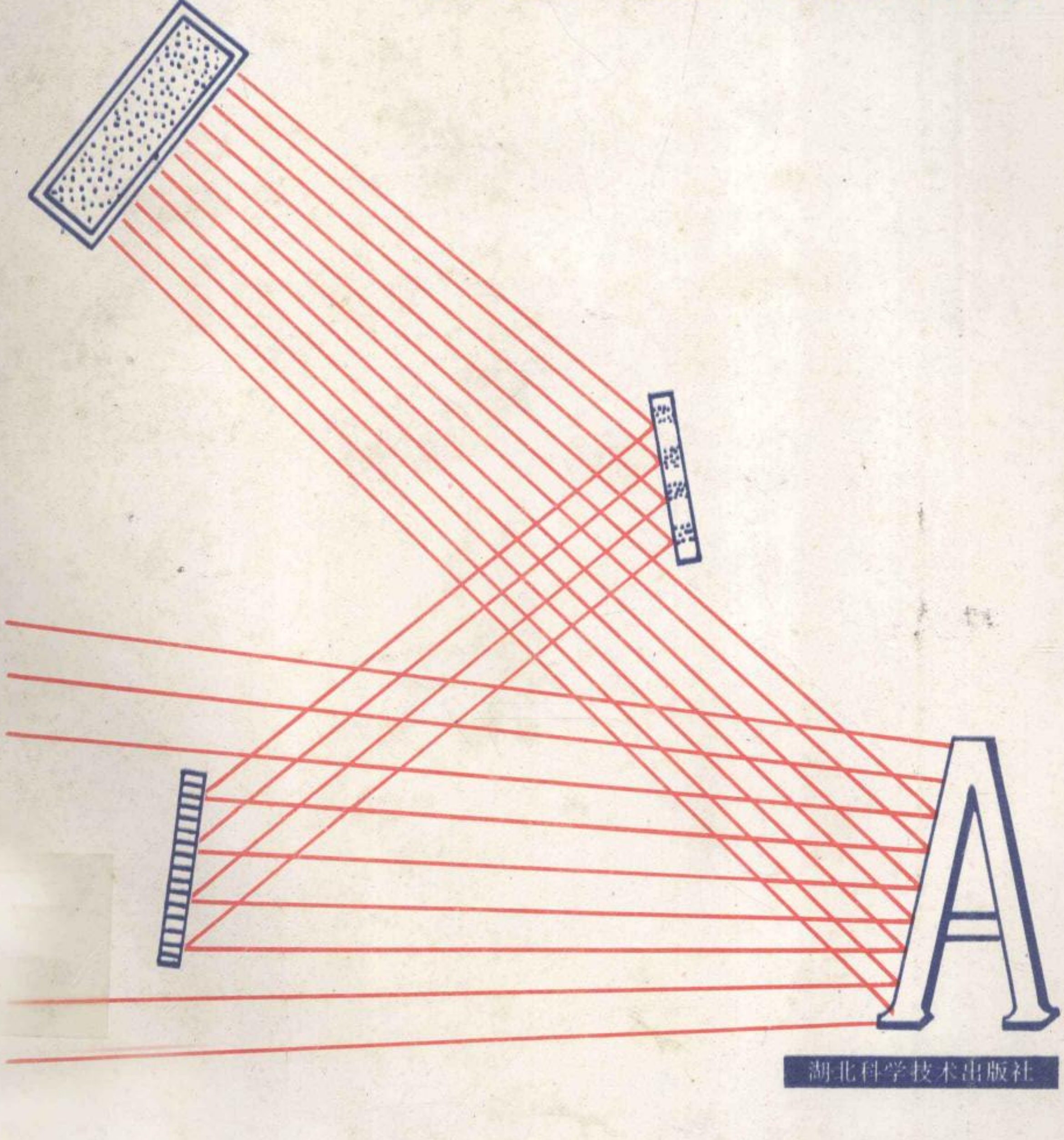
高等学校试用教材

大学物理实验

DAXUEWULISHIYAN DAXUEWULISHIYAN

李道银　王德新　吴铁山　徐滔滔　编著



湖北科学技术出版社

高等学校试用教材

大学物理实验

李道银　王德新　吴铁山　徐滔滔　编著

湖北科学技术出版社

鄂新登字 03 号

内 容 提 要

本书是根据全国高等工业学校物理课程教学指导小组 1986 年制订的《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》及 1992 年 10 月指导小组在成都对《基本要求》进行修订的精神，结合教改需要及编著者的教学实践而写成的。选编了与物理理论相结合及适用性强的实验项目 42 个，以供在 60 学时内按实际情况选用。本书明显的特点是打乱了力、热、电、光顺序，按实践教学规律并结合目前学生学习情况，采取了由浅入深、循序渐进、着重能力培养的原则进行编排。全书共分六章，第一、二两章介绍了测量及误差基本概念及物理实验的基本知识；第三章为基本训练实验(6 项)；第四章为基础实验(19 项)；第五章是近代物理及综合性实验(12 项)；第六章是设计性实验(5 项)，最后编进了必要的附录。

本书可作为高等工科院校本、专科各专业的物理实验课教材，也可供电大、职大、函大选用，并可作为有关高校物理实验教师、实验技术人员及学生的参考书。

高等学校试用教材
大学物理实验
©李道银　王德新
吴铁山　徐滔滔　编著
湖北科学技术出版社出版发行
农业干校印刷厂印刷
787×1092 毫米　16 开本　16.25 印张　400 千字
1993 年 12 月第 1 版　1996 年 12 月第 2 次印刷
ISBN7—5352—1416—9/G·388
印数：5001—11000　　定价：10.90 元

序

物理学是研究物理世界中最普遍最基本的运动形式及其规律的科学，它是许多自然科学和工程技术的基础。因此，物理实验课与理论课一样，同是高等工业学校重要的必修基础课程。加强物理实验课，不仅能更加有效地帮助学生加深对理论课内容的理解，并提高其实验能力，为后续课程打好基础，而且对培养学生严谨的科学态度与工作作风也有良好作用。

为了适应教学需要，武汉工学院和武汉食品工业学院、华中理工大学汉口分校的有关同志，根据《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》及其修改意见，合编了这本《大学物理实验》。全书共分六章，除第一、二两章集中介绍物理实验的基础知识外，在其后的四章中作者摆脱了传统的以力、热、电、光为顺序的模式，将实验项目分为基本训练实验、基础实验、近代物理及综合性实验和设计性实验等四类列出，这无疑更加符合由浅入深逐步提高的认识规律，并为针对不同对象组织教学，提供了便利。书中在各个实验项目之后均未附列数据表格，而在第二章中介绍了数据表格设计的原则及范例，供学生学习参考，这也是一种培养学生独立思考能力的有效方法。近年来，微机正迅速进入物理课的教学领域，实践证明，CAI (Computer Aided Instruction)对提高教学效果是有益的。本书将微机用于物理实验，以一个实例作了简单的介绍和分析，这将给读者一个富有意义的启示。

本书内容是武汉工学院等三院校的有关同志多年从事物理实验教学的经验积累，其中颇多新颖的见解，操作性也强。深信本书的出版，将对国内高等工业学校物理实验课程的教学改革，作出有益的贡献。

前　言

本书依据全国高等工业学校物理实验课程指导小组 1992 年在成都工作会议上对《高等工业学校物理实验课程教学基本要求》修订稿的精神，结合武汉汽车工业大学(原武汉工学院)、武汉食品工业学院、华中理工大学汉口分校等三院校物理实验室的实际情况，集大家智慧编写而成。

本书没按传统的力、热、电、光为顺序的格式进行编排，而将全书分为六章。在内容上，按照物理实验的基础知识、基本训练实验(6 项)、基础实验(19 项)、近代物理及综合性实验(12 项)、设计性实验(5 项)共 42 个实验项目来组织教学。在有的实验项目中，以两种方法或多种装置给出；有的实验仪器又能在多项实验中使用；有的基本测量方法或数据处理方法又广泛地应用在许多项目中。这样安排的目的，第一，是充分发掘各院校现有仪器设备的潜力，体现其特点，以适应实验教学改革的需要；第二，是为了促进读者更好、更快地获取知识、运用知识，并提高综合分析问题的能力；第三，是对各系、各专业以及不同程度的学生在保证总学时 60 学时的条件下可以选用不同的实验项目，以利于因材施教。

本书在第一章删掉了几年来一直保留的平均误差，一律采用标准差作为测量结果的评定。为适应新的形势，增加了少数带“*”号的内容和习题，并以附录的形式简单介绍了不确定度的概念及合成。为尽快使读者了解物理实验教学的规律，并将微机应用引入物理实验，特编写了第二章，便于读者在预习具体实验项目时阅读。

本书由李道银、王德新、吴铁山、徐滔滔主编。参加编写工作的有武汉汽车工业大学李道银(绪论，第二章，第四章实验 6、7、15、17、18、19，第五章实验 1、6、7，第六章实验 1、4、5)、王德新(第一章，第三章实验 1、2，第四章实验 2—1、3、8、12、14，第五章实验 2、3、8、9、10、11，第六章实验 2)、杨雨枫(第三章实验 3，第六章实验 3，总附录)、沈国金(第四章实验 5)、赵黎(第四章实验 9—1)、雷杰(第四章实验 10)、刘武漪(第四章实验 11)；武汉食品工业学院徐滔滔(第四章实验 13，第五章实验 4、5)、赵斌(第三章实验 5、第四章实验 1、16)、董长缨(第四章实验 4)、闵爱玲(多项实验的附录)；华中理工大学汉口分校吴铁山(第三章实验 6，第四章实验 9—2，第五章实验 12)、徐长城(第四章实验 2—2)、杨宝兰(第三章实验 4)等同志。最后由李道银和杨雨枫负责统稿成书工作。

武汉汽车工业大学 84 岁高龄的老校长黄文治教授为本书撰写了序言，武汉水利电力大学应用物理研究室主任、湖北省光学学会理事潘守清教授百忙中审阅了本书并提出了保贵意见；本书在编写和出版过程中，得到武汉汽车工业大学教务处、基础课部，武汉食品工业学院教务处、实验中心，华中理工大学汉口分校教务处、基础课部，湖北科学技术出版社等单位以及武汉汽车工业大学物理教研室许多同志的关心和支持，在此，谨表深切的谢意。

由于编者水平有限，时间仓促，书中缺点和不足在所难免，恳请同行和读者批评指正。

编　者　于武汉汽车工业大学

绪　　论

物理学从本质上来说是一门实验科学。物理实验是物理学的基础，物理定律、物理学的理论等无一不是建立在实验基础上的。事实正是这样，在物理学史上许多关键问题的解释，最后都要付诸实验。例如，杨氏双缝的干涉实验证实光的波动说，迈克尔逊—莫雷实验证实以太不存在，赫兹实验证实麦克斯韦的电磁理论等，实验都起了决定性的作用。近代物理学的例子就更多了。因此，物理实验教学和物理理论教学具有同等重要的地位，它们既有深刻的内在联系和配合，又有各自的任务和作用。在学习物理学时，我们务必明了物理学具有上述特点，正确处理理论课与实验课的关系，不可偏废一方。

一、物理实验课程的地位和作用

物理实验课是高等工业学校的一门独立的必修基础课程，是学生进入大学后受到系统实验知识、实验方法和实验技能训练的开端，也是后续理论和实验课程的重要基础。

物理实验课既是一门基础性实验课，也是一门独立的必修课。对于进入大学学习的低年级学生，一方面本课程不仅要培养他们的实验技能技巧，提高他们的实际动手能力，为进入专业学习作准备；另一方面，本课程旨在使他们获得基本的物理测试方法及数据处理方法、养成实事求是的科学态度和工作作风，为今后的科学研究奠定良好的基础。

二、物理实验课程教学的主要任务

1. 按照循序渐进的原则，学习并掌握物理实验的基础知识、基本方法和基本技能，了解科学实验的主要过程，培养学生具有初步的科学实验能力，为今后的学习和工作打下良好的实验基础。

2. 通过对物理现象的观察和分析，对物理量的测量，加深对物理学某些概念、规律和原理的理解。

3. 培养学生严肃的工作作风，实事求是的科学态度和勇于探索、勇于克服困难、爱护财产、遵守纪律的优良品德。

应当指出，对于一个工程技术人员来说，如果没有扎实的理论知识，没有足够的现代科学实验能力，不仅不能作出创造性的成果，也难于适应科学技术飞速发展的需要，难以担负起建设社会主义祖国的重任。

三、怎样学好物理实验

首先，要亲自动手做实验，有条件的可对某项实验反复多做几次，从中总结出规律性的东西，尤其是那些基本的测量方法和实验方法，要对它们认真的加以总结、进行分析归类、鉴别他们的优缺点及其运用的条件，只有亲自动手认真做了实验，体会才深刻，印象才深。

其次，要严格按实验操作规程做实验。在上实验课时应认真听取教师的讲解，有些讲解是书本上所没有的，是老师多年经验的总结，这对养成良好的实验习惯是有帮助的。

只要你能抓住重点，认真刻苦、努力学习，严格按照本课程的要求去做，我们相信，你一定会获得成功。

目　　录

第一章　实验误差与数据处理

§1—1　测量与误差

测量一般分为直接测量与间接测量，直接测量是指用标准量与待测量进行比较的过程，当用 Y 表示待测量，X 表示直接测量得的量时，则

$$Y = X$$

如用米尺测长，电流表测电流，温度计测温度等皆为直接测量。直接测量的特点是待测的未知量与被测量的量是一致的。

间接测量是将直接测得的量代入公式求解未知量的过程，即：

$$Y = f(x_1, x_2 \cdots x_n)$$

间接测量的特点是待测未知量与被测的量是不一致的。如欲求某导线电阻率 ρ，必须先求得其长度 L、直径 d 和电阻值 R，然后利用公式计算 ρ 值，即：

$$\rho = \frac{\pi d^2 R}{4L}$$

可见，直接测量是间接测量的基础。但无论哪种测量都是人们试图通过测量获取所需要的信息——数据，由于在测量过程中始终存在着各种因素的干扰，所测得的值只是对客观实际真值的近似描述。就是说，若以 μ 表示客观实际的真值，以 x 表示测量值，那么差值

$$\Delta_x = x - \mu \qquad (1—1—1)$$

就是测量误差，由于 Δx 与 x 同量纲，故又常称之为绝对误差，显而易见，误差是正或是负就决定了测量值是正或负偏离真值的方向。

§1—2　误差的分类

根据误差的来源和性质不同，通常将误差分为系统误差和随机误差，下面分述如下：

1. 系统误差

定义：在偏离规定的测量条件下多次测量同一量时，误差的符号和绝对值保持恒定；或在该测量条件改变时，按某一确定规律变化的误差。

系统误差主要源于以下几个方面：

1)仪器误差

这是由仪器本身的缺陷或没有按规定条件使用仪器而造成的，如天平的两臂不等长，在20℃下标定的标准电池的电动势在35℃条件下使用。游标卡尺的零点不准等。

2)原理误差(或方法误差)

这是由于理论公式本身的近似性或实验条件的不完善性造成的,如用单摆测重力加速度必须是摆角趋于零,用伏安法测电阻必须顾及到电路的接入误差等。

3)观测者误差

这是由观测者本人生理或心理特点所造成的误差,如用停表计时,有人失之过长,有人失之过短。

系统误差中有些是可修正的,如游标卡尺零点不准可通过零点校正而消除。有些虽不能修正,但可以通过改进测量方法予以消除。如用复称法可消除因天平两臂不等长所引起的质量测定误差。所以,就系统误差而言,对于可修正的系统误差可引入修正值 C_x,它显然与误差等值反号,即

$$C_x = -\Delta_x = -(x-\mu) \tag{1—2—1}$$

2. 随机误差

定义:在实际测量条件下,多次测量同一物理量时,误差的符号和绝对值的变化时大时小,时正时负,以不可预定的方式变化的误差。

随机误差源于难以控制的因素。例如气流的扰动、温度的起伏,电压的波动,杂散电磁场的干扰等等,还有的是观测者受分辩能力所限引起的,如两名观测者在相同的实验条件下对同一物理量进行测量所得结果常不相同。

随机误差遵从统计规律,根据随机误差的性质,有多种处理随机误差的理论和方法。最常见的是所谓正态分布的误差,亦叫高斯分布,见图 1—2—1,图中横坐标 $\triangle_x$ 表示随机误差,纵坐标 $P(\Delta_x)$ 表示误差出现的概率,称概率密度分布函数,由图可见:

1)绝对值小的误差比绝对值大的误差出现的概率大,即正态分布的误差具有单峰性。

2)绝对值相等的正负误差出现的概率相等,即此误差具有对称性。

3)由对称性可推得绝对值相等的正负误差在测量次数 $N\to\infty$ 时,全部误差的代数和 $\Sigma\triangle_{x_i}=0$,此称为该误差具有抵偿性,抵偿性是随机误差的最重要特性。

4)误差有一定的范围,超出该范围的误差出现的概率极小,实际上是不存在的,此称为误差的有界性。

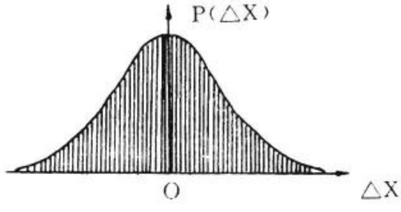


图 1—2— 1 高斯误差分布曲线

3* 随机误差与系统误差的关系

系统误差的确定性以及随机误差的随机性是同时存在于一切科学实验中,它们之间的关系有时难以区分,我们常把目前尚不清楚的系统误差当作随机误差处理,如已作零点校正的游标卡尺的误差。也常把规律过于复杂的系统误差当作随机误差处理,如加工的圆柱体,其直径处处都有确定的值.它是系统误差,但对于直径的平均效应来讲,柱体直径各处误差有正有负,有大有小,具有随机误差特性。反过来,随机误差依一定的条件转化为系统误差,如尺子刻度的不均匀性对于尺子各个刻度位置而言,其误差具有随机性,但将它作为基准尺

去检定成批尺子时，该分度误差使得成批测量结果始终长些或短些，呈现系统误差的特性。

总之，一旦实验条件确定，作为在这种条件下的系统误差及随机误差基本确定，测量结果的误差是两者的综合，所以在实际工作中，我们应牢牢把握住这两类误差，不致于使我们犯对误差估计过低或对误差估计过高的错误，从而对测量结果作出符合实际的客观的评定。

§1—3　直接测量结果及随机误差计算

如前所述，误差总是存在于一切科学实验中，无论是系统误差还是随机误差，它们都对测量结果有影响，假若系统误差已得到修正或消除，我们来讨论在此情况下的直接测量结果及随机误差的计算。

1. 直接测量结果的算术平均值

由于真值无法知道，在相同条件下对某量测量 N 次得值 $X_1, X_2, \cdots X_N$ 都是对客观真值的近似描述，那么究竟选取什么样的值最能合理表示真值呢？通常是取 N 次测量结果的算术平均值作为最后结果以代表真值，即

$$\overline{X} = \frac{1}{N}(X_1 + X_2 + \cdots X_N) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} X_i \qquad (1—3—1)$$

算术平均值又常称之为最佳值或最近真值

例 1. 测量某物长度 10 次得值如下：

X_i=7.981，7.982，7.980，7.983，7.981，7.982，7.984，7.982，7.980，7.983cm，求测量结果。

解：

$$\begin{aligned}\overline{X} &= \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} X_i = \frac{1}{10}(7.981 + 7.982 + 7.980 + 7.983 \\ &\quad + 7.981 + 7.982 + 7.984 + 7.982 + 7.980 + 7.983) \\ &= 7.9818 = 7.982\text{cm}\end{aligned}$$

2. 直接测量结果随机误差估计

1）多次测量结果随机误差的估计

由于客观真值无法知道，则由 1—1—1 式所定义的测量误差也就无法确定，但可以对误差进行估计，目前国际上普遍采用的是标准偏差来估计随机误差，对于有限次观测值 X_i(i=1，2…N)的任何一个值的标准偏差用 S_X 表示：

$$S_X = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2}{N-1}} \qquad (1—3—2)$$

N 次测量结果的算术平均值的标准偏差 $S_{\overline{X}}$ 为：

$$S_{\overline{X}} = \frac{S_X}{\sqrt{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(X_i - \overline{X})^2}{N(N-1)}} \qquad (1—3—3)$$

由(1—3—3)式，适当增加测量次数 N，可减小算术平均值的标准偏差。

例 2. 计算例 1 中的单次测量的标准偏差 S_X、算术平均值的标准偏差 $S_{\overline{X}}$。

解：按单次测量标准偏差的定义：

$$S_X=\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{10}(X_i-\overline{X})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{10}v_{xi}^2}{n-1}}$$

其中：$v_{xi}=X_i-\overline{X}$ 定义为残余误差。所以

$v_{xi}=-0.001,0.000,-0.002,0.001,-0.001,0.000,-0.002,0.001\text{cm}$

$$S_X=\sqrt{\frac{1.56\times10^{-5}}{9}}=0.0013\text{cm}\approx0.002\text{cm}$$

按算术平均值的标准偏差定义：

$$S_{\overline{X}}=\frac{S_X}{\sqrt{N}}=\frac{0.0013}{\sqrt{10}}=0.00041\text{cm}\approx0.0005\text{cm}$$

由此可见

$$S_X\approx3S_{\bar{x}} \tag{1—3—4}$$

我们规定，为了避免因计算引入的舍入误差，中间计算量可取两位数字，而最终的误差结果只取一位，为安全之，截取误差尾数时只进不舍，如上例所示。

2)多次测值相同或单次测量误差的估计

在实际工作中，常限于被测对象特别稳定而仪器的灵敏阀不够，多次测值相同，以及工作中有时不需精确测量而只作单次测量，这时的误差应如何估计。

如前所述，测量结果的误差是系统误差与随机误差的综合，对于多次测值相同，表明仪器灵敏阀不够，以致仪器误差“淹没”了随机误差（仪器中可修正的误差已得到了修正，否则另当别论）这时可用仪器误差作为结果的评定，对于单次测量也有与此类似的结论。但必须指出，无论对于多次测值相同还是单次测量的情况，都必须把产生误差的因素分析清楚，否则，即使是用仪器误差来表征测量结果，也会产生对误差估计不足的失误，最明显不过的例子是用钢卷尺测长度，当测量者倾斜拉尺或操作中使卷尺扭曲，这时产生的误差就会比仪器误差大得多，如果仍用仪器误差来评定测量结果则会产生估计过高的错误。

必须指出，仪器误差表征了仪器示值的不确定范围，属于非统计量，鉴于误差以正态分布为基本分布，故常在普通物理实验中，以三倍标准偏差与仪器误差相对应，即假设一个标偏差存在，于是有

$$3S=\triangle_{仪} \tag{1—3—5}$$

应该说明，在实际中都是以仪器出厂技术检定书上的各种技术指标来评定仪器的质量的，故$\triangle_{仪}$是一种简化处理。

为了今后计算方便，下面列出几种测长仪器的误差$\triangle_{仪}$，供使用参考。

表 1—3—1　　几种测长仪的误差

名　　称	仪器误差$\triangle_{仪}$(mm)
游标卡尺($\frac{1}{10}$,$\frac{1}{20}$,$\frac{1}{50}$分度)	0.1,0.05,0.02
千分尺、读数显微镜	0.005
比长仪	0.0005

续表

钢　卷　尺	2(1～2m 范围)
钢　直　尺	0.2(500mm 以下范围)

3.测量结果的表示与意义　相对误差

通常将测量结果表示为 $X=[X]\pm \Delta X$ 的形式,其中$[X]$是测量值,它可以表示多次测量的平均值 $\overline{X}$,也可以是一次测量的值,ΔX 与$[X]$同量纲,故称绝对误差(与式 1—1—1 相仿),ΔX 既可以是随机误差,也可以是系统误差,也可以是二者的综合。ΔX 的大小反映了真值在$[X]-\Delta X$ 与$[X]+\Delta X$ 的范围所出现的概率的大小,不排除还有一定的可能性真值在其范围$[X]-\Delta X$,$[X]+\Delta X$ 之外;换句话说,对于不同的置信概率(或置信度),ΔX 的大小是不同的。特别地,当观测值遵从正态分布,若无系统误差,则这时的标准偏差 S_X 表达了真值在 $\overline{X}-S_X\sim\overline{X}+S_X$ 之间出现的概率为 68.3%,不排除还有 31.7%的可能性于其之外。理论上可以证明,

$$X=\overline{X}\pm 2S_X \quad 置信概率\ P=95.4\%$$

$$X=\overline{X}\pm 3S_X \quad 置信概率\ P=99.7\%$$

并且常笼统称 $3S_X$ 或 $3S$ 为测量结果的极限误差,实际测量中,观测次数是有限的,观测值也不严格遵从正态分布,尤其在观测次数较少时,偏离正态分布更显著,置信概率无法达到上述值,故对多次测量的结果计算了标准偏差 S_X 或 S_X 后,还标明与观测次数相关的量 $\nu=n-1$,即

$$S_X=\sqrt{\frac{\Sigma\Delta X^2}{n-1}}=? \quad (\nu=n-1=?)$$

如例 2 中的标准偏差 S_X 可表达为

$$S_X=\sqrt{\frac{\Sigma\Delta X^2}{n-1}}=0.002 \quad \text{cm} \qquad (\upsilon=9)$$

标明 ν 的好处是可以计算出标准偏差的实际置信概率(有关实际置信概率的计算可参阅其它相关书籍)。

将例 1、例 2 写成结果表达式为

$$x=\overline{x}\pm S_X=7.982\pm 0.002 \quad cm$$

在本书中,我们将按上述方式表达测量结果,即将测量结果以极限误差的方式表达,在观测次数达 6～10 次时,其置信概率在 95%～99%之间。

例 3,用精度 0.05mm 的游标卡尺测量某物长度 6 次,其值皆为 19.95mm,写出结果表达式。

解:精度为 0.05mm 游标卡尺,其仪器误差 $\Delta_{仪}=0.05\text{mm}$。

所以

$$L=L_O\pm \Delta_{仪}$$

$$=19.95\pm 0.05 \quad \text{mm}$$

例 4.用千分尺测得某金属棒直径 $d_i=5.996,5.998,6.000,6.002,6.000,5.998\text{mm}$,不

考虑仪器误差，写出结果表达式。

解：$\bar{d}=\frac{1}{6}(5.996+5.998+6.000+6.002+6.000+5.998)$

$=5.999\quad mm$

$$S_d=\sqrt{\frac{\Sigma(d_i-\bar{d})^2}{n-1}}=\sqrt{\frac{22\times10^{-6}}{5}}=0.003(mm)(\nu=5)$$

$$d=\bar{d}\pm S_d=5.999\pm0.003\qquad(mm)$$

若有计算过程，则 $\nu=n-1$ 自然表达出来了，故在这种情况下，也可不必标明 ν 的值。

除了上述将测量结果表示成 $x=[x]\pm\Delta x$ 外，常用$\frac{\Delta x}{[X]}\times100\%$来表示测量结果的准确程度，称为相对误差 E_X，即：

$$E_X=\frac{\Delta X}{[X]}\times100\% \tag{1—3—6}$$

试比较如下两组测量结果

$$L_1=100\pm1m$$
$$L_2=1001\pm1m$$

显然，两者的绝对误差相同，但相对误差不同：

$$E_{L1}=\frac{1}{100}\times100\%=1\%$$

$$E_{L2}=\frac{1}{1001}\times100\%=0.099\%=0.1\%$$

在电学仪器中，为了计算和划分准确度等级方便，常常使用一种简化和实用的相对误差——引用误差，它是仪器的示值的绝对误差与测量范围上限值或量程之比，并以百分数表示。

如检定 2.5 级，上限（量程）为 100mA 的电流表，发现 40mA 分度点的示值误差为 2.2mA，且较其它分度点的误差大，故$\frac{2.2mA}{100mA}\times100\%=2.2\%$是此电流表的最大引用误差，2.5 级的含义是所给电流表的最大引用误差的界限为 2.5%，说明经检定此电流表合格。

我国电工仪表的准确度等级分别规定为 0.1，0.2，0.5，1.0，1.5，2.5，5.0 七级，标明引用误差不能超过的界限。设 A 代表仪表的准确度等级，X_m 表示仪表的量程，X 表示仪表在某点的示值读数，则此仪表在 X 点邻近处的示值误差为：

$$绝对误差\leqslant X_m\cdot A\% \tag{1—3—7}$$

$$相对误差\leqslant\frac{X_m}{X}A\% \tag{1—3—8}$$

由上可见，一旦仪表量程选定，该量程所对应的绝对误差（误差限）也就确定，要想减小相对误差则应增大 X 示值读数，尽可能使 X 示值读数达到$\frac{2}{3}$量程以上。

例 5，用 2.5 级、量程为 30mA 电流表测电流，其示值为 28.05mA，写出结果表达式。

解：

$$绝对误差\ \Delta I=A\%\times I_m=2.5\%\times30=0.075$$
$$\approx0.08(mA)$$

$$E_I = \frac{\Delta I}{I} \times 100\% = \frac{0.08}{28.05} \times 100\% = 0.28\% = 0.3\%$$

$$I = 28.05 \pm 0.08\text{mA}$$

关于相对误差 $a\%$，有一个约定的取位原则：

若 $a<1$，则 a 按进位法取一位，如 0.28%写成 0.3%；若 $a>1$，则 a 按进位法取两位，如 1.801%写成 1.8%，而不应逐次写成 1.81%、1.9%。对于含有中间量相对误差的计算，a 均取两位，最后结果的相对误差则按上述原则处理。

§1—4 间接测量结果的计算 误差的传递与合成

1.间接测量结果的计算

设间接量与直接量具有 $y=f(x_1,x_2\cdots x_n)$ 的函数关系，将直接测量量 $x_1,x_2\cdots x_n$ 的算术平均值代入($x_1,x_2\cdots x_n$ 各量独立)函数关系中，即得间接测量的结果：

$$\bar{y} = f(\bar{x}_1,\bar{x}_2\cdots\bar{x}_n) \tag{1—4—1}$$

例 1.测得圆柱体的直径 D 和高 h 如下：

$$D = 19.95 \pm 0.05(\text{mm}) \qquad h = 39.95 \pm 0.05(\text{mm})$$

求圆柱体的平均体积 $\bar{V}$

解：

$$\bar{V} = \frac{\pi}{4}\bar{D}^2 \cdot \bar{h} = \frac{3.1416}{4} \times (19.95)^2 \times 39.95$$

$$=1.249 \times 10^4\text{mm}^3$$

2.间接测量误差的传递与合成

1)误差传递的基本公式

设 $y=f(x_1,x_2\cdots x_n)$，$x_1,x_2\cdots x_n$ 为直接测量量、且相互独立，则全微分为：

$$dy=\frac{\partial y}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial y}{\partial x_2}dx_2+\cdots+\frac{\partial y}{\partial x_n}dx_n \tag{1—4—2}$$

或先对函数取自然对数后再求全微分，即

$$\frac{dy}{y}=\frac{\partial lny}{\partial x_1}dx_1+\frac{\partial lny}{\partial x_2}dx_2+\cdots+\frac{\partial lny}{\partial x_n}dx_n \tag{1—4—3}$$

称(1—4—2)、(1—4—3)为误差传递的基本公式，利用基本公式，通过给定的方法，可导出不同类型的误差传递公式，下面就是关于此问题的讨论。

2)标准偏差传递公式(方和根合成法)

由于各直接测量量相互独立，我们可将(1—4—2)、(1—4—3)的微分 dy、dx_1、dx_2……用标准编差 S_y、S_1、S_2……S_n 代替，然后逐项平方相加：

$$S_y^2=(\frac{\partial y}{\partial x_1}S_1)^2+(\frac{\partial y}{\partial x_2}S_2)^2+\cdots\cdots+(\frac{\partial y}{\partial x_n}S_n)^2 \tag{1—4—4}$$

$$(\frac{S_y}{y})^2=(\frac{\partial lny}{\partial x_1}S_1)^2+(\frac{\partial lny}{\partial x_2}S_2)^2+\cdots\cdots+(\frac{\partial lny}{\partial x_n}S_n)^2 \tag{1—4—5}$$

将上两式分别开方得

$$S_y=\sqrt{(\frac{\partial y}{\partial x_1}S_1)^2+(\frac{\partial y}{\partial x_2}S_2)^2+\cdots\cdots+(\frac{\partial y}{\partial x_n}S_n)^2} \tag{1—4—6}$$

$$\frac{S_y}{y}=\sqrt{(\frac{\partial lny}{\partial x_1}S_1)^2+(\frac{\partial lny}{\partial x_2}S_2)^2+\cdots\cdots+(\frac{\partial lny}{\partial x_n}S_n)^2} \tag{1—4—7}$$

(1—4—6)、(1—4—7)即是相互独立量的标准偏差的传递公式，可根据实际情况选用不同的公式处理问题。

例 2. 用(1—4—6)和(1—4—7)求例 1 中圆柱体体积 V 的标准偏差 S_V 及表达式

解：(1)$\because V=\frac{\pi}{4}D^2h, \frac{\partial V}{\partial D}=\frac{\pi}{2}Dh, \frac{\partial V}{\partial h}=\frac{\pi}{4}D^2$

$$S_V=\sqrt{(\frac{\partial V}{\partial D}S_D)^2+(\frac{\partial V}{\partial h}S_h)^2}=\sqrt{(\frac{\pi}{2}DhS_D)^2+(\frac{\pi}{4}D^2S_h)^2}$$

按例 1 给定条件

$$S_D=0.05\text{mm}、S_h=0.05\text{mm},$$
$$D=19.95\text{mm}, h=39.95\text{mm}$$

代入上式

则

$$S_V=\sqrt{(\frac{3.142}{2}\times 19.95\times 39.95\times 0.05)^2+(\frac{3.142}{4}\times 19.95^2\times 0.05)^2}$$
$$=64(\text{mm})^3=0.064(\text{cm}^3)=0.07(\text{cm}^3)$$

结果表达式为

$$V=12.49\pm 0.07(\text{cm}^3)$$

如果按(1—4—7)式计算，则推得

$$E_V=\frac{S_V}{V}=\sqrt{(2\frac{S_D}{D})^2+(\frac{S_h}{h})^2}=\sqrt{(2E_D)^2+E_h^2}$$

其中

$$E_D=\frac{S_D}{D}=\frac{0.05}{19.95}\times 100\%=0.25\%$$

$$E_h=\frac{S_h}{h}=\frac{0.05}{39.95}\times 100\%=0.12\%$$

$$E_V=\frac{S_V}{V}=\sqrt{(2\times 0.25\%)^2+(0.12\%)^2}=\sqrt{2.64\times 10^{-5}}$$
$$=0.51\%\approx 0.6\%$$

$$S_V=V\cdot E_V=12.49\times 0.51\%=0.064\approx 0.07\quad \text{cm}^3$$

由此可见，两种误差传递公式所得结果完全一致。

3)算术合成的误差传递公式

只要将(1—4—2)或(1—4—3)的微分看作误差，各分项取绝对值相加即得。

$$\Delta y=|\frac{\partial y}{\partial x_1}\Delta x_1|+|\frac{\partial y}{\partial x_2}\Delta x_2|+\cdots\cdots+|\frac{\partial y}{\partial x_n}\Delta x_n| \tag{1—4—8}$$