

· 专家讲座 · 方法解析 · 能力测试 · 专家讲座 · 方法解析 · 能力测试 ·

怎样答好 高考试卷



数 学

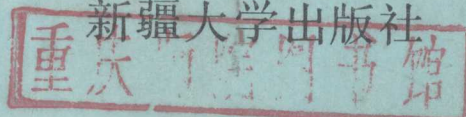
SHUXUE

主 编 薛新国

副主编 徐学远

高考研究与应试对策

新疆大学出版社



542245

高考研究与应试对策——

怎样答好高考试卷

· 数 学 ·



CS157084

G634.6

042

主 编 薛新国
副主编 徐学远
编 者 杜志恒 王宗元 谢一功 曾世威

新疆大学出版社

《高考研究与应试对策》丛书编委名单

顾问 刘 东
语文学科主编 张良杰
副主编 毛荣富 黄乃洋
数学学科主编 薛新国
副主编 徐学远
编 委 王宗元 杜志恒 谢一功 曾世威
英语学科主编 简远超
副主编 曹志霄 李明君
编 委 方虎全 何才先 张华娣
责任编辑 宋鸿忠 封面设计 凯瑞

高考研究与应试对策(数学)
怎样答好高考试卷
薛新国 主编

新疆大学出版社出版
(乌鲁木齐胜利路14号 邮编 830046)
新疆新华书店发行
新疆新华印刷三厂印刷

787×1092 1/16
11印张 276千字
1994年2月第1版 1994年2月第1次印刷
印数:0001—8000

ISBN 7-5631-0352-X/G·276 定价:5.50元

序 言

编写出版高质量的课外读物,是目前广大中小学生的迫切要求。新疆大学出版社聘请在中学从教多年、具有丰富教学经验的特级、高级教师,编写出版这套《怎样答好高考试卷(高考研究与应试对策)》丛书,就是适应普通高中毕业生参加升学考试需要的一种尝试。

普通高中是基础教育的最后阶段。普通高中毕业生在走出高中校门之前,首先面临的是高等学校的挑选。如何适应高等学校的挑选,除了思想品德和身体素质方面的准备外,很重要的是系统掌握所学的知识,准确地把握高考在知识方面的要求,答好高考试卷。编写《怎样答好高考试卷(高考研究与应试对策)》,正是为此而提供服务的。作者在撰写这套丛书时,认真研究分析了十多年来各地、各学科高考应试的答卷情况及其经验教训,运用方法论原理,从理论与实践的结合上,提出了解答各类试题的要领,这不仅使参加高考的考生获得一把“金钥匙”,而且对提高普通高中的教育教学质量也是大有好处的。

编写出版应试读物,似乎与中央所要求的转变教育思想,提倡“素质教育”的精神不大吻合。可是,在高考制度尚未进行根本性改革的今天,教给学生一些答题的方法,让学生考个好成绩,这与教练教给运动员如何掌握动作要领一样,是完全必要的。在一定意义上讲,这也是一种学法的培养。

《怎样答好高考试卷》只是给考生提供了答题的思路,而非提供包罗万象的答案,目的在于提高学生解答试题的能力,而非要学生在考试中投机取巧。我希望阅读这套丛书的同学们,要更多地注重方法的学习,且勿死记硬背。希望她能成为同学们学习上的良师益友。

刘 东

1993.12.8

目 录

第一部分 高考试题研究

一、历年高考命题方向探究	(1)
二、近 3 年高考试题的评价	(9)
(一)1991 年试题评价	(9)
(二)1992 年试题评价	(12)
(三)1993 年试题评价	(13)

第二部分 高考应试对策

一、高中数学总复习建议——知识与能力同步	(15)
二、怎样答好高考试卷	(18)
(一)迅速正确地解选择题	(18)
(二)如何解答填空题	(29)
(三)提高解答题的水平	(39)
1. 三角恒等变换和它的应用	(39)
2. 空间想象能力的培养	(45)
3. 怎样解数列题	(56)
4. 复数与复数法	(61)
5. 不等式的解法与证明	(66)
6. 两条曲线的位置关系	(69)
三、常见数学思想方法培养	(75)
(一)配方法	(75)
(二)待定系数法	(83)
(三)换元法	(90)
(四)反证法	(93)
(五)归纳、猜想、证明	(99)
(六)分类讨论	(103)
(七)数形结合	(109)
(八)函数与方程的思想	(112)
1. 方程思想的运用	(112)
2. 函数思想的运用	(114)
答案与提示	(116)

第三部分 1993 年全国高考数学试题、答案与评分标准

一、1993 年全国高考数学(理)试题、参考解答、评分标准	(136)
二、1993 年全国高考数学(文)试题、参考解答、评分标准	(142)
三、1993 年全国高考湖南、云南、海南及北京、贵州、湖北数学(理)试题、 参考解答、评分标准	(146)
四、1993 年全国高考湖南、云南、海南及北京、贵州、湖北数学(文)试题、 参考解答、评分标准	(155)
五、1993 年全国普通高等学校招生统一考试上海数学试题、参考解答、 评分标准	(160)
后 记	(169)

第一部分 高考试题研究

一、历年高考命题方向探究

高考是国家级的选拔性考试,它的主要目的是为高等学校选拔人才提供考生成绩,以便择优录取.另一方面,它对中学教学产生的评价、导向作用以及巨大影响也是不容置疑的.因此,研究高考命题的方向、思想、指导方针,不仅是高考复习的需要,也是提高中学教学质量的重要一环.

(一)16 年高考命题的演变

要预测未来高考命题方向,首先要了解、研究恢复高考 16 年来高考命题的情况与变化趋势.

1. 三个阶段

自 1978 年恢复高考以来,数学命题已经历了 16 个春秋,逐步向规范化、科学化方向发展,大致分为三个阶段:

(1)恢复阶段(1978—1982 年).这前 5 年的试题都是传统的解答、证明题,题量九个左右,文科满分都是 100 分,理科除 1981、1982 年为 120 分外,其余年份都是 100 分.

(2)发展阶段(1983—1990 年).这 8 年开始出现标准化试题:选择题与填空题.选择题 1983 年只有 5 个,每小题 2 分,以后逐年增加,最多到 15 个,每小题 3 分.1984 年开始出现填空题,5 个左右,8 年的变化趋势是标准化题型的数量逐渐增加,到 1990 年,题量已增加到 20 个,分值占整个试卷的 50%,总题量增加到 26 个.这一阶段的另一个特点是试题难度起伏很大,1984 年试题难度很大,引起了社会的巨大反响,而 1988 年试题又过于简单,不利于高校的选拔.这一切,已经引起了国家教委的重视.

(3)稳定阶段(1991—1993 年,这个阶段还在继续下去).其标志是 1991 年国家教委考试中心公布了《考试说明》,它意味着我国高考改革又迈出了新的一步.由于有了《考试说明》,使得命题有了法定依据.

从 1991 年起,高考试题难度有了明显的降低,受到了全国广大教师和考生的欢迎.这 3 年试题趋向稳定,标准化题型已占 60%,传统题型占 40%,题量又增加到 28 个.《考试说明》规定:“试卷总体难度在 0.55 左右”,以此为准,1991 年的试卷总体难度较为合适,预计近几年试卷总体难度将向 0.55 靠拢.由于命题手段和方式的限制,对试题难度的估计和控制还不可能做到十分准确,试卷难度有些小的波动也是正常的,但不会再大起大落.

2. 各科比例趋向稳定

经过多年的反复变化,数学各科在整个试卷中所占比例已趋向稳定:代数占 60%(含三角 20%弱),几何占 40%(其中立体几何占 20%弱,解析几何占 20%强).

如 1992 年(理)试卷中各科所占分值为:

代数 49 分,三角 22 分,立体几何 22 分,解析几何 27 分.基本上符合上述比例.

3. 题型结构由以传统题型为主逐步过渡到标准化题型占上风的方向发展

1978 年传统题型占 100%,以后逐年减弱,而标准化题型逐年增加,到 1993 年,选择题 18 个,填空题 6 个,标准化题型的分值已占 60%;传统题为 5 个,分值占 40%.

试卷的这种题型结构,将会持续维持一段时间.

4. 题量逐年增加,试题的知识覆盖面逐年增大

1978 年试题只有 7 个,1983 年增加到 15 个,1988 年又增加到 25 个,到了 1993 年,试题总量已达 29 个.

高中数学共 13 章,35 大节(指必修内容),合计共 120 小节,近几年高考试题所涉及的知识面基本上覆盖了必学的 120 小节的内容.

如按知识点划分,《考试说明》规定理工农医类有 128 个知识点,1992 年共 28 道题考查了 92 个知识点,覆盖率达 71.9%,其中函数、复数这两章的知识几乎都考了.

这就要求我们在复习时,绝不能放弃课本的任何一节.

5. 试题难度由起伏变化趋向稳定

先解释一下“难度”这一概念,国家教委考试中心将试题的难度 δ 定义如下:

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n \cdot p}$$

其中 x_i 为某个考生该题得分, n 为参加考试人数, p 为该题满分数,显然, $\delta \in [0, 1]$, 试题愈难, δ 愈小.

同样,试卷整体难度 = $\frac{\text{参加考试人员得分总和}}{\text{参加考试人员} \times \text{该卷满分数}}$

下面给出 1983—1993 年理科试卷整体难度变化图(图 1-1),就会使我们对这 11 年高考试题的难度变化趋势一目了然.

从图 1-1 可以看出,这 11 年中,多数年份试卷总体难度在 0.5~0.6 之间,这个难度比较合适,预计今后几年试卷总体难度也会在这个区间内摆动.

《考试说明》规定,试卷的难度构成是:

容易题:中等题:难题 = 3:5:2.

其中容易题的难度系数在 0.7 以上,中等题的难度系数在 0.4—0.7 之间,难题的难度系数在 0.2—0.4 之间.

在使用《说明》之前的若干年中,多数年份最后一题都偏难,以致造成多数考生放弃最后一题的不正常现象,但从使用《说明》的 1991 年开始,连续 3 年的最后一题,其难度明显地下降,使不正常的现象有所纠正.

6. 由最后一个压轴题把关到各层次多题把关

前些年,高考试题都是由最后一个压轴难题把关,但有时试题过难,如 1990 年(理)最后一题难度系数仅为 0.02,失去了把关作用,等于虚设.有些省、市、自治区几万或十几万考生中竟没有一个得满分的,在全国 200 多万考生中,得满分的也是极少数.

近几年来,选择题、填空题、解答题三个层次都有少量把关题,其中选择题有 2—3 个,填空题有 1—2 个,解答题有 1—2 个,例如难度控制比较理想的 1991 年,三个层次把关的状况如图 1-2 所示:

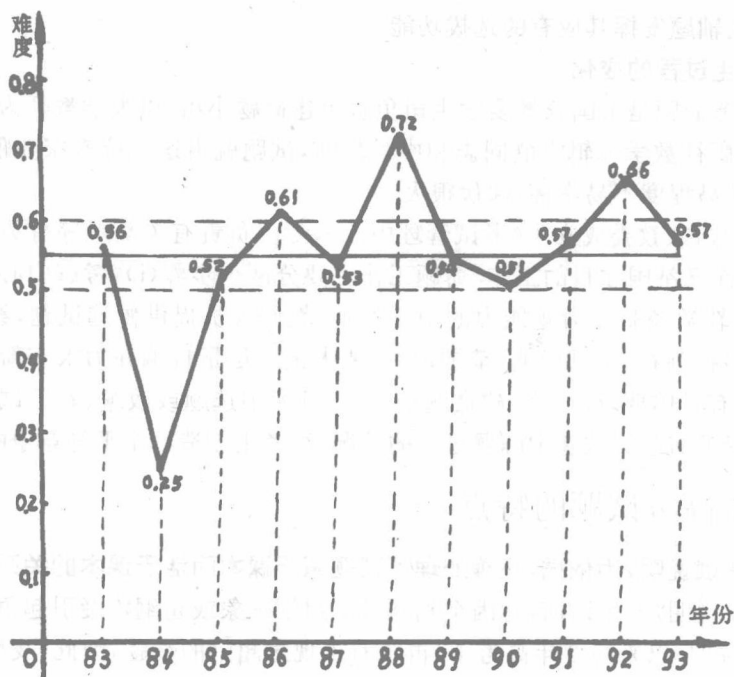


图 1-1

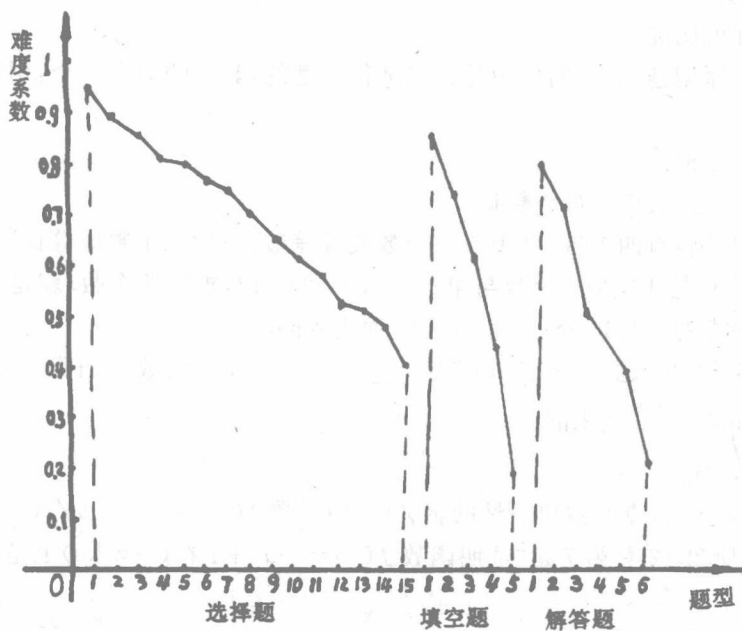


图 1-2

(注:以上序号不是指题号,而是按难度系数由大到小的排列号)

近3年最后一题难度有所降低,中等学生就可以作,对改变“放弃解答压轴题”的现状起到一定导向作用,使压轴题发挥其应有的选拔功能.

7. 高考试题产生过程的变化

前10年多,高考命题是由国家教委学生司负责组建命题小组,以大学教师为主,后来逐步增加了人民教育出版社数学编辑室的同志和中学教师,试题就由这几位专家在限定的短时间内完成,因而试卷难易程度不易掌握,起伏很大.

最近几年,由于国家教委成立了《考试管理中心》,专门负责有关高考等事宜,因而也包括命题这一神秘而又举国注目的工作.命题工作主要分两个步骤(i)《考试中心》聘请一些全国各地有丰富高中教学经验及命题能力的中学教师、教研人员提供候选试题,经筛选进入题库.除试题内容严格控制在《考试说明》范围内外,要求试题尽量自编并力求有新意,对试题难度、信度、区分度都有具体要求.(ii)组建命题小组,从题库中选题或改编、新编试题,拼成一套高考试卷.这就改变了前些年试卷中陈题过多的情况,给考生创造一个平等竞争的条件.

(二)近几年高考试题的特点

1. 坚持了以《考试说明》为依据,正确处理了试题源于课本而活于课本的关系

如果说在《考试说明》产生以前,常因个别题目有超纲现象或超纲嫌疑引起争议外,那么自1991年公布《考试说明》以来的3年高考中,再没有出现过超纲的试题,因此,我们在今后的高考复习中,应毫不动摇地按《考试说明》的要求组织复习教学.

高考试题源于课本,应理解为原型题与变形题两种.

原型题是指课本题原封不动地摆在高考试卷上,如1992年(理)(26)题,证明异面直线上两点的距离公式,这种情形在1984年(立体几何)、1986年(立体几何)、1987年(三角)、1988年(三角)试卷上都出现过.

高考出课本上原型题,其导向作用是大家都清楚的,其目的只有一个:引导学生认真学习课本.

变形题有以下几种:

(1)题目内容不变,仅变几个数据

如1990年(21)题:有四个数,其中前三个数成等差数列,后三个数成等比数列,并且第一个数与第四个数的和是16,第二个数与第三个数的和是12,求这四个数.就是将代数下册第128页第12题中的数据37、36分别改为16、12而得到的.

又如1992年第(20)题 $\sin 15^\circ \sin 75^\circ =$ _____,是代数上册第188页例3求证 $\sin 15^\circ \cdot \sin 30^\circ \cdot \sin 75^\circ = \frac{1}{8}$ 变来的.

(2)改变题目条件

如1991年(24)题“根据函数单调性的定义,证明函数 $f(x) = -x^3 + 1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数”是代数上册第42页第7题“证明函数 $f(x) = -x^3 + 1$ 在 $(-\infty, 0)$ 上是减函数”.改变定义域而得到的.

(3)将课本原题拔高而成

如1991年(20)题:在球面上有四个点 P, A, B, C ,如果 PA, PB, PC 两两互相垂直,且 $PA = PB = PC = a$,那么这个球面的面积是 _____.这是一道难度较大的填空题,它也是由

立体几何课本第110页练习2:已知球内接正方体棱长为4,求其体积.去掉一些不必要的线面,使题目变得更加灵活,加强了对空间想象力的考查.

(4)将课本原题引伸、推广、综合

这样的例子很多,如1993年理(28)[即文(29)]题:设复数 $z=\cos\theta+i\sin\theta(0<\theta<\pi)$, $\omega=\frac{1-(\bar{z})^4}{1+z^4}$,已知 $|\omega|=\frac{\sqrt{3}}{3}$, $\arg\omega<\frac{\pi}{2}$,求 θ .

据统计,1990年、1991年、1992年、1993年这4年理科高考试卷中直接选自课本或者将课本中的例题、习题改编成考题的试题的分数总值分别是36分、54分、83分、56分.

当然,高考题中更多的是活于课本的题,这些题目新颖,更加能够考查学生的能力,以便拉开考生的距离,这里就不再举例了.

2. 既突出了对基础知识、基本技能、基本方法的考查,又突出了对能力的考查

《考试说明》指出“数学科考试旨在测试中学数学基础知识、基本技能、基本方法,和运算能力、逻辑思维能力、空间想象能力,以及运用所学知识和方法,分析和解决问题的能力”.

近几年的高考试题坚持了突出考查“三基”的原则,如“复数”这部分容易膨胀的内容,在1991、1992、1993这3年的高考中,牢牢把握着了这一原则.1991年文、理(22)题:已知复数 $z=1+i$,求 $\frac{z^2+3z+6}{z+1}$ 的模和幅角主值.考查的是复数的基本概念和运算能力.1992年文(25)题:设 $z\in C$,解方程 $z-2|z|=-7+4i$.理(24)题:已知 $z\in C$,解方程 $z\cdot\bar{z}-3i\bar{z}=1+3i$,考查的都是复数相等的条件及解方程的知识,还有前面提到的1993年理(28)题,考查复数的基本概念和运算,三角函数式的恒等变形及综合解题能力.总之,考查的都是“复数”一章中最基础的知识,最基本的技能与方法.

中学数学中所见到的方法很多,但高考中特别重视的是中学数学的基本方法:配方法、换元法、待定系数法、反证法、数学归纳法和判别式法.这些都是数学教学中的通法,是高考考查的重点.如配方法,自1987年以来,年年考,数学归纳法在1989年、1990年、1993年都进行了考查,而一些特殊的方法与技巧,在高考中极少出现,复习中不必片面追求.

自1984年以来,高考命题坚持贯彻“出活题,考基础,考能力”的方针,运用活题加强对“三基”和“四能”的考查.活题是题目比较新颖,解法灵活,有一定难度的题,活题并不等于难题,更不是偏题、怪题.活题不仅出现在解答题中,近几年的选择题、填空题中有不少小、巧、活的题目.例如以1992年第(9)题“在四棱锥的四个侧面中,直角三角形最多可有几个”为代表的一批选择题,以1991年(理)(20)题“在球面上有四个点 P 、 A 、 B 、 C ,如果 PA 、 PB 、 PC 两两互相垂直,且 $PA=PB=PC=a$,那么这个球面的面积是多少”为代表的填空题.解答题中比较典型的是1989年(理)(23)题:是否存在常数 a 、 b 、 c 使得等式

$$1\cdot 2^2+2\cdot 3^2+\cdots+n(n+1)^2=\frac{n(n+1)}{12}(an^2+bn+c)$$

对一切自然数 n 都成立?并证明你的结论.

此题活在不是给出现成的结论让考生去证明,而是由学生自己探索,发现结论,然后再去证明.

关于运算能力,高考不仅重视考查准确性和熟练程度,而且对运算的合理性、完备性也提出了新要求.例如1993年全部29个试题中,文科除第(5)题(理科除(13)、(18)题)外,其余各题都需要一定的或较强的运算能力,不少考生普遍反映答题时间不够,就是运算能力不强的表

现. 又如 1991 年第(26)题是一道常规题, 不仅题意易于理解, 而且解题思路也十分正规, 但得满分的人数极少, 不少学习较好的考生花了近一个小时, 也未能得到最终的正确结果, 新疆的全部考生, 此题得满分(12)的只有 6 人, 而北京市的全部考生中, 得满分的也不足 10 人, 究其原因, 主要是本题运算量大, 要求考生有较强的运算能力和综合灵活地运用知识的能力, 因而在复习教学中, 要有计划、有目的地加强运算能力的培养.

空间想象能力是立体几何课要达到的主要教学目的. 每年高考试卷中总有一定数量的选择题、填空题及一道解答题来考查学生这一能力. 首先重视空间图形的位置关系的考查, 即要求学生具有空间观念水平的基础上, 能用图形来反映并能用数学语言或式子表达出空间形状及位置关系, 其次注意了观察、直觉思维能力和逻辑推理能力及论证与计算相结合的考查. 例如, 1991 年第(23)题, 考生若能认真分析题目的条件, 通过观察, 得出 BD 平行于平面 EFG , 则 BD 和平面 EFG 的距离就是点 B 到平面 EFG 的距离, 然后再去论证求解, 又如 1993 年第(26)题, 也是要求考生依据直觉思维得到 $A_1C_1 \parallel l$, 然后再去设法证明.

翻开历年高考试卷, 就会发现立体几何题多次考查垂直关系的转化和应用, 这是因为垂直关系纵可联系线线垂直、线面垂直、面面垂直, 横可联系线线平行、线面平行和面面平行等基础知识以及它们之间的联系, 而且通过改变图形的位置关系、图形的形状, 以及变换观察问题和思考问题的角度等来考查学生空间想象能力.

值得注意的是近几年立体几何试题的难度系数明显下降, 经抽样统计, 90 年理科试卷选择题的平均难度为 0.67, 而其中的立体几何试题的平均难度为 0.60; 填空题的平均难度为 0.49, 而其中立体几何试题的平均难度为 0.29. 91 年理科试卷中填空题的平均难度为 0.55, 而其中立体几何的第(18)题难度为 0.42, 第(20)题的难度仅为 0.18, 比该年“压轴题”第(26)题的难度 0.21 还低; 解答题第(21)、(22)、(23)、(24)题的难度依次为 0.71、0.78、0.49、0.62, 第(23)题立体几何题的得分率与前两题相比, 明显下降, 甚至还低于后面试题的得分率. 1992 年又出现了类似情况: 第(9)题立体几何的得分率 0.47 也低于最后一题(28)的得分率 0.51. 分析以上数据, 我们不能片面认定只是考生空间想象力差造成的, 要知道近几年的高考复习中, 师生们已经投入了大量精力与时间去提高空间想象能力. 立体几何试题难度偏大也是一个不容否认的事实. 笔者认为, 控制立体几何试题的难度, 应该是今后高考命题应该考虑的问题.

关于逻辑推理能力, 近几年的试卷一方面重视了逻辑推理的合理性和思维的深刻性、灵活性的考查. 如 89 年理(22)、90 年理(24)题重视对参数进行分类讨论, 近 4 年的立体几何题偏重于逻辑推理论证. 其目的之一就是考查考生思维的条理性和严密性. 二是加强了综合与分析, 猜想(推测)与证明, 特殊到一般, 具体到抽象的考查. 三是将证明与计算融为一体, 不少试题的解答, 既有计算, 又有论证, 论证中有运算, 运算又必须依靠论证, 如 1990 年理(23)题, 1993 年理(26)题.

其实, 逻辑思维能力不只限于立体几何题目才能考查, 在代数、三角、解析几何题目中, 都有大量的问题需要运用逻辑思维解决, 如 1991 年理(24)代数题, 1992 年(28)解析几何题.

3. 突出了考查数学思想

数学思想是处理数学问题的指导思想和基本策略, 是数学的灵魂, 它在培养人的素质方面有着比数学知识本身更加重要的作用. 因此, 近几年高考试题加强了这方面的考查, 下面列举几种常见的数学思想.

(1)化归思想

有了化归思想,就能把未知问题转化为已知问题,把复杂问题化归为简单问题,把非常规问题化归为常规问题,从而使问题得以解决.

如 1991 年理(23)题,求 B 点到平面 EFG 的距离,先转化为直线 BD 到平面 EFG 的距离,再进一步转化为底面对角线交点 O 到平面 EFG 的距离.于是问题就很容易解决了.不少考生巧妙地利用等积变换,使转化更为简捷.1992 年文(26)题,是一个求四棱锥体积的题,仍然可用上述转化思想,如果用割补法将四棱锥割补成两个等底同高或同底等高的三棱锥,问题就更简单了.又如 1993 年理(29)题是一个关于绝对值不等式的证明问题,如果转化为一元二次方程根的分布问题,用函数观点加以处理,问题就容易解决.1992 年理科试卷中用化归思想解的题目就更多了,如(1)、(2)、(3)、(4)、(8)、(13)、(14)、(16)、(20)、(25).

(2)形数结合思想

近几年来高考试题特别重视了形数结合思想的考查,1991 年理科试卷中有 4 个题目可用形数结合法来解,而 1992 年理科试卷中这样的题目就增加到 9 个:(3)、(6)、(7)、(9)、(10)、(12)、(13)、(14)、(15)、(17)、(22)、(27).采用这种思想方法解题往往能化难为易,甚至可以直接获得结果.

(3)分类讨论思想

涉及对参变量进行分类讨论的问题是考查分析问题解决问题能力的一个重要方面,因为这对培养学生思维的周密性、层次性有很大裨益.从 1989 年开始重视这种思想的考查,如理科(22)、(24)两大题都需要分类讨论.1990 年高考试卷对这方面的考查尤为突出,除了最后两大题(25)、(26)涉及到分类讨论外,第(24)题是一个在复数集内解方程的问题,解答此题是将复数方程先转化为解实数的二元方程组,需对几个变量进行分层次的讨论,由于变量多,讨论的层次多,对考生逻辑划分的要求很高,因而该题得分率较低,据全国抽样结果,得满分的仅占 2.9%,而有 20.1%的考生得了零分,得 0—2 分的考生占 38.6%.这些数据一方面说明约有 1/3 的考生几乎不会分类讨论,另一方面也说明该题对考生分类讨论的要求偏高,致使许多教师对 1990 年试题中过分的分类讨论要求提出异议,这也引起了高考命题组的注意,所以从 1991 年起,试卷对分类讨论的要求无论从数量上、质量上都有所降低.

还有像类比归纳与类比联想的思想、函数与方程的思想等,都是高考考查的重要方面.

4. 全面考查与重点突出相结合

近几年高考试卷采取增加小题型,多考点的办法,确保知识的覆盖面,《考试说明》规定理工农医类有 128 个知识点,其中代数 38 个,三角 19 个,立体几何 32 个,解析几何 39 个.近 9 年高考试题数及其涉及的知识点个数统计如下:

年 份	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993
试题个数	17	22	21	25	24	26	26	28	29
知识点个数	61	75	74	78	80	81	83	87	89

从上表可以看出,近 9 年高考试题的题目总数由 17 道增加到 29 道,由于题目逐年增多,因而考查的知识点也逐年增多.1993 年考查知识的覆盖率达到 70%.

下面我们再来看看高中数学各章的内容在近 9 年高考(理科)中所占分数统计表:

分 数 内 容	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	合计	占总 分%	顺序
函 数	21	20	8	19	20	15	16	21	15	155	14.35	1
三角函数	3	7	7	3	3	6	9	12	6	56	5.19	10
两角和与差的三角函数	3	10	10	14	9	11	6	8	4	75	6.94	7
反三角函数和三角方程	8	3	3	6	6	4	4	3	4	41	3.8	12
不等式	13	12	13	11	18	6	13	5	19	110	10.18	3
数列和数学归纳法	10	19	16	4	13	16	9	11	5	103	9.54	4
复 数	12	7	12	10	3	15	8	12	12	91	8.43	6
排列组合和二项式定理	7	6	8	6	7	7	5	4	9	59	5.46	9
直线和平面	15	13	11	7	10	10	15	11	6	98	9.07	5
多面体和旋转体	3	4	6	10	10	9	7	8	16	73	6.76	8
直 线	15	4	3	1	7	2	7	7	2	51	4.72	11
圆锥曲线	7	12	20	23	11	16	18	12	19	138	12.78	2
参数方程和极坐标	3	3	3	3	3	3	3	6	3	30	2.78	13

从表中可以看出,9年试卷中各章按分数之和由多到少前7位的顺序是:函数、圆锥曲线、不等式、数列、直线和平面、复数、两角和与差的三角函数.这七章就是高考的重点内容,它们在高考总分中占到71.3%,而课时数只占到58.04%,在直线和平面一章的考查中,主要突出线面间的垂直关系、三垂线定理、异面直线、二面角;解析几何主要考查解析几何的思想和方法,运动和变化的观点,形数结合的思想.

每年高考命题一般都把重点知识章节摆在大题位置,大题五至六道,前三道大题一般说来是单科综合题,一道是三角函数式的恒等变形及求值;一道是代数题,复数、数列、不等式的解法、函数有关性质等都有可能;还有一道是立体几何题,主要涉及直线和平面一章内容.后三道(或二道)大题中,有一道圆锥曲线的综合题,还有二道(或一道)是代数综合题,考查前面提到的代数的四章重点内容.1993年理科(28)、文科(29)是一道有关复数的综合题,由于用到三角恒等变形知识较多,故在单科综合题中就没有单设三角题.

5. 高考试题应体现数学的应用性

我国数学教学大纲中关于教学目的早有明文规定“……逐步形成运用数学知识来分析和解决实际问题的能力.”在新公布的9年制义务教育大纲中作了更具体的阐明:“要使学生受到把实际问题抽象成数学问题的训练,形成应用数学的意识.”因此高考应当按照教学大纲的要求,考查学生解应用题的意识和能力.

恢复高考的最初几年,对应用问题的考查是比较重视的,从1979年到1983年的试题中,

每年都有应用题,有些年份还不止一个.如1979年文科试卷共有8个大题,而其中就有3道应用题:第3题是关于酒精浓度问题,第5题是关于向外国船只发警告命令退出我海域的问题,第6题是美国物价增长问题.三道应用题的分值占总分的37%,可见对应用题的重视程度是相当高的.理科试卷也有上述的第5、6两道应用题.1980年到1983年的应用考题还有:工业增长问题,我国人口增长问题,篱笆围墙的最值问题,求旗杆高度问题等.但从1984年到1992年,由于受数学教学中脱离实际、轻视应用倾向的影响,高考试题再没有出现应用问题.这又反过来影响基础数学教育,使基础数学更加脱离生活,脱离未来的社会需要和国家的工农业生产建设.这么严重的后果引起了许多著名的数学教育专家的呼吁:数学高考能否出点应用题?1993年高考命题组又恢复了对应用问题的重视,填空题中出了两道应用题,改变了自1984年以来百分之百的纯数学考题的不正常现象.为了改变中国学生缺乏数学应用能力及创造性地运用数学知识的能力,对数学教育有较强导向作用的高考,今后一定会加强对数学应用问题的考查.当然,我们也应认识到改变考题形式需要时间,只能逐步地有计划地进行.

6. 探索性问题是今后高考的新热点

1993年高考试题的一个新特点是加强了对探索性问题的考查,如文科第(26)题是由考生观察题目给出的 S_1 至 S_4 的数据,推测出 S_n 的公式,然后再用数学归纳法证明.第(27)题的第(1)问是先让考生判定直线 A_1C_1 和 l 的位置关系,再加以证明.第(28)题求以 M 、 N 为焦点且过点 P 的椭圆方程,要考生自己设计坐标系.理科试卷也有上面两道几何题目.这不是无意的巧合,而是有意的考查.

美国心理学家布鲁纳曾经指出:“探索是教学的生命线”.勇于探索的精神是创造性思维的前提,可以说:没有探索,就没有创造,考查探索能力是为了满足未来社会对人材素质的需求.因而,今后高考中出现探索性问题也就是必然的了.

二、近3年高考试题的评价

(一)1991年试题评价

1991年是数学高考历史上非常重要的一年,《数学科考试说明》颁布实施.《考试说明》是指导考试的法定性文件,其作用相当于考试大纲,它规定了考试的目标和性质,考试的内容和能力要求,考试的方式和方法及试题示例.因此,《考试说明》既是命题的依据和指导原则,又是教师指导学生进行高考复习的依据.

1991年的数学试题努力贯彻《考试说明》的要求,做到了“两个有利”.

1. 试题内容明确限定在《考试说明》规定范围内,没有超纲现象

(1)各科比例基本上符合《考试说明》

各科比例如下:

	代 数	三 角	立 几	解 几
理 科	42.5%	16.7%	18.3%	22.5%
文 科	42.5%	16.7%	15.8%	25%

《考试说明》规定的是:代数约占60%(含三角),立体几何约占20%,解析几何约占20%.

(2) 题型比例稳定, 接近《考试说明》

	选 择 题	填 空 题	解 答 题
《考试说明》	35%	15%	50%
试 卷	37.5%	12.5%	50%

(3) 难度

1991 年试题难度有所降低, 明显低于 1990 年, 这是考试中心为扭转升学竞争加剧, 主动降低试题绝对难度的结果, 全卷起点较低, 入手不难, 每种题型由易到难排列形成坡度。

《考试说明》规定易、中、难试题的分值之比为 3 : 5 : 2, 每个题目的难度不应低于 0.2, 试卷总体难度在 0.55 左右。试卷实际难度接近《考试说明》, 除第(20)题(立几填空题)难度为 0.18, 压轴题第(26)题难度为 0.21 外, 其余各题难度都在 0.3 以上, 试卷总体难度理科为 0.57, 平均分 68.57 分, 比 1990 年的 61.37 分增加了 7.20 分; 文科难度为 0.55, 平均分 65.97, 比 1990 年的 56.39 分增加了 9.58 分。

选择题的难度为 0.69, 其中有 6 个不需计算, 通过分析就能得出结果, 其余 6 个运算量也不大, 填空题除(20)题外, 其余 4 个难度在 0.42—0.87 之间, 解答题难度也有明显降低, 特别是针对前几年试卷最后一题偏难, 得分率过低(1990 年仅 0.05)的情况, 较大幅度地降低了今年压轴题的难度, 该题是一道常规题, 上手容易, 中等生就可以作(当然得满分也是相当不容易的)。这对改变几年来形成的“放弃解答压轴题”的现状起到一定导向作用。

(4) 理科试题分析表

题 号	满 分	平均分	难 度	标准差	区分度	未答人数	零分人数
一	45	30.98	0.69	9.602	0.818	0	0
二	15	8.18	0.55	3.653	0.463	9	51
16	3	2.21	0.74	1.320	0.317	52	390
17	3	2.62	0.87	0.986	0.209	41	184
18	3	1.27	0.42	1.483	0.350	105	843
19	3	1.83	0.61	1.454	0.364	90	564
20	3	0.54	0.18	1.252	0.240	154	1152
三	60	29.41	0.49	12.423	0.569	21	6
21	8	5.70	0.71	2.885	0.458	15	94
22	8	6.27	0.78	2.496	0.358	12	52
23	10	4.89	0.49	4.124	0.457	38	402
24	10	1.23	0.62	2.686	0.316	8	40
25	12	4.58	0.38	3.938	0.467	121	319
26	12	2.53	0.21	2.165	0.335	107	275

理科标准差为 22.80,文科标准差为 22.40,说明考生分布的离散程度很好.文、理两卷各题的区分度除个别题外都达到 0.3 以上的合格水平,大多数题目达到 0.4 以上优秀水平,说明优劣考生被明显地区分开了.

2. 试卷遵循《考试说明》的要求,坚持考查基本数学方法

1991 年试卷着重考查的基本数学方法有:

(1)数形结合法.如理科第(8)题,求圆锥曲线 $P = \frac{16}{5-3\cos\theta}$ 的焦点的极坐标.如果画出图形,令 $\theta=0, \pi$ 即可求出 $2a$,进而确定椭圆中心,就可迅速判断出应试答案.这显然比其他方法简单,可以借助图形解的题目还有(2)、(5)、(6)、(7)、(13)、(14)等.

(2)分类讨论.理科第(25)题解不等式 $\frac{1-(-2)^n}{3}\log_a x > \frac{1-(-2)^n}{3}\log_a(x^2-a)$ 时,要对自然数 n 分奇数和偶数两种情况;文科第(25)题在解关于 x 的不等式 $a^{x^4-2x^2} > (\frac{1}{a})^{a^2}$ 时,需根据指数函数性质分 $0 < a < 1$ 和 $a > 1$ 两种情况分别求解.

(3)待定系数法.文、理科的最后一题要求考生求出圆锥曲线的方程,即求出标准方程中的 a, b .在解析几何中,当坐标系建立后,将几何图形转化为代数表达式,求曲线方程的问题就转化为代数方程或方程组求解问题.这两题都是先设出未知数 a, b ,通过直线与圆锥曲线相交,求出 a, b .这是数学运算中基本的方法,应当很好掌握.

(4)化归思想.理科第(15)题的解答,可通过如下的等价转化: $\{x|f(x) \cdot g(x)=0\} = \{x|f(x)=0\} \cup \{x|g(x)=0\} = \overline{M} \cup \overline{N}$.理科第(24)题证明 $f(x) = -x^3+1$ 在 $(-\infty, +\infty)$ 上是减函数,转化为证明不等式 $x_1^2+x_1x_2+x_2^2 > 0$.文、理第(25)题将指数不等式或对数不等式转化为代数不等式或不等式组求解.用到化归思想的还有理科第(23)题等.

1991 年试卷还考查了换元法、配方法等多种方法.

3. 试卷既保持了往年源于课本的特点,又富有新意

为了引导师生注重课本内容的教学,文理两套试卷继承了往年试题源于课本的特点,即有的直接选自课本或将课本的例、习题改编成考题.两套试卷近半数题目可以在课本中找到原型.如理科第(1)、(2)、(3)、(8)、(9)、(13)、(15)、(16)、(17)、(18)、(19)、(20)、(22)、(24)等题.最典型的是上面提到的理科第(24)题,就是将课本一个习题改变定义域得来的.这个题的选题思想就是考虑到了大学数学基础课程与中学数学教学的衔接,注意了在进一步学习后继课中所需知识和能力的检查.

试卷中出现了一些新颖的试题,如理科第(5)题(即文科第(6)题),函数 $y = \sin(2x + \frac{5\pi}{2})$ 的图象有无数条对称轴,但题目没有要求求出所有的对称轴方程,而是给出四条直线让考生选择.又如理科第(7)题(即文科第(8)题),要求考生能联想到 $a_2a_4 = a_3^2, a_4a_6 = a_5^2$,问题便迎刃而解.理科第(13)题(即文科第(14)题)虽然没有给出函数解析式,即同时考查了函数的奇偶性、单调性和最大、最小值.再如理科第(20)题的原型是球内接正方体的问题,理科第(23)题的原型是正方体内点面距离问题,但改编时由于去掉了一些不必要的线面,使题目“面目皆非”,富有新意.

总之,1991 年试题有效地降低了难度,且成功地控制了膨胀点.过去,教学大纲对有些内容要求不太明确,如集合和映射、周期函数、反三角函数、三角方程、数列、不等式、复数与向量、反证法、截面、展开图、多面体与旋转体的相接、相切问题、圆锥曲线的切线等没有明显的限制