



初中三年一期

数学智能基本训练

湖南教育出版社

初中三年一期

数学智能基本训练

朱石凡

湖南教育出版社

初中三年一期
数学智能基本训练

朱石凡 编

责任编辑：孟实华

湖南教育出版社出版

(长沙市展览馆路14号)

湖南省新华书店发行 江西新华印刷厂印刷

1982年7月第1版 1983年5月第2次印刷

字数：60,000 印张：3.5

统一书号：7284·35 定价：0.29元

出版说明

古人云：“学源于思”，“学而不思则罔”，讲的是思维对学习的重要性。在教学活动中，课堂教学是基础，教师留题，学生做题，是课堂教学活动的正当延续。不论是课堂教学，还是课后复习，都应该加强学生的思维能力，把培养学生的智能和创造精神放在应有的位置上来。为此，我们按年级编辑了一套初中数学、物理、化学智能基本训练册，以适应这种需要。

这套训练册紧扣教学大纲和教学内容，着重加强学生的基础知识和基本技能的训练，引导学生通过观察、比较、分析、概括、判断、推理等活动，去主动地创造性地掌握知识。

这套训练册按课本章节顺序编排，根据学生在学习过程中容易混淆的概念，计算上、表述上容易发生的错误，实验观察中容易忽略的地方而有针对性地设计出判断、填空、改错三种类型的题目。所设题目，以学生学习实际出发，从开拓思维、发展智力着手，强调科学性和知识性，使学生能灵活地消化教材所规定的内容。所设题目力求做到少而精，不设偏题、难题、怪题，不需要大量的计算，所要解答的内容，题中均留有适当的空白，以便学生使用。这不仅可以防止学生陷于题海之中，也有助于减轻教师的教学负担。

与此同时，以提高学生的阅读能力和写作能力为宗旨，我们还分年级编辑了三册《语文读写训练》，与本训练册配合使用。

目 录

代 数

第一章 直角坐标系

1.1 平面直角坐标系(1) 1.2 两点间的距离(4) 1.3 线段的定比分点(8)

第二章 解三角形

一 三角函数 (12)

2.1 三角函数(12) 2.2 30° 、 45° 、 60° 角的三角函数值(14)
2.3 三角函数表(18)

二 解直角三角形 (21)

2.4 直角三角形中边和角间的关系(21) 2.5 解直角三角形(22)
2.6 应用举例(27)

三 解斜三角形 (30)

2.7 化钝角三角函数为锐角三角函数(30) 2.8 余弦定理(37)
2.9 正弦定理(43)

几 何

第五章 圆

一 圆的基本性质 (50)

5.1 点和圆的位置关系(50) 5.2 不在同一直线上的三点决定

一个圆(53) 5.3 垂直于弦的直径的性质(55) 5.4 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系(58) 5.5 圆周角(62)

二 直线和圆的位置关系(69)

5.6 直线和圆的位置关系(69) 5.7 切线的判定和性质(71)
5.8 切线长定理(73) 5.9 三角形的内切圆(74) 5.10 弦切角(76)
5.11 相交弦定理(79)

三 圆和圆的位置关系(83)

5.12 圆和圆的位置关系(83) 5.13 两圆的公切线(86)

四 正多边形和圆(90)

5.14 正多边形和圆(90) 5.15 正多边形的有关计算(92)
5.17 圆周长、弧长(95) 5.18 圆、扇形、弓形的面积(97)

五 点的轨迹(101)

5.19 四种命题间的关系(101) 5.20 点的轨迹(102) 5.21
连接(103)

第一章 直角坐标系

1.1 平面直角坐标系

填 空

1. 在平面内有两条互相垂直而且公共原点的两条数轴,叫做平面直角坐标系.建立了坐标系的平面,叫做坐标平面.

2. 和点 M 对应的有序实数对称为点 M 的坐标.如(,)其中第一个数叫做点 M 的横坐标,第二个数叫做点 M 的纵坐标.

3. 对于坐标平面内的任意一点 M ,都有唯一的有序实数对和它对应;反过来,对于任意一对有序实数 (x, y) ,在坐标平面内就有唯一的点和它对应.这样,坐标平面内点和有序实数对与有序实数对之间建立一一对应关系.

4. 点在 x 轴的特点是纵坐标为0;点在 y 轴上的特点是横坐标为0.

5. 点在第I、III象限角平分线上的特点是横坐标等于纵坐标.

6. 在坐标平面内有一个圆心在原点，半径为5的圆，如果直径 AB 的 A 点坐标是 $(-3, 4)$ ，那么 B 点的坐标是(,)。与 AB 垂直的直径 CD 的端点坐标分别是 C (,)、 D (,)。

7. 等腰三角形 OAB 的顶点在原点，底边 AB 垂直 x 轴， A 点的坐标是方程 $a^2 - a - 6 = 0$ 的两解。

(1) 若 A 点的坐标是 $(2, -3)$ ，则 B 点的坐标是(,)。

(2) 若 A 点的坐标是 $(-3, 2)$ ，则 B 点的坐标是(,)。

8. 已知 M 点的坐标是 $(\log_2 \frac{1}{8}, (\frac{16}{81})^{-\frac{3}{4}})$ ，化简后，找出 M 点关于 y 轴对称的点 N 的坐标是(,)。

9. 若点 $P(x, y)$ 中的 $x = \log_3 5 - \log_3 15$ ， $y = \log_{10} 5 + \log_{10} 2$ ，化简后，则 P 点关于原点的对称点 Q 的坐标是(,)。

判 断

下面说法是否正确？正确的打上“√”，错误的打上“×”。

1. 平面直角坐标系，是平面内两条互相垂直的直线。

()

2. P 点的坐标 $x=1, y=1$,则 P 点在第 I 象限的角平分线上。☐

3. P 点若在第 I 象限的角平分线上,则它的坐标是 $x=1, y=1$ 。☐

4. 图1—1表示五个点和五个有序实数对之间的一一对应关系,在直角坐标系中,描出这五点进行观察:

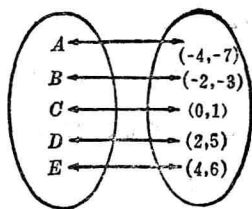


图1—1

(1) A, B, C 三点共线;☐

(2) B, C, D 三点共线;☐

(3) A, C, E 三点共线;☐

(4) A, B, C, D 四点共线;☐

(5) A, B, C, D, E 五点共线;☐

下列结论哪些是正确的?将正确结论的题号填入括号内。

1. 要证明一个点在 x 轴上,只要证明这点的:

(1) x 坐标为0;

(2) y 坐标为0;

(3) x 坐标或 y 坐标为0。

☐

2. 如果一个点的横坐标为 0, 那么这个点在:

(1) x 轴上; (2) y 轴上; (3) 原点. []

3. 如果点 $M(x, y)$ 在第 II 象限, 那么它的坐标:

(1) $x > 0, y < 0$;

(2) $x > 0, y > 0$;

(3) $x < 0, y < 0$;

(4) $x < 0, y > 0$.

[]

1.2 两点间的距离

填 空

1. 有向线段是_____.

2. 一条有向线段的长度, 连同_____,

叫做这条有向线段的数量.

3. 数轴上一条有向线段的数量等于_____

_____.

4. 数轴上的两点 A 、 B 的坐标分别是 x_A 和 x_B . 若 $x_A = -5$, $x_B = 7$, 那么:

(1) $AB =$ _____

(2) $BA =$ _____

(3) $|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$

(4) $|BA| = \underline{\hspace{2cm}}$

5. 两点 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$ 间的距离公式是:

$|P_1P_2| = \underline{\hspace{2cm}}$

6. 已知两点 $A(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2})$ 、 $E(-\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$, 则

$|AB| = \underline{\hspace{2cm}}$

7. 已知两点 $M(\log_a 2, 2\log_5 10)$ 、 $N(-\log_a \frac{1}{2},$

$-\log_5 0.25)$, 则此两点间的距离为:

$|MN| = \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}$

$= \underline{\hspace{2cm}}.$

8. 用代数方法研究几何图形性质, 选择坐标系时, 应当注意:

(1) 选取图形中的某一个点作原点, 就能使这点的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 和 $\underline{\hspace{2cm}}$ 都是零;

(2) 选取图形中某一条线段所在直线为 x 轴, 则此线段上的点的 $\underline{\hspace{2cm}}$ 是零;

(3) 选取图形中某一条线段所在直线为 y 轴, 则此线段上

的点的_____是零。

判 断

下列计算中哪些是正确的?将正确结果的题号填入括号内。

1. A 、 B 两点在数轴上,它们的坐标分别是 x_A 、 x_B ,则有向线段 AB 的数量是:

(1) $AB = x_A - x_B$;

(2) $AB = x_B - x_A$.

[]

2. 如图1—2,计算有向线段 AB 的数量:

(1) $AB = AO + OB$

$$= -2 + 3 = 1 ;$$

(2) $AB = OA + OB$

$$= 2 + 3 = 5 ;$$

(3) $AB = OB - OA$

$$= 3 - (-2) = 5 ;$$

(4) $AB = OB + AO$

$$= 3 + 2 = 5 .$$

[]

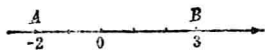


图1—2

3. 已知平面内两点 $A(-3, 2)$ 、 $B(-4, -5)$,则此两点间的距离为:

$$(1) \quad |AB| = \sqrt{(-3-4)^2 + (2-5)^2} \\ = \sqrt{49+9} = \sqrt{58};$$

$$(2) \quad |AB| = \sqrt{(-3+4)^2 + (2+5)^2} \\ = \sqrt{(-1)^2 + 7^2} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2};$$

$$(3) \quad |AB| = \sqrt{(-3+4)^2 + (2-5)^2} \\ = \sqrt{1+9} = \sqrt{10};$$

$$(4) \quad |AB| = \sqrt{(-3+4)^2 + (2+5)^2} \\ = \sqrt{1+49} = 5\sqrt{2};$$

$$(5) \quad |AB| = \sqrt{(-3+5)^2 + (2+4)^2} \\ = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10};$$

$$(6) \quad |AB| = \sqrt{(-3+4)^2 + (-5-2)^2} \\ = \sqrt{1+49} = 5\sqrt{2}.$$

()

改 错

下面计算错在哪里？把错误的地方用横线划出来，并改正在括号内。

已知平面内两点A(10, -18)、B(-5, 2)，则此两点间的距离为：

$$(1) \quad |AB| = \sqrt{(10-5)^2 + (-18-2)^2} \\ = \sqrt{5^2 + 20^2} = 5\sqrt{17};$$

$$\begin{aligned} (2) |AB| &= \sqrt{(-18+2)^2 + (10+5)^2} \\ &= \sqrt{16^2 + 15^2} = \sqrt{481}. \end{aligned}$$

1.3 线段的定比分点

填 空

1. 已知线段 P_1P_2 的两端点是 $P_1(x_1, y_1)$ 、 $P_2(x_2, y_2)$.

(1) 分 P_1P_2 成定比 λ 的 P 点坐标是:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_1 + \lambda x_2}{1 + \lambda} \\ y &= \frac{y_1 + \lambda y_2}{1 + \lambda} \end{aligned}$$

(2) 分 P_2P_1 成定比 λ 的 P 点坐标是:

$$\begin{aligned} x &= \frac{x_2 + \lambda x_1}{1 + \lambda} \\ y &= \frac{y_2 + \lambda y_1}{1 + \lambda} \end{aligned}$$

2. P 点分 P_1P_2 成定比 λ .

(1) P 点在 P_1P_2 之间, 则 λ 0;

(2) P 点是 P_1P_2 的中点, 则 λ 1.

3. P 点分 P_1P_2 成定比 λ_1 , 分 P_2P_1 成定比 λ_2 , 则 λ_1 与 λ_2 的关系是 , 当 P 点是 时, 则有 $\lambda_1 = \lambda_2$.

4. P 点分 $P_1(3\sqrt{2}, 3\sqrt{2})$ 、 $P_2(-3, -2)$ 成定比 $\sqrt{2}$,

则 P 点坐标是:

$x =$

$y =$

5. 已知 $\triangle ABC$ 的三顶点: $A(3, 0)$, $B(7, 4)$, $C(-5, -4)$ 。则

(1) AB 的中点 E 的坐标是:

$x =$

$y =$

(2) BC 的中点 F 的坐标是:

$x =$

$y =$

(3) 中位线 EF 的长是:

$|EF| =$

判 断

下面的结论哪些是正确的?将正确结论的题号填入括号内。

1. 在定比 $\frac{P_1P}{PP_2} = \lambda$ 中, P_1P 、 PP_2 都是规定了起点和

终点的线段, 所以是有向线段, 于是:

(1) $\frac{P_1P}{PP_2}$ 是有向线段上的比;

(2) $\frac{P_1P}{PP_2}$ 是有向线段数量的比。

[]

2. P 点分线段 P_2P_1 所成的定比为 λ , 则

$$(1) \lambda = \frac{P_1P}{PP_2}; \quad (2) \lambda = \frac{PP_2}{P_1P};$$

$$(3) \lambda = \frac{P_2P}{PP_1}; \quad (4) \lambda = \frac{PP_1}{P_2P}.$$

[]

3. 已知两点 $P_1(-1, -6)$, $P_2(3, 0)$,

P 点分 P_2P_1 之比为 $\lambda = 2$, 则 P 点的坐标为:

$$(1) P\left(\frac{1}{3}, -4\right); \quad (2) P\left(\frac{5}{3}, -2\right)$$

[]

4. 在上题中若把 P_2P_1 延长到 P' , 使 $\frac{P_1P'}{P_2P_1} = \frac{2}{3}$, 则 P' 点

的坐标为:

$$(1) P'(-7, -15);$$

$$(2) P'\left(-3\frac{2}{3}, -10\right);$$

$$(3) P'(9, 9).$$

[]

改 错

下面说法错在哪里? 把错误的地方用横线划出来, 并改正
在括号内。

1. P 点分 P_1P_2 成定比 λ_1 , 分 P_2P_1 成定比 λ_2 , 那么 λ_1 与 λ_2 的关系是: $\lambda_1 = \lambda_2$.

[]

2. 如果 P 点为 P_1P_2 的中点, 则有 $P_1P = PP_2$, 那么 P 点分 P_1P_2 的定比为

$$\lambda = \frac{P_1P}{PP_2} = 0 .$$

[]

3. 点 $P(13, 7)$ 将线段 AB 分为 $\frac{|AP|}{|PB|} = 1$, 若线段端点坐标是 $A(21, 5)$ 、 $B(x, y)$, 试求出 x 、 y 的值.

$$\text{解: } x = \frac{21 - 13}{2} = 4 ; \quad y = \frac{7 - 5}{2} = 1 .$$

[]