式 $\sqrt{1-2a+a^2}$ 的计算要先把被开方数化为完全平方的形式, 再根据字母 a 的取值范围求 $\sqrt{(1-a)^2}$ 的值, 当 $a \geq 1$ 时, $\sqrt{(1-a)^2} = a-1$; 当 $a < 1$ 时, $\sqrt{(1-a)^2} = 1-a$.

变式练习 7

小明的作业本上有以下几道题:

- ① $\sqrt{a^2} = a$; ② $a\sqrt{a} = \sqrt{a^3}$; ③ $(\sqrt{a})^2 = a$; ④ $-\sqrt{a^2} = -a$; ⑤ $\sqrt{a^3} = a\sqrt{a}$, 其中正确的是 _____, 错误的是 _____ (填序号), 并把错误的改正过来.



中考链接

例 1 使代数式 $\frac{\sqrt{x}}{2x-1}$ 有意义的 x 的取值范围是()

- A. $x \geq 0$ B. $x \neq \frac{1}{2}$
 C. $x \geq 0$ 且 $x \neq \frac{1}{2}$ D. $x > 0$ 且 $x \neq \frac{1}{2}$

解析 根据分式有意义的条件可得 $2x-1 \neq 0$, 根据二次根式有意义的条件可得 $x \geq 0$, 解出结果





即可.由题意得: $2x-1 \neq 0, x \geq 0$,解得: $x \geq 0$,且 $x \neq \frac{1}{2}$,故选:C.

答案 C

点评:此题主要考查了分式有意义的条件,二次根式有意义的条件,二次根式中的被开方数是非负数;分式有意义的条件是分母不等于零.

变式练习 8

代数式 $\frac{x}{\sqrt{2x-1}}$ 有意义的 x 的取值范围是()

- A. $x > \frac{1}{2}$ B. $x \geq \frac{1}{2}$ C. $x < \frac{1}{2}$ D. $x \neq \frac{1}{2}$

例 2 已知实数 x, y 满足 $|x-4| + \sqrt{y-8} = 0$,则以 x, y 的值为两边长的等腰三角形的周长是()

- A. 20 或 16 B. 20
C. 16 D. 以上答案均不对

解析 根据二次根式和绝对值的意义, $x-4 \geq 0$,且 $y-8 \geq 0$,根据两个非负数的和为 0,则这两个非负数均为 0 求解.

答案 B

点评:中考主要考查二次根式的非负性,通常与绝对值、平方的非负性结合出题,题型以选择、填空题为主.

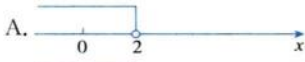
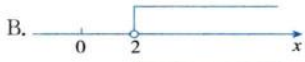
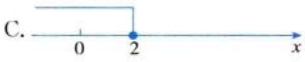
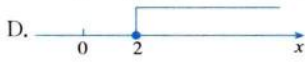
变式练习 9

已知 $(x-y+3)^2 + \sqrt{2-y} = 0$,则 $x+y = \underline{\hspace{2cm}}$.

新题演练

XINTIYANLIAN

一、基础巩固

- $\sqrt{3-a}$ 在实数范围内有意义,则 a 的取值范围 ()
A. $a \geq 3$ B. $a \leq 3$ C. $a \geq -3$ D. $a \leq -3$
- 已知 $|a-1| + \sqrt{7+b} = 0$,则 $a+b$ 等于 ()
A. -8 B. -6 C. 6 D. 8
- 函数 $y = \frac{2}{\sqrt{x-2}}$ 的自变量 x 的取值范围在数轴上可表示为 ()
A.  B. 
C.  D. 
- 若代数式 $\frac{\sqrt{x-3}}{x-m}$ 中, x 的取值范围是 $x \geq 3$ 且 $x \neq 5$,则 m 为 ()

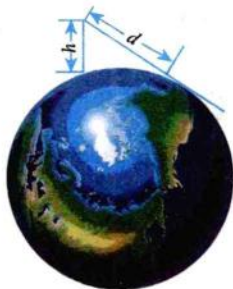




- A. $m > 4$ B. $m < 4$ C. $m = 5$ D. $m \leq 5$
5. 若 $\sqrt{(a-2)^2} = 2-a$, 则 a 的取值范围是 ()
 A. $a = 2$ B. $a > 2$ C. $a \geq 2$ D. $a \leq 2$
6. 下列函数中, 自变量 x 的取值范围是 $x \geq 3$ 的是 ()
 A. $y = \frac{1}{x-3}$ B. $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$ C. $y = x-3$ D. $y = \sqrt{x-3}$
7. 若 $\sqrt{x-2y+9}$ 与 $|x-y-3|$ 互为相反数, 则 $x+y$ 的值为 ()
 A. 3 B. 9 C. 12 D. 27

二、能力提升

8. 若 x, y 为实数, 且满足 $|x-3| + \sqrt{y-3} = 0$, 则 $\left(\frac{x}{y}\right)^{2012}$ 的值是_____.
9. 如果代数式 $\sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{ab}}$ 有意义, 那么直角坐标系中点 $A(a, b)$ 的位置在_____.
10. 若 $\sqrt{20n}$ 是整数, 则正整数 n 的最小值为_____.
11. 当 x 是多少时, $\sqrt{2x+3} + \frac{1}{x+1}$ 在实数范围内有意义?
12. “欲穷千里目, 更上一层楼,” 说的是登得高看得远, 如图, 若观测点的高度为 h , 观测者视线能达到的最远距离为 d , 则 $d = \sqrt{2hR}$, 其中 R 是地球半径(通常取 6 400 km). 小丽站在海边一块岩石上, 眼睛离海平面的高度 h 为 20 m, 她观测到远处一艘船刚露出海平面, 求此时 d 的值.
13. 同学们, 我们以前学过完全平方公式 $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$, 你一定熟练掌握了吧! 现在, 我们又学习了二次根式, 那么所有的正数(还有 0) 都可以看作是一个数的平方, 如 $3 = (\sqrt{3})^2$, $5 = (\sqrt{5})^2$, $(\sqrt{2}-1)^2 = (\sqrt{2})^2 - 2 \cdot 1 \cdot \sqrt{2} + 1^2 = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = 3 - 2\sqrt{2}$; 反之, $3 - 2\sqrt{2} = 2 - 2\sqrt{2} + 1 = (\sqrt{2}-1)^2$.
 $\therefore \sqrt{3-2\sqrt{2}} = \sqrt{2}-1$, 你会算 $\sqrt{4-\sqrt{12}}$ 吗?



答案

变式练习

1. < 点拨: $-\sqrt{5}$ 表示二次根式 $\sqrt{5}$ 的相反数, 是一个负数, 所以填“<”号.
2. 2 点拨: 二次根式 $\sqrt{m-2}$ 有意义的条件是 $m-2 \geq 0$, 故 $m \geq 2$, 所以最小整数 $m = 2$.
3. 解: 由实数 a, b 在数轴上的位置得, $a < 0, b > 0, a-b < 0$, $\sqrt{a^2} - \sqrt{b^2} - \sqrt{(a-b)^2} = -a - b - (b-a) = -a - b - b + a = -2b$.
 点拨: 数轴能够实现数与形的结合, 解决这类题目一般先从数轴上读出字母的取值范围, 再根据字母的取值范围借助二次根式的性质 $\sqrt{a^2} = |a|$, 化简二次根式.





4. $4+\sqrt{3}$ 或 $4-\sqrt{3}$

点拨: 一个数的绝对值和平方根都是非负数. 而两个非负数的和为 0, 则这两个数都为 0. 所以 $a=2, b=\sqrt{3}$, 或 $a=2, b=-\sqrt{3}$, 代入原式可求出 a^2-b 的值.

5. **解:** 根据题意得 $a-5 \geq 0$ 且 $10-2a \geq 0$, $\therefore a=5$. 把 $a=5$ 代入 $\sqrt{a-5}+2\sqrt{10-2a}=b+4$, 得 $b+4=0$, $\therefore b=-4$. $\therefore a=5, b=-4$.

点拨: $10-2a=2(5-a)$, 即 $\sqrt{a-5}$ 与 $\sqrt{2(5-a)}$ 同时有意义, 所以两者都为 0.

6. D **点拨:** $\sqrt{-a^2}$ 有意义的条件是 $-a^2 \geq 0$, 而 $a^2 \geq 0$, 所以 a 的值只能是 0. 本题也可以用排除法求解, 因为 a 为实数, 而 $\sqrt{-a^2}$ 的值只能是非负数, 根据这个结论可以排除选项 A、B、C. 所以选项 D 是正确的.

7. **解:** ②③⑤, ①④,

改正: ① $\sqrt{a^2} = |a|$, ④ $-\sqrt{a^2} = -|a|$.

点拨: $(\sqrt{a})^2 = a$, $\sqrt{a^2} = |a|$, 这两个二次根式的性质不能混淆, 应当根据字母的取值范围加以区分.

8. A **点拨:** 代数式 $\frac{x}{\sqrt{2x-1}}$ 有意义的条件是被开方数大于等于 0, 且分母不为 0, 所以 $2x-1 > 0$.

9. 1 **点拨:** 根据算术平方根, 偶次方的非负数的性质, 由 $(x-y+3)^2 + \sqrt{2-y} = 0$ 得

$$\begin{cases} x-y+3=0, \\ 2-y=0. \end{cases} \quad \text{解得} \begin{cases} x=-1, \\ y=2, \end{cases} \quad \therefore x+y=-1+2=1.$$

新题演练

1. B **点拨:** $\sqrt{3-a}$ 在实数范围内有意义的条件是 $3-a \geq 0$, 即 $a \leq 3$.

2. B **点拨:** 根据题意得, $a-1=0, 7+b=0$, 解得 $a=1, b=-7$, 所以, $a+b=1+(-7)=-6$. 故选 B.

3. B **点拨:** $y = \frac{2}{\sqrt{x-2}}$ 自变量的取值范围是 $x-2 > 0$, 所以 $x > 2$, 故选 B.

4. C **点拨:** 代数式 $\frac{\sqrt{x-3}}{x-m}$ 有意义的条件是 $x \geq 3$ 且 $x \neq m$, 又因为 $x \neq 5$, 所以 $m=5$.

5. D **点拨:** 因为 $\sqrt{(a-2)^2} = 2-a$, 所以 $2-a \geq 0$, 即 $a \leq 2$.

6. D **点拨:** A. $y = \frac{1}{x-3}$ 中, $x \neq 3$; B. $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$ 中, $x > 3$; C. $y = x-3$ 中, x 为任意实数;

D. $y = \sqrt{x-3}$ 中, $x \geq 3$.

