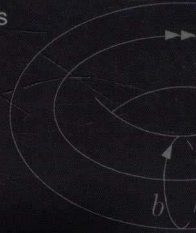


# The Shape of Inner Space

String Theory and the Geometry of the Universe's Hidden Dimensions

# 丘成桐談 空間的內在形狀

幾何、弦論和宇宙中隱藏起來的維度

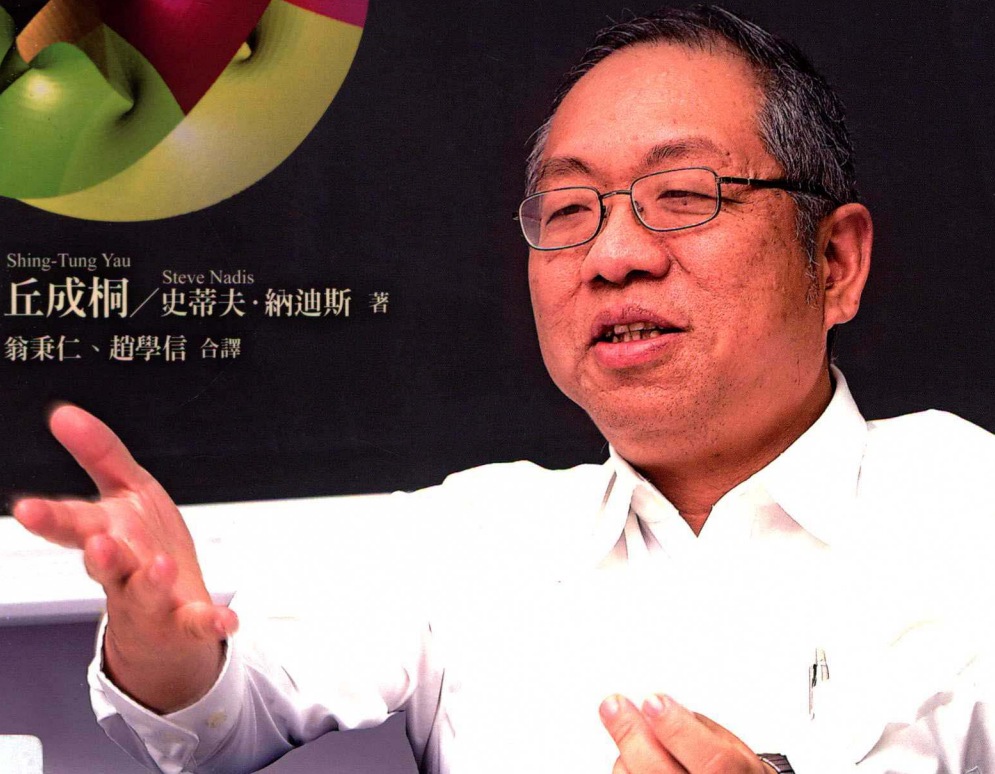


Shing-Tung Yau

Steve Nadis

丘成桐 / 史蒂夫·納迪斯 著

翁秉仁、趙學信 合譯



推薦】

朗 中央研究院院士

楊祖佑

美國加州大學聖塔芭芭拉校區校長  
中央研究院院士

劉炯朗

清華大學榮譽講座教授  
中央研究院院士

中央大學國語講座教授  
中央研究院院士

金耀基

前香港中文大學校長  
中央研究院院士

戴自海

香港科技大學高等研究院院長  
康乃爾大學講座教授

高涌泉

台大物理系  
教授

39 大眾科學館



# 丘成桐談 空間的內在形狀

## The Shape of Inner Space

String Theory and the Geometry of the Universe's Hidden Dimensions

丘成桐 (Shing-Tung Yau) · 史蒂夫 · 納迪斯 (Steve Nadis) 著

翁秉仁、趙學信 合譯

大眾科學館



The Shape of Inner Space: String Theory and the Geometry of the Universe's Hidden Dimensions  
Copyright © 2010 by Shing-Tung Yau and Steve Nadis  
Chinese Translation copyright © 2012 by Yuan-Liou Publishing Co., Ltd.  
(through arrangement with Brockman, Inc.)  
ALL RIGHTS RESERVED

# 丘成桐談空間的內在形狀

## 幾何、弦論和宇宙中隱藏起來的維度

作者 / 丘成桐 (Shing-Tung Yau)、史蒂夫·納迪斯 (Steve Nadis)

譯者 / 翁秉仁、趙學信

編輯協力 / 呂曼文、陳懿文

封面、內頁設計 / 唐壽南

企劃經理 / 金多誠

科學叢書總編輯 / 吳程遠

出版一部總編輯暨總監 / 王明雪

發行人 / 王榮文

出版發行 / 遠流出版事業股份有限公司

臺北市 100 南昌路二段 81 號 6 樓

郵撥 / 0189456-1

電話 / 2392-6899 傳真 / 2392-6658

法律顧問 / 董安丹律師

著作權顧問 / 蕭雄淋律師

2012 年 9 月 1 日 初版一刷

2012 年 10 月 25 日 初版二刷

行政院新聞局局版臺業字第 1295 號

新台幣售價 / 480 元 (缺頁或破損的書, 請寄回更換)

有著作權·侵害必究 Printed in Taiwan

ISBN 978-957-32-7043-0

YLIB 遠流博識網

<http://www.ylib.com> E-mail: [ylib@ylib.com](mailto:ylib@ylib.com)

國家圖書館出版品預行編目資料

丘成桐談空間的內在形狀 / 丘成桐 (Shing-Tung Yau)、史蒂夫·納迪斯 (Steve Nadis) 著; 翁秉仁、趙學信譯。-- 初版。-- 臺北市: 遠流, 2012.09

面; 公分。-- (大眾科學館; 39)

譯自: The Shape of Inner Space: String Theory and the Geometry of the Universe's Hidden Dimensions

ISBN 978-957-32-7043-0 (平裝)

1. 幾何

316

101015813

# 丘成桐談 空間的內在形狀

## 目錄

- 推薦文 心腦交會的時空行者 / 曾志朗 6  
看到萬事萬物之間的深層關聯 / 劉炯朗 10  
跟著丘教授了解幾何，了解宇宙 / 楊祖佑 13  
透過人文情懷與素養，展現美妙的數學世界 / 金耀基 14  
一段精彩的科學探索之旅 / 戴自海 16  
宇宙·拓樸·十維琴 / 黃鐸 18  
要了解自然，不能不用上幾何 / 高涌泉 19  
譯後序 對曲撫弦好時光 / 翁秉仁 22

## 時空統一頌 33

中文版序 希望年輕人能理解數學之美，以及我做學問的精神 34

英文版序 數學，是一場波瀾壯闊的冒險！ 37

## 序 曲 從柏拉圖到宇宙未來的形貌 47

在偉大的前科學時代，柏拉圖就指出，我們所見的世界，只是這個不可見幾何形體的反映罷了。這個觀念深得我心，也和我最知名的數學證明緊密相關。

## 第 1 章 想像邊緣的宇宙 51

對數學家而言，維度指的是一種「自由度」，也就是在空間中運動的獨立程度。在我們頭上飛來飛去的蒼蠅可以向任何方向自由移動，只要沒有碰到障礙，它就擁有三個自由度。但維度是不是就只有那麼多？

## 第 2 章 自然秩序中的幾何 69

因為你瞧，這整齣宇宙大戲——粒子、原子、星辰和其他物質的複雜舞蹈，不斷地游移、運動與交互作用——都是同一座舞台上演出，或可說，在一個「空間」之內上演。如果不能掌握空間的詳細特徵，便不能真正理解這齣戲。

## 第 3 章 打造數學新利器 93

幾何學發展至今，儘管有著豐富的歷史和輝煌的成就，但我們切莫忘記，幾何學仍是一個不斷演變、日新又新的領域，它的進展腳步未曾稍歇。最近幾何學的一項重大演變，是「幾何分析」。

## 第 4 章 美到難以置信：卡拉比猜想 135

卡拉比猜想對於幾何分析及我個人影響都極為深遠。卡拉比的問題密切聯繫到愛因斯坦的廣義相對論：假如我們的宇宙全無任何物質，它還會有重力嗎？如果卡拉比是對的，曲率可以讓空無一物的空間仍然有重力。

## 第 5 章 證明卡拉比（是對？是錯？） 163

每當我以為終於把證明搞定時，論證總會在最後一刻崩潰，一次又一次重演，令人益發沮喪。兩週的煎熬下來，我判斷必定是我的推理出了差錯。唯一的辦法是更弦易轍，改從反方向進攻。

## 第 6 章 弦論的 DNA 183

弦論必須是十維的理由十分複雜，主要的想法大致如下：維度愈大，弦可以震動的方式就愈多。但為了製造出宇宙中的所有可能性，弦論不只需要大數目的可能震動模式，而且這個數目還必須是特定的數，結果這個數只有十維時空才辦得到。

## 第 7 章 穿越魔鏡 217

事後證明，這是鏡對稱的重要時刻。許多本來認為鏡對稱是垃圾的數學家，開始意識到終究還是能從物理學家那裡學點東西。數學家莫理森就是很好的例子，他在柏克萊會議時是最直言不諱的批評者，但後來想法完全改變，不久之後就完成許多鏡對稱、弦論、卡拉比-丘流形拓撲轉換等的重大貢獻。

## 第 8 章 時空中的扭纏 251

用兩種截然不同的方式計算熵，竟然得到相符的結果，這固然值得高興，但是從另一個角度來說，卻也很令人驚訝。布朗大學物理學家西蒙斯說：「沒想到回答這個問題的關鍵步驟，是去計數卡拉比-丘空間中的數學物件。」

## 第 9 章 回歸現實世界 269

物理學的標準模型是有史以來最成功的理論之一，其中描述了各種物質粒子，以及在這些粒子間來來去去的介子。不過就描述大自然的理論來看，它在某些方面還是有所欠缺。弦論學者則希望能夠提供這樣的數學解釋，但標準模型談的不只是作用力而已，因為它是粒子物理學的理论，弦論當然也要描述粒子的性質，因此問題是如何將卡拉比-丘流形和粒子整合在一起。

## 第 10 章 超越卡拉比丘 299

儘管我偏愛卡拉比-丘流形，而且此情在過去三十餘年有增無減。但是對於這個課題，我仍然會保持開放的心態。如果最終對弦論來說，非凱勒流形的價值大於卡拉比-丘流形，我也能欣然接受。

## 第 11 章 宇宙解體（想知道又不敢問的世界末日問題） 329

雖然沒有人真的知道最終會發生什麼事，不過一般同意，目前宇宙的狀態無法永存，某種真空衰變終究會出現。縱然六維空間的終結可能關係到宇宙的終結，但是這方面的研究勢必得踏進未知之地！

## 第 12 章 尋找隱藏維度的空間 347

但是，要從哪裡開始呢？是透過望遠鏡觀測？還是讓粒子以相對論速度互相撞擊，再從殘渣碎屑中篩檢出線索？這些是目前炙手可熱的研究，所謂的弦論現象學已成為理論物理學蓬勃發展的領域。

## 第 13 章 數學·真·美 371

確實，人們一次又一次的發現，數學概念如果滿足簡潔、優美的標準，通常最後也能夠應用於大自然。為什麼會如此，依舊是一個謎。其中的神祕之處在於，為什麼與自然世界沒有明顯關聯的純數學結構，能夠這麼精確的描述這個世界。

## 第 14 章 幾何的終結？ 391

現在的幾何學也正迫近這個非常類似的情境。古典黎曼幾何已經無法描述量子層次的物理學，因此需要尋求一種新幾何學，一種同時適用於魔術方塊和普朗克長度弦的推廣理論。問題是如何實踐這個想法，就某種程度而言，我們是在黑暗中摸索。

## 後 記 每天吃個甜甜圈，想想卡拉比 - 丘流形 407

最近，韋頓曾經與史聰閔格在普林斯頓見面。當時他沉思之後說：「在二十多年前，誰會想到在卡拉比 - 丘流形上研究弦論會這麼有趣。我們挖掘得愈深，就學得愈多，因為卡拉比 - 丘流形是非常豐富又核心的構造。」

## 終 曲 進入聖堂，必備幾何 413

根據傳說，柏拉圖在學院入口的大門上，銘刻著下面這句話：不識幾何者，不能入此學園。如果要在我的哈佛研究室門口，也掛上一塊標誌的話，我會將文字修改成「不識幾何者，不能出此門。」

## 龐卡萊之夢 417

### 附錄 1 了解三個重要概念：空間、維度、曲率 421

### 附錄 2 名詞解釋 428

### 附錄 3 原文注釋 443

39 大眾科學館



# 丘成桐談 空間的內在形狀

## The Shape of Inner Space

String Theory and the Geometry of the Universe's Hidden Dimensions

丘成桐 (Shing-Tung Yau) · 史蒂夫 · 納迪斯 (Steve Nadis) 著

翁秉仁、趙學信 合譯



# 丘成桐談 空間的內在形狀

## 目錄

- 推薦文 心腦交會的時空行者 / 曾志朗 6  
看到萬事萬物之間的深層關聯 / 劉炯朗 10  
跟著丘教授了解幾何，了解宇宙 / 楊祖佑 13  
透過人文情懷與素養，展現美妙的數學世界 / 金耀基 14  
一段精彩的科學探索之旅 / 戴自海 16  
宇宙·拓樸·十維琴 / 黃鐸 18  
要了解自然，不能不用上幾何 / 高涌泉 19  
譯後序 對曲撫弦好時光 / 翁秉仁 22

## 時空統一頌 33

中文版序 希望年輕人能理解數學之美，以及我做學問的精神 34

英文版序 數學，是一場波瀾壯闊的冒險！ 37

## 序 曲 從柏拉圖到宇宙未來的形貌 47

在偉大的前科學時代，柏拉圖就指出，我們所見的世界，只是這個不可見幾何形體的反映罷了。這個觀念深得我心，也和我最知名的數學證明緊密相關。

## 第1章 想像邊緣的宇宙 51

對數學家而言，維度指的是一種「自由度」，也就是在空間中運動的獨立程度。在我們頭上飛來飛去的蒼蠅可以向任何方向自由移動，只要沒有碰到障礙，它就擁有三個自由度。但維度是不是就只有那麼多？

## 第 2 章 自然秩序中的幾何 69

因為你瞧，這整齣宇宙大戲——粒子、原子、星辰和其他物質的複雜舞蹈，不斷地游移、運動與交互作用——都是同一座舞台上演出，或可說，在一個「空間」之內上演。如果不能掌握空間的詳細特徵，便不能真正理解這齣戲。

## 第 3 章 打造數學新利器 93

幾何學發展至今，儘管有著豐富的歷史和輝煌的成就，但我們切莫忘記，幾何學仍是一個不斷演變、日新又新的領域，它的進展腳步未曾稍歇。最近幾何學的一項重大演變，是「幾何分析」。

## 第 4 章 美到難以置信：卡拉比猜想 135

卡拉比猜想對於幾何分析及我個人影響都極為深遠。卡拉比的問題密切聯繫到愛因斯坦的廣義相對論：假如我們的宇宙全無任何物質，它還會有重力嗎？如果卡拉比是對的，曲率可以讓空無一物的空間仍然有重力。

## 第 5 章 證明卡拉比（是對？是錯？） 163

每當我以為終於把證明搞定時，論證總會在最後一刻崩潰，一次又一次重演，令人益發沮喪。兩週的煎熬下來，我判斷必定是我的推理出了差錯。唯一的辦法是更弦易轍，改從反方向進攻。

## 第 6 章 弦論的 DNA 183

弦論必須是十維的理由十分複雜，主要的想法大致如下：維度愈大，弦可以震動的方式就愈多。但為了製造出宇宙中的所有可能性，弦論不只需要大數目的可能震動模式，而且這個數目還必須是特定的數，結果這個數只有十維時空才辦得到。

## 第 7 章 穿越魔鏡 217

事後證明，這是鏡對稱的重要時刻。許多本來認為鏡對稱是垃圾的數學家，開始意識到終究還是能從物理學家那裡學點東西。數學家莫理森就是很好的例子，他在柏克萊會議時是最直言不諱的批評者，但後來想法完全改變，不久之後就完成許多鏡對稱、弦論、卡拉比-丘流形拓撲轉換等的重大貢獻。

## 第 8 章 時空中的扭纏 251

用兩種截然不同的方式計算熵，竟然得到相符的結果，這固然值得高興，但是從另一個角度來說，卻也很令人驚訝。布朗大學物理學家西蒙斯說：「沒想到回答這個問題的關鍵步驟，是去計數卡拉比-丘空間中的數學物件。」

## 第 9 章 回歸現實世界 269

物理學的標準模型是有史以來最成功的理論之一，其中描述了各種物質粒子，以及在這些粒子間來來去去的介子。不過就描述大自然的理論來看，它在某些方面還是有所欠缺。弦論學者則希望能夠提供這樣的數學解釋，但標準模型談的不只是作用力而已，因為它是粒子物理學的理论，弦論當然也要描述粒子的性質，因此問題是如何將卡拉比-丘流形和粒子整合在一起。

## 第 10 章 超越卡拉比丘 299

儘管我偏愛卡拉比-丘流形，而且此情在過去三十餘年有增無減。但是對於這個課題，我仍然會保持開放的心態。如果最終對弦論來說，非凱勒流形的價值大於卡拉比-丘流形，我也能欣然接受。

## 第 11 章 宇宙解體（想知道又不敢問的世界末日問題） 329

雖然沒有人真的知道最終會發生什麼事，不過一般同意，目前宇宙的狀態無法永存，某種真空衰變終究會出現。縱然六維空間的終結可能關係到宇宙的終結，但是這方面的研究勢必得踏進未知之地！

## 第 12 章 尋找隱藏維度的空間 347

但是，要從哪裡開始呢？是透過望遠鏡觀測？還是讓粒子以相對論速度互相撞擊，再從殘渣碎屑中篩檢出線索？這些是目前炙手可熱的研究，所謂的弦論現象學已成為理論物理學蓬勃發展的領域。

## 第 13 章 數學·真·美 371

確實，人們一次又一次的發現，數學概念如果滿足簡潔、優美的標準，通常最後也能夠應用於大自然。為什麼會如此，依舊是一個謎。其中的神祕之處在於，為什麼與自然世界沒有明顯關聯的純數學結構，能夠這麼精確的描述這個世界。

## 第 14 章 幾何的終結？ 391

現在的幾何學也正迫近這個非常類似的情境。古典黎曼幾何已經無法描述量子層次的物理學，因此需要尋求一種新幾何學，一種同時適用於魔術方塊和普朗克長度弦的推廣理論。問題是如何實踐這個想法，就某種程度而言，我們是在黑暗中摸索。

## 後記 每天吃個甜甜圈，想想卡拉比-丘流形 407

最近，韋頓曾經與史聰閔格在普林斯頓見面。當時他沉思之後說：「在二十多年前，誰會想到在卡拉比-丘流形上研究弦論會這麼有趣。我們挖掘得愈深，就學得愈多，因為卡拉比-丘流形是非常豐富又核心的構造。」

## 終曲 進入聖堂，必備幾何 413

根據傳說，柏拉圖在學院入口的大門上，銘刻著下面這句話：不識幾何者，不能入此學園。如果要在哈佛研究室門口，也掛上一塊標誌的話，我會將文字修改成「不識幾何者，不能出此門。」

## 龐卡萊之夢 417

### 附錄 1 了解三個重要概念：空間、維度、曲率 421

### 附錄 2 名詞解釋 428

### 附錄 3 原文注釋 443

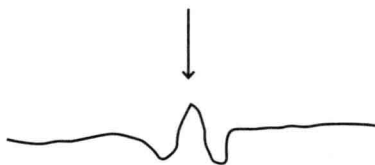
推薦文

## 心腦交會的時空行者

曾志朗

我真希望在三十年前，當我全力發展人類大腦如何處理時間訊息的理論模式時，就讀到《丘成桐談空間的內在形狀》這一章章使我感動、時時讓我頓悟和會心的「數學」啓示錄。我會這麼說，是我們這些在早期聯考制度下的乙組（當年的人文、社會科系）生，進了大學後就和數學絕緣了。每每聽到別的科學家談物理和數學如何相輔相成，總是很羨慕；看到一串串豆芽的公式，更是自卑得不得了，但心中有時候會反過來想，就自暴自棄的說：這些「數」與我何干？遇有複雜的數學公式，就先跳過去，因為文字的敘述也能讓我捕風捉影猜出現象背後的涵義，然而腦海裡仍不免有些揮不去的陰影：我跳過的那些數學公式，其中隱藏的真義是否也被我忽略掉了？

直到有一天，我在課堂上很認真的向一群大學生解釋何謂視神經細胞的「側向抑制效應」（lateral inhibition effect）。我畫了一條視神經細胞反應線條（如右圖），箭頭處是刺激光點照到的桌邊地點；左邊桌面有光，右邊是空的，因此「側向抑制



效應」形成了邊緣線特別亮的效果。我很仔細的說明，為何我們看到桌面邊界時會感到特別亮、特別清楚的現象。有一位學生忽然告訴我，那條線代表的是一次微分的曲線！我當場愣了一下，我講了半天的現象，一次微分的描繪，更簡潔明白，不拖泥帶水，不囉嗦，真是一目了然。這才是科學的美麗境界！

我教書多年，有了這樣的體會，就開始努力自修數學，也去旁聽學校名師的微積分和線性代數課，更勤讀數學史的科普書，真是受用無窮，對自己研究「概念形成」(concept formation)的歷程，確實是助益良多。尤其我們最近研究嬰兒如何從外界混沌雜亂的大人語音中抽取精華，形成語言知覺和發音的基本要素，發現嬰兒的學習其實是掌握統計的許多基本原則，才能在那麼短的時間內，習得那麼複雜的分類，且每一個類別上的具體表音，都是機率的組合。科學家想要完成好的理論來解釋這個快速習得的現象，哪能不懂機率的基本概念！

丘院士的這本書，真的很好，而且很「親切」，誰會想到他曾當過街頭小混混呢？也因為如此，他講卡拉比-丘(Calabi-Yau)流形，非常平實近人（當然讀者也必須花些心思的！）。對那十個維度中的時空四個維度，書裡的例子很生活化（例如與人相約在某交錯路口的某建築碰面，這是二維空間，講明約在幾樓，就是三維空間，再加上時間，便是四維空間了），不過對其他六個隱藏、捲縮的維度的說明，確實讓人不易掌握。我必須承認似懂非懂，但感覺很有趣！這本書我很專注的讀了兩遍，每次讀完，合書冥思，就對科學的分析內涵有一份新的感受，尤其是在幾何學的發展歷史上，空間概念的一再複雜化，是自然也是必然，在在使人感到物理世界、宇宙觀都必須環繞著這些空間的多維度整合，才演化出各種不同的能量和作用力。也許數學本身也是遵循著同樣的演化，數和理本為一體。對之人類「認識」世界

的概念基礎，更是如此！

這樣對時空概念的論述，在我研究語言行為和記憶歷程的思考，顯得特別有意義。我們的腦神經在反映外在世界的心智歷程時，是把語言中時、空的訊息「糾」在一處的。當代的語言學大師王士元院士給我這張表：

	space (空間)	time (時間)
around	around the block	around Christmas
at	at the house	at 3 o'clock
by	by the house	by Sunday
for	for a mile	for a week
from...to	from here to there	from now to then
in	in the house	in a week
last	the last house	last week
little	little space	little time
long	a long house	a long time
next	the next house	next week
on	on the house	on Sunday
over	over the mountain	over the holidays
short	a short house	a short time
through	through the house	through the week

最左邊是前置詞或形容詞，用來指稱空間的訊息，也用來描繪時間的訊息，從深一層去思考這「神經平台共享」的涵義，人本身就是時空的行者！

這本書給我最大的思維刺激，是多維度的概念。對身外宇宙的描述與理解，在數學上有卡拉比－丘所演算出的多個維度予以

支撐，但對人內心的宇宙，到底要多少維度才能盡善的描述？舉個很簡單的例子：「牧童騎在牛背上，邊走邊吃草」，你當然「知道」不是牧童吃草，但字詞上和語法上都未告訴你，邊走邊吃草的是牛而非牧童。那個促成理解的訊息，是生活經驗，是常識，但那種經驗和常識是用什麼維度來理解呢？問問當下機械人的人工智慧，或許「它」只能說：佛曰不可解也！

（本文作者為中央研究院院士）



推薦文

## 看到萬事萬物之間的深層關聯

劉炯朗

有 一句順口溜「有關係就沒關係；沒關係就有關係」，其實這句有趣的順口溜可以有不同的解讀。

對政客和商人來說，關係是一個微妙的觀念，特別是「有關係就沒關係」這半句，和有權有錢的人拉上關係，大事可化小，小事可化無，沒關係就是沒問題。可是，對文學家和科學家來說，關係是個美妙、神奇的觀念，特別是「沒關係就有關係」這半句，可以解釋為在一般人眼中被認為沒有關聯的觀念和事物，看透看懂了，卻是一為二、二為一，相生相應，相輔相成。

我們都讀過李後主的〈虞美人〉：「春花秋月何時了，往事知多少？小樓昨夜又東風，故國不堪回首月明中。雕欄玉砌應猶在，只是朱顏改。問君能有幾多愁，恰似一江春水向東流。」花就是花，月就是月，可是和春天、秋天扯上關係；春花秋月是風景，可是又和往事扯上關係；小樓昨夜又東風，有點涼意，卻又和故國回首扯上關係；雕欄玉砌是亭台樓閣，和朱顏改又有什麼關係？愁就是愁，卻和向東流的春水扯上了關係。這就是文學家敏銳的觸角看出來的關聯。

在物理學裡，電力和磁力原來被認為是兩個獨立的自然力