

中

数

学

题

典



GAO ZHONG  
SHU XUE TI DIAN

# 高中数学题典



江苏科学技术出版社

蒋 声 左宗明 主编



高中  
数学  
题典

江 苏 科 学 技 术 出 版 社

(苏)新登字第002号

**高中数学题典**

蒋 声 左宗明 主编

---

出版、发行：江苏科学技术出版社  
经 销：江苏省新华书店  
印 刷：通州市印刷总厂

---

开本850×1168毫米 1/32 印张44.125 插页4 字数1,520,000  
1993年7月第1版 1993年7月第1次印刷  
印数1—5,000册

---

ISBN 7-5345-1528-9

---

O·95

定价：25.70元

## 前 言

《高中数学题典》是《初中数学题典》的续篇，系根据现行中学数学教学大纲要求，参照中学通用数学教材的内容、体系编撰而成，共收集高中部分各类数学问题 2428 个，按代数、三角、立体几何、平面解析几何、竞赛题与杂题五个部分编排。

《高中数学题典》，既不同于那些常见的习题题解集和复习资料，又有别于那些卷帙浩繁的数学典籍。它是一部供广大中学师生学习、使用的中型工具书，尤其适合于中等程度以上的学生。同时，它对于师范院校数学系的学生和广大中学数学爱好者也具有参考价值。最突出的特色是精炼实用，查找方便。

本《题典》在编排上力求反映学科体系，紧扣教材，从简到繁，从易到难；在取材上，更着重于问题的典型性、代表性，题型的多样性，题目的新颖性，力图为广大读者提供尽可能多的新的信息；选题范围则力求覆盖大纲和教材所涉及的全部知识点，使之对于重要的数学思想和解题方法都有所反映。

另外，考虑到目前中学开设第二课堂和参加各类数学竞赛的需要，我们在选题时，在源于大纲、基于教材的同时，无论在知识方面，还是在解题思想方法上，都适当地作一些扩展，例如第五部分“竞赛题与杂题”所选取的多数内容。我们这样处理的目的是为了使本《题典》的层次更加丰富，使之能够从较为宽广的角度给目前的中学数学的学习和研究提供一些急需的材料。

但是，限于篇幅，也囿于水平，本《题典》在选题上难免挂一漏万，所提供的解答可能并不是“最优”、“最简”、“最美”的。

《高中数学题典》编委会由（按姓氏笔画排列）万庆炎、毛其吉、毛毓球、左宗明、庄亚栋、陈永林、蒋声等七位同志组成。各分科主

## 2 前言

编和编写人员名单如下:

第一部分 主编:庄亚栋、万庆炎。

一:庄亚栋、郑淑娟;二:梁尚志;三:洪修仁、潘慰高;四:梁尚志;五:万庆炎、李旭和;六:李旭和、万庆炎。

第二部分 主编:毛毓球。

一、二:肖柏荣;三、四:毛毓球、陈益生。

第三部分 主编:蒋声。

一:蒋声;二、三:陆丕文;四:蒋声、陆丕文。

第四部分 主编:毛其吉。

一、二、三:毛其吉;四、五、六、七:陶维林。

第五部分 主编:陈永林。

一、二:陈永林、左宗明、陈凝;三、四:左宗明、陈永林、梅锡武。

各部分初稿经各分科主编初审提出修改意见返回作者修改后,第三、第四两部分由蒋声终审、统稿;第一、第二、第五部分由左宗明终审、统稿。

本《题典》在编撰过程中,曾得到许多同行的支持和帮助,于此谨向他们表示感谢。

为中学师生编写一部适用而又有指导意义的教学题典,是我们长久以来的心愿,也是当前中学数学教学的需要。在江苏科学技术出版社的支持和指导下,我们的愿望才得以实现。在此谨向他们表示感谢。

对于我们所作的努力和尝试,诚挚地期望广大读者给予批评指正。

《中学数学题典》编委会

1992年7月

## 目 录

## 第一部分 代 数

一、集合与函数 (题 1—题 252)	(1)
(一) 集合	(1)
1. 选择题 (题 1—题 10)	(1)
2. 集合及其子集 (题 11—题 20)	(3)
3. 集合的运算 (题 21—题 32)	(6)
4. 其他 (题 33—题 39)	(11)
(二) 函数	(14)
1. 选择题 (题 40—题 53)	(14)
2. 函数及其表示 (题 54—题 74)	(17)
3. 函数的图象 (题 75—题 94)	(26)
4. 二次函数 (题 95—题 102)	(40)
5. 复合函数 (题 103—题 114)	(44)
6. 函数的奇偶性 (题 115—题 123)	(51)
7. 函数的单调性 (题 124—题 141)	(56)
8. 函数的周期性 (题 142—题 156)	(65)
9. 指数函数与对数函数 (题 157—题 170)	(73)
10. 反函数 (题 171—题 180)	(81)
(三) 函数的最值	(88)
1. 闭区间上二次函数的最值 (题 181—题 184)	(88)

2.	分段表示函数与含绝对值函数的最值 (题 185—题 188) .....	(90)
3.	二元二次函数的最值 (题 189—题 191) .....	(93)
4.	分式函数的最值 (题 192—题 206) .....	(94)
5.	高次多项式和某些特殊函数的最值 (题 207—题 213) .....	(101)
6.	无理函数的最值 (题 214—题 220) .....	(104)
7.	复合函数的最值 (题 221—题 229) .....	(109)
8.	受等式条件约束的函数的最值 (题 230—题 238) .....	(112)
9.	几何应用 (题 239—题 252) .....	(117)
<b>二、不等式 (题 1—题 150)</b> .....		<b>(125)</b>
(一)	选择题 (题 1—题 16) .....	(125)
(二)	解不等式 .....	(129)
1.	整式不等式与分式不等式 (题 17—题 26) .....	(129)
2.	无理不等式 (题 27—题 36) .....	(134)
3.	含有绝对值符号的不等式 (题 37—题 43) .....	(139)
4.	指数不等式与对数不等式 (题 44—题 57) .....	(143)
5.	其他 (题 58—题 69) .....	(150)
(三)	不等式的证明 .....	(156)
1.	基本不等式 (题 70—题 75) .....	(156)
2.	整式不等式 (题 76—题 94) .....	(160)
3.	分式不等式 (题 95—题 108) .....	(168)
4.	根式不等式 (题 109—题 118) .....	(175)
5.	含指数或对数的不等式 (题 119—题 126) .....	(180)
6.	含绝对值符号的不等式 (题 127—题 135) .....	(184)
7.	若干项和或积的估值 (题 136—题 150) .....	(187)
<b>三、数列、极限、数学归纳法 (题 1—题 154)</b> .....		<b>(195)</b>
(一)	数列 .....	(195)
1.	选择题 (题 1—题 8) .....	(195)

2. 数列 (题 9—题 15) .....	(197)
3. 等差数列 (题 16—题 25) .....	(200)
4. 等比数列 (题 26—题 37) .....	(204)
5. 其他数列 (题 38—题 49) .....	(211)
6. 综合题与应用题 (题 50—题 62) .....	(220)
(二) 极限 .....	(229)
1. 选择题 (题 63—题 67) .....	(229)
2. 数列的极限 (题 68—题 79) .....	(230)
3. 综合题与应用题 (题 80—题 93) .....	(236)
(三) 数学归纳法 .....	(246)
1. 等式问题 (题 94—题 103) .....	(246)
2. 不等式问题 (题 104—题 114) .....	(253)
3. 数列问题 (题 115—题 124) .....	(260)
4. 几何问题 (题 125—题 129) .....	(267)
5. 数学归纳法的变形 (题 130—题 137) .....	(270)
6. 命题转换 (题 138—题 142) .....	(276)
7. 其他 (题 143—题 154) .....	(280)
<b>四、方程与方程组 (题 1—题 79) .....</b>	<b>(288)</b>
(一) 行列式与线性方程组 .....	(288)
1. 二阶行列式与二元线性方程组 (题 1—题 10) .....	(288)
2. 三阶行列式 (题 11—题 30) .....	(293)
3. 用行列式解三元线性方程组 (题 31—题 42) .....	(304)
(二) 指数方程 (组) 和对数方程 (组) .....	(312)
1. 指数方程 (题 43—题 51) .....	(312)
2. 指数方程组 (题 52—题 57) .....	(317)
3. 对数方程 (题 58—题 74) .....	(320)
4. 对数方程组 (题 75—题 79) .....	(329)
<b>五、复数 (题 1—题 120) .....</b>	<b>(333)</b>
(一) 复数的概念及运算 .....	(333)



## 4 目 录

1. 选择题 (题 1—题 14)	(333)
2. 复数的概念与运算 (题 15—题 29)	(337)
3. 关于模的运算 (题 30—题 42)	(342)
4. 关于共轭复数的运算 (题 43—题 47)	(346)
(二) 与方程和轨迹有关的问题	(348)
1. 选择题 (题 48—题 54)	(348)
2. 复数与方程 (题 55—题 70)	(350)
3. 复数与轨迹 (题 71—题 85)	(356)
(三) 复数的其他应用	(362)
1. 复数与最值 (题 86—题 99)	(362)
2. 复数与几何问题 (题 100—题 112)	(368)
3. 其他 (题 113—题 120)	(375)
<b>六、排列、组合、二项式定理 (题 1—题 139)</b>	<b>(380)</b>
(一) 排列、组合	(380)
1. 选择题 (题 1—题 18)	(380)
2. 排列数与组合数 (题 19—题 29)	(385)
3. 排列等式与组合等式 (题 30—题 40)	(388)
(二) 排列组合的应用	(392)
1. 数字问题 (题 41—题 50)	(392)
2. 排队分组问题 (题 51—题 72)	(396)
3. 几何问题 (题 73—题 77)	(402)
4. 其他问题 (题 78—题 83)	(405)
(三) 二项式定理	(407)
1. 选择题 (题 84—题 90)	(407)
2. 与系数和项数有关的问题 (题 91—题 109)	(409)
3. 等式问题 (题 110—题 114)	(415)
4. 不等问题 (题 115—题 122)	(416)
5. 二项式定理的其他应用 (题 123—题 139)	(419)

## 第二部分 三 角

一、三角函数 (题 1—题 90)	(424)
(一) 任意角的三角函数	(424)
1. 选择题 (题 1—题 4)	(424)
2. 任意角的概念及弧度制 (题 5—题 10)	(425)
3. 任意角三角函数的定义 (题 11—题 13)	(428)
4. 三角函数值的符号 (题 14—题 15)	(429)
(二) 同角三角函数的关系	(430)
1. 选择题 (题 16—题 20)	(430)
2. 求值 (题 21—题 30)	(432)
3. 化简 (题 31—题 38)	(437)
4. 证明三角恒等式 (题 39—题 48)	(441)
(三) 诱导公式	(445)
1. 选择题 (题 49—题 52)	(445)
2. 任意角三角函数值的计算 (题 53—题 58)	(447)
3. 化简与证明 (题 59—题 63)	(450)
(四) 三角函数的图象和性质	(453)
1. 选择题 (题 64—题 70)	(453)
2. 三角函数的图象 (题 71—题 77)	(456)
3. 三角函数的性质 (题 78—题 90)	(461)
二、若干个角和差的三角函数 (题 1—题 175)	(470)
(一) 两角和与差的三角函数	(470)
1. 选择题 (题 1—题 5)	(470)
2. 化简 (题 6—题 9)	(472)
3. 求值 (题 10—题 16)	(474)
4. 其他 (题 17—题 21)	(477)
(二) 倍角与半角的三角函数	(480)
1. 选择题 (题 22—题 27)	(480)

2. 化简 (题 28—题 33) .....	(483)
3. 求值 (题 34—题 40) .....	(487)
4. 其他 (题 41—题 45) .....	(492)
(三) 三角函数的积化和差与和差化积 .....	(496)
1. 选择题 (题 46—题 49) .....	(496)
2. 化简 (题 50—题 58) .....	(498)
3. 求值 (题 59—题 64) .....	(503)
4. 其他 (题 65—题 70) .....	(506)
(四) 三角恒等变形 .....	(511)
1. 三角恒等式的证明 (题 71—题 88) .....	(511)
2. 一般三角条件等式的证明 (题 89—题 101) .....	(520)
3. 三角形中条件等式的证明 (题 102—题 110) .....	(525)
4. 由给定条件确定三角形或多边形的形状 (题 111—题 118) .....	(532)
5. 综合题 (题 119—题 125) .....	(536)
(五) 三角不等式与极值 .....	(541)
1. 三角不等式的证明 (题 126—题 139) .....	(541)
2. 三角函数的极值和应用 (题 140—题 156) .....	(547)
(六) 三角函数的应用 .....	(556)
1. 测量问题 (题 157—题 164) .....	(556)
2. 几何问题 (题 165—题 175) .....	(561)
三、反三角函数 (题 1—题 57) .....	(568)
(一) 反三角函数的性质 .....	(568)
1. 选择题 (题 1—题 7) .....	(568)
2. 三角函数和反三角函数的反函数 (题 8—题 16) .....	(571)
3. 反三角函数的定义域和值域 (题 17—题 30) .....	(576)
(二) 反三角函数的运算 .....	(582)
1. 化简与求值 (题 31—题 40) .....	(582)
2. 证明题 (题 41—题 57) .....	(589)

## 四、三角方程和反三角方程 (题 1—题 67) ..... (599)

## (一) 三角方程 ..... (599)

1. 最基本的三角方程 (题 1—题 7) ..... (599)

2. 可化成含同角的同名三角函数的三角方程  
(题 8—题 16) ..... (601)3. 可化成一边为零而另一边是若干个因式的积的三角方程  
(题 17—题 36) ..... (604)

4. 有关三角方程的杂题 (题 37—题 52) ..... (613)

## (二) 反三角方程 (题 53—题 67) ..... (621)

## 第三部分 立体几何

## 一、直线和平面 (题 1—题 86) ..... (628)

(一) 选择题 (题 1—题 5) ..... (628)

(二) 平面 ..... (629)

1. 基本性质 (题 6—题 10) ..... (629)

2. 水平放置图形的画法 (题 11—题 16) ..... (631)

(三) 空间中的直线 ..... (634)

1. 共面和异面 (题 17—题 21) ..... (634)

2. 平行直线 (题 22—题 24) ..... (636)

3. 异面直线所成的角 (题 25—题 27) ..... (637)

4. 异面直线间的距离 (题 28—题 30) ..... (639)

(四) 直线和平面 ..... (640)

1. 相交和平行 (题 31—题 37) ..... (640)

2. 垂直 (题 38—题 41) ..... (643)

3. 点到平面的距离、正射影 (题 42—题 46) ..... (644)

4. 直线和平面的夹角 (题 47—题 52) ..... (646)

5. 对异面直线的应用 (题 53—题 56) ..... (650)

(五) 平面和平面 ..... (652)

1. 相交和平行 (题 57—题 61)	(652)
2. 二面角 (题 62—题 70)	(655)
(六) 综合题和其他	(661)
1. 综合题 (题 71—题 74)	(661)
2. 不等式和极值 (题 75—题 80)	(664)
3. 其他 (题 81—题 86)	(667)
<b>二、多面体 (题 1—题 101)</b>	<b>(671)</b>
(一) 选择题 (题 1—题 5)	(671)
(二) 棱柱	(672)
1. 证明题 (题 6—题 12)	(672)
2. 截面图的画法 (题 13—题 19)	(676)
3. 关于角度和长度的计算题 (题 20—题 25)	(678)
4. 关于面积的计算题 (题 26—题 34)	(682)
5. 关于体积的计算题 (题 35—题 40)	(689)
6. 其他 (题 41—题 44)	(693)
(三) 棱锥	(697)
1. 证明题 (题 45—题 53)	(697)
2. 关于角度和长度的计算题 (题 54—题 59)	(701)
3. 关于面积的计算题 (题 60—题 65)	(705)
4. 关于体积的计算题 (题 66—题 73)	(709)
5. 其他 (题 74—题 82)	(713)
(四) 棱台	(718)
1. 证明题 (题 83—题 86)	(718)
2. 关于面积的计算题 (题 87—题 92)	(721)
3. 关于体积的计算题 (题 93—题 98)	(725)
4. 其他 (题 99—题 101)	(728)
<b>三、旋转体 (题 1—题 94)</b>	<b>(732)</b>
(一) 选择题 (题 1—题 5)	(732)
(二) 圆柱	(733)

1. 证明题 (题 6—题 7) .....	(733)
2. 关于面积和体积的计算题 (题 8—题 12) .....	(734)
3. 其他 (题 13—题 15) .....	(737)
(三) 圆锥 .....	(739)
1. 证明题 (题 16—题 18) .....	(739)
2. 关于面积和体积的计算题 (题 19—题 27) .....	(740)
3. 其他 (题 28—题 30) .....	(745)
(四) 圆台 .....	(746)
1. 证明题 (题 31—题 34) .....	(746)
2. 关于半径、面积和体积的计算题 (题 35—题 43) .....	(748)
3. 其他 (题 44—题 49) .....	(753)
(五) 球 .....	(757)
1. 证明题 (题 50—题 59) .....	(757)
2. 关于面积和体积的计算题 (题 60—题 66) .....	(761)
3. 其他 (题 67—题 69) .....	(765)
(六) 综合题和其他 .....	(766)
1. 平面图形旋转得到的几何体 (题 70—题 76) .....	(766)
2. 综合题 (题 77—题 87) .....	(772)
3. 其他 (题 88—题 94) .....	(779)
<b>四、多面角和正多面体 (题 1—题 30) .....</b>	<b>(784)</b>
(一) 选择题 (题 1—题 3) .....	(784)
(二) 多面角 .....	(784)
1. 多面角的性质和计算 (题 4—题 13) .....	(784)
2. 其他 (题 14—题 18) .....	(790)
(三) 欧拉定理 (题 19—题 21) .....	(793)
(四) 正多面体 (题 22—题 30) .....	(796)

## 第四部分 平面解析几何

一、平面坐标系 (题 1—题 79)	(802)
(一) 选择题 (题 1—题 4)	(802)
(二) 有向直线 (题 5—题 16)	(803)
1. 有向线段 (题 5—题 8)	(803)
2. 分点 (题 9—题 16)	(805)
(三) 平面坐标方法 (题 17—题 56)	(809)
1. 点的坐标 (题 17—题 25)	(809)
2. 距离 (题 26—题 34)	(815)
3. 定比分点 (题 35—题 48)	(820)
4. 面积 (题 49—题 54)	(829)
5. 坐标平移和旋转 (题 55—题 56)	(835)
(四) 曲线与方程	(836)
1. 曲线的方程 (题 57—题 71)	(836)
2. 方程的曲线 (题 72—题 79)	(844)
二、直线 (题 1—题 60)	(852)
(一) 选择题 (题 1—题 5)	(852)
(二) 直线的方程	(853)
1. 直线方程的各种形式 (题 6—题 17)	(853)
2. 直线系 (题 18—题 22)	(862)
3. 二次方程表示的直线 (题 23—题 26)	(866)
(三) 直线的性质	(869)
1. 平行、垂直 (题 27—题 33)	(869)
2. 共点、共线 (题 34—题 42)	(873)
(四) 轨迹 (题 43—题 48)	(881)
(五) 其他 (题 49—题 60)	(886)
三、圆 (题 1—题 66)	(895)
(一) 选择题 (题 1—题 3)	(895)

(二) 圆的方程 (题 4—题 16) .....	(896)
(三) 圆的性质 .....	(903)
1. 位置关系 (题 17—题 22) .....	(903)
2. 相切问题 (题 23—题 30) .....	(906)
3. 点关于圆的幂 (题 31—题 34) .....	(910)
(四) 轨迹 (题 35—题 52) .....	(913)
(五) 其他 (题 53—题 66) .....	(925)
<b>四、椭圆 (题 1—题 73) .....</b>	<b>(937)</b>
(一) 选择题 (题 1—题 6) .....	(937)
(二) 椭圆的方程 (题 7—题 13) .....	(940)
(三) 椭圆的性质 .....	(944)
1. 直线与椭圆的关系 (题 14—题 24) .....	(944)
2. 离心率、顶点、轴、焦点、准线 (题 25—题 31) .....	(952)
3. 相切问题 (题 32—题 39) .....	(956)
(四) 轨迹 (题 40—题 58) .....	(960)
(五) 其他 (题 59—题 73) .....	(971)
<b>五、双曲线 (题 1—题 58) .....</b>	<b>(984)</b>
(一) 选择题 (题 1—题 5) .....	(984)
(二) 双曲线的方程 (题 6—题 12) .....	(987)
(三) 双曲线的性质 .....	(991)
1. 直线与双曲线的关系 (题 13—题 15) .....	(991)
2. 离心率、准线 (题 16—题 19) .....	(993)
3. 渐近线 (题 20—题 22) .....	(995)
4. 相切问题 (题 23—题 28) .....	(996)
5. 等轴双曲线 (题 29—题 36) .....	(999)
(四) 轨迹 (题 37—题 50) .....	(1003)
(五) 其他 (题 51—题 58) .....	(1014)



六、抛物线 (题 1—题 74)	(1020)
(一) 选择题 (题 1—题 8)	(1020)
(二) 抛物线的方程 (题 9—题 11)	(1023)
(三) 抛物线的性质	(1025)
1. 直线与抛物线的关系 (题 12—题 23)	(1025)
2. 焦点、准线 (题 24—题 31)	(1032)
3. 相切问题 (题 32—题 45)	(1037)
(四) 轨迹 (题 46—题 55)	(1046)
(五) 其他 (题 56—题 74)	(1052)
七、一般二次曲线 (题 1—题 39)	(1066)
(一) 选择题 (题 1—题 3)	(1066)
(二) 一般二次曲线的方程与化简 (题 4—题 15)	(1067)
(三) 一般二次曲线的性质	(1075)
1. 直线与二次曲线的关系 (题 16—题 19)	(1075)
2. 圆锥曲线的统一定义 (题 20—题 23)	(1077)
3. 相切问题 (题 24—题 31)	(1079)
(四) 轨迹 (题 32—题 35)	(1083)
(五) 其他 (题 36—题 39)	(1087)

## 第五部分 竞赛题与杂题

一、数与代数 (题 1—题 133)	(1090)
(一) 有关数的问题	(1090)
1. 数、整数及其奇偶性 (题 1—题 10)	(1090)
2. 完全平方数、质数与合数、整除 (题 11—题 22)	(1096)
3. 记数法 (题 23—题 29)	(1102)
4. 不定方程 (题 30—题 36)	(1109)
(二) 多项式	(1113)