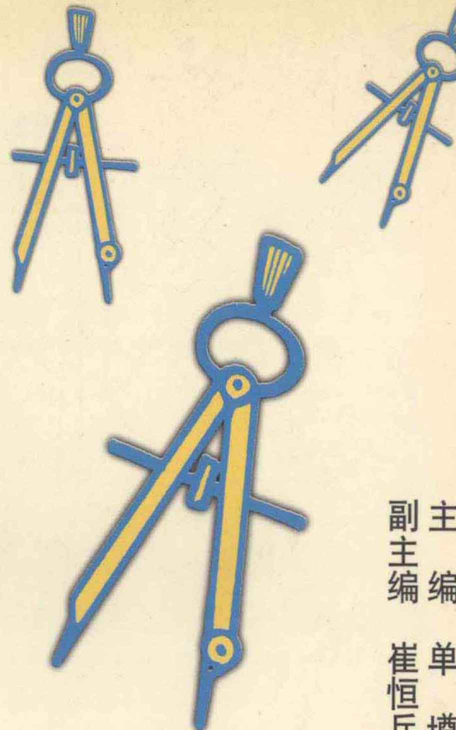
青少年学科奥林匹克竞赛丛书

数学奥林匹克

小学五年级

江苏省中学生学科奥林匹克竞赛委员会组织编写

主　编　单　墫
副主编　崔恒兵



南京大学出版社

青少年学科奥林匹克竞赛丛书

江苏省中学生学科奥林匹克竞赛委员会组织编写

数学奥林匹克

小学五年级

本册主编　金树泽

编　　写　王岐林　何玖根

南京大学出版社

图书在版编目(CIP)数据

数学奥林匹克．小学五年级/金树泽主编．—南京：
南京大学出版社，1999.6.(2001.1 重印)
(青少年学科奥林匹克竞赛丛书)
ISBN 7-305-03412-6

Ⅰ．数… Ⅱ．金… Ⅲ．数学课—小学—课外读物
Ⅳ．G624.503

中国版本图书馆 CIP 数据核字(2000)第 84974 号

丛 书 名　青少年学科奥林匹克竞赛丛书
书　　名　**数学奥林匹克**——小学五年级
主　　编　**金树泽**
责任编辑　孙辉　秦涛
责任校对　任民
出版发行　南京大学出版社
(南京市汉口路 22 号南京大学校内，邮政编码：210093)
印　　刷　南京玉河印刷厂
经　　销　全国各地新华书店
开　　本　850×1168　1/32　印张 6.25　字数 159 千
印　　次　2001 年 1 月第 1 版第 3 次印刷
定　　价　8.00 元
ISBN　7-305-03412-6/O·228

《数学奥林匹克》编写委员会

序

义务教育，不仅应面向全体学生，使每一个少年儿童都得到正常的教育，而且更应当使每一个学生都得到充分的教育。这就是说，不同的学生应当得到不同的教育，得到不同的发展，例如体育，不仅要使每一个学生都有健康的体魄，而且应当让他们根据自己的兴趣、爱好，在不同的项目（如球类、田径、游泳、体操等）上得到不同的发展。

很多少年儿童喜爱数学，希望能在数学方面得到较大的发展，因此，作为课外活动的数学兴趣学校就应运而生。

这种学校以增强兴趣，拓宽眼界，培养能力，开发智慧为宗旨，以自愿参加为原则，不需要专项的教育经费，深受各界人士欢迎，学生踊跃参加，社会效益极好。

这样的学校，当然应该有一套合适的教材，供教师、学生、家长使用。

江苏省科技协会为指导数学等学科的竞赛活动，组织编写了这样一套丛书，提供给兴趣学校作为教材，它有以下特点：

1. 以增强兴趣，拓宽眼界，培养能力，开发智慧为宗旨。

2. 与九年制义务教育的数学课本基本同步，知识点不作超前的要求。

3. 每一讲内容由浅入深，可供100分钟（两节课）的讲解，便于教师使用。

4. 每一讲均有习题，供学生巩固、复习所学内容。

5. 习题均有详细解答，可供教师及有条件的家长辅导。

参与编写本书的，大多是南京师范大学数学系在数学兴趣学校任课的教师，不少讲的内容就是由授课时的讲义整理而成，非常

实用。

南京大学出版社出版这一套丛书，对于各地开展学科竞赛与课外活动，做了一件大为有益的事。

单 墫

目　　录

第一讲　多边形的内角和

我们知道，三角形的三个内角的和等于 180°，我们自然要问，四边形、五边形、更多边数的多边形，它们的内角和又是多少呢？

假如能把四边形划分成三角形的话，那么求四边形内角和的问题就转化为求三角形内角和的问题．怎样划分呢？

如图 1－1，我们将四边形相对的顶点 A 和 C 连接起来，则 AC 把四边形 $ABCD$ 划分为三角形 ACD 和三角形 ABC．显然，四边形 $ABCD$ 的四个内角和就等于这两个三角形内角和的和，也就是 $180°\times2=360°$．

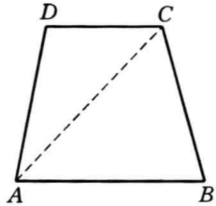


图 1－1

五边形的内角和等于多少呢？如图 1－2，与求四边形内角和的做法相同，连接 AC、AD，这两条对角线就把五边形分为三个三角形．因此，五边形的内角和等于 3 个三角形内角和的和，即 $180°\times3=540°$．

同样道理，对于图 1－3 中的六边形 AC、AD、AE 这三条对角线将它分成四个三角形，因而，六边形的内角和等于 4 个三角形的内角和，即 $180°\times4=720°$．由此，我们发现：**多边形的内角和＝$180°\times$（边数－2）**．

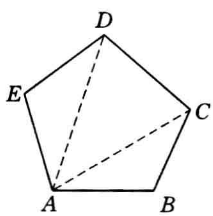


图 1－2

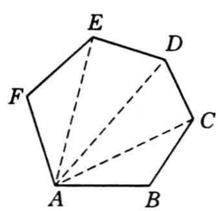


图 1－3

例 1 计算：

(1) 156 边形的内角和是多少？

(2) 1999 边形的内角和是多少？

解 根据上面结论，我们不必将多边形画出即可求解.

(1) 156 边形的内角和是

$$180°\times(156-2)=180°\times154=27720°.$$

(2) 1999 边形的内角和是

$$180°\times(1999-2)=180°\times1997=359460°.$$

例 2 已知一个四边形的一个内角是 46°，第二个内角是第一个内角的 3 倍，第三个内角是第二个内角的一半，求第四个内角.

分析与解 易求得四边形的内角和是 $180°\times2=360°$，若能求出前三个内角的度数，则容易求出第四个内角.而第一个内角为 46°，所以第二个内角是 $46°\times3=138°$，第三个内角是 $138°\div2=69°$，从而第四个内角为

$$360°-(46°+46°\times3+46°\times3\div2)=107°.$$

答：第四个内角为 107°.

例 3 如图 1－4，已知五边形 $ABCDE$，F 是 AE 的延长线与 CD 延长线的交点，$\angle A=\frac{1}{2}\angle B=\frac{1}{3}\angle C$，$\angle FED=55°$，$\angle FDE=65°$，

求 $\angle A$ 的度数.

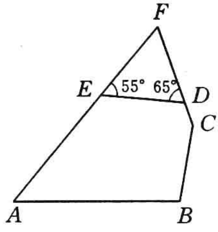


图 1－4

分析与解 五边形 $ABCDE$ 的内角和是 540°，要求 $\angle A$ 的度数，我们只要能求出 $\angle AED$ 及 $\angle EDC$ 的度数之和即可.显然 $\angle AED=180°-\angle FED=180°-55°=125°$，而 $\angle EDC=180°-\angle EDF=180°-65°=115°$，因而，$\angle A+\angle B+\angle C=180°\times(5-2)-(125°+115°)=540°-240°=300°$.

由 $\angle A=\frac{1}{2}B=\frac{1}{3}\angle C$ 知，$\angle B=2\angle A$，$\angle C=3\angle A$ 可得 $\angle A$

$+\angle B+\angle C=6\angle A=300^\circ$，所以$\angle A=50^\circ$.

答：$\angle A$ 的度数为 50°.

例 4 如图 1－5 所示，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，求$\angle 5$.

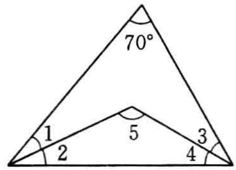


图 1－5

解 因为$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=180^\circ-70^\circ$，$\angle 1=\angle 2$，$\angle 3=\angle 4$，

所以 $2\angle 2+2\angle 4=110^\circ$.

$$\angle 2+\angle 4=110^\circ\div 2=55^\circ.$$

从而 $\angle 5=180^\circ-(\angle 2+\angle 4)=180^\circ-55^\circ=125^\circ$.

答：$\angle 5$ 的度数为 125°.

例 5 如图 1－6 所示，求$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$.

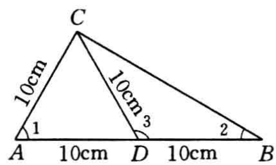


图 1－6

分析与解 由 $AC=AD=CD=10\text{cm}$，可知$\triangle ACD$ 为等边三角形，

所以 $\angle 1=60^\circ$，

$$\angle 3=180^\circ-\angle ADC=180^\circ-60^\circ=120^\circ.$$

又$\triangle BDC$ 是等腰三角形，所以

$$\angle 2=(180^\circ-\angle 3)\div 2=(180^\circ-120^\circ)\div 2=30^\circ.$$

答：$\angle 1=60^\circ$，$\angle 2=30^\circ$，$\angle 3=120^\circ$.

例 6 如图 1－7，试求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle F+\angle G+\angle H+\angle J+\angle K+\angle L$.

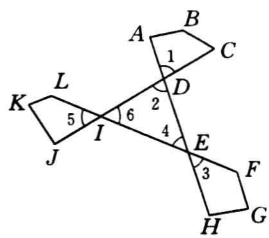


图 1－7

分析与解 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$ 是四边形 $ABCD$ 的三个内角，所以$\angle A+\angle B+\angle C=360^\circ-\angle 1$.

同理 $\angle F+\angle G+\angle H=360^\circ-\angle 3$，

$$\angle L+\angle J+\angle K=360^\circ-\angle 5,$$

所以 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle F+\angle G+\angle H+\angle L+\angle J+\angle K$

$$=360^\circ-\angle 1+360^\circ-\angle 3+\angle 360^\circ-\angle 5,$$

$=360°\times 3-(\angle 1+\angle 3+\angle 5)$.

又 $\angle 1=\angle 2$, (对顶角相等或同角的补角相等)

$\angle 3=\angle 4$,

$\angle 5=\angle 6$,

所以 $\angle 1+\angle 3+\angle 5=\angle 2+\angle 4+\angle 6$,

而$\angle 2$、$\angle 4$、$\angle 6$ 恰好是$\triangle DEI$ 的三个内角,

所以 $\angle 2+\angle 4+\angle 6=180°$,

所以 $\angle 1+\angle 3+\angle 5=\angle 2+\angle 4+\angle 6=180°$,

所以 $\angle A+\angle B+\angle C+\angle F+\angle G+\angle H+\angle J+\angle K+\angle L$

$=1080°-180°=900°$.

习 题 一

1. 试求八边形、19 边形的内角和.

2. 试求 199 边形、2001 边形的内角和.

3. 如图 1-8 四边形 $ABCD$, $\angle A+\angle C=210°$, $\angle D=2\angle B$,试求$\angle B$.

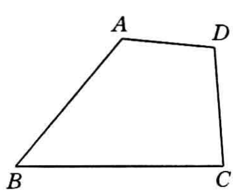


图 1-8

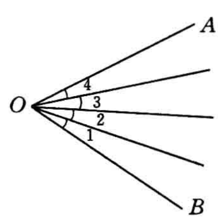


图 1-9

4. 如图 1-9, $\angle 2+\angle 3=\angle 1+\angle 4$,当$\angle AOB$ 是多少度时,图中所有角的和等于 180°?

5. 如图 1-10, EF 是正方形 $ABCD$ 的对折线,将$\angle A$ 和$\angle B$

的顶点重合于 EF 上，此时$\angle DHG$ 是多少度？

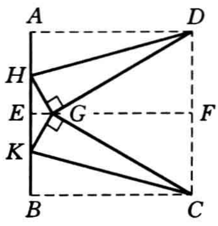


图 1－10

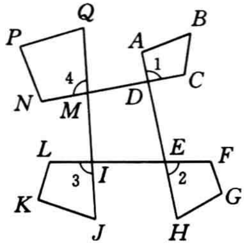


图 1－11

6. 如图 1－11，试求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle F+\angle G+\angle H+\angle J+\angle K+\angle L+\angle N+\angle P+\angle Q$.

第二讲　外 角 和

大家知道，三角形有一个共同特征，就是三个内角的和都等于 $180°$；四边形具有一个共同特征，就是四个内角的和都等于 $180°\times 2$；五边形的内角和都等于 $180°\times 3$；即边数相同的多边形不论形状大小如何，都是有共同的特征，它们的内角和是 $180°\times$(边数 -2).

细想一下，我们不禁要问：

边数不相同的多边形是不是也有一个共同的特征？这个共同特征是什么呢？

结论是肯定的，这个特征与边数无关.

考察 $\triangle ABC$，延长 $\triangle ABC$ 的三条边得到 $\angle 2$，$\angle 4$，$\angle 6$，如图 2 - 1，我们称 $\angle 2$，$\angle 4$，$\angle 6$ 分别是 $\angle 1$，$\angle 3$，$\angle 5$ 的外角.

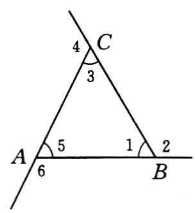


图 2 - 1

由于 $\angle 1+\angle 2=180°$，$\angle 1+\angle 3+\angle 5=180°$，所以

$$\angle 2=180°-\angle 1=\angle 3+\angle 5.$$

同理

$$\angle 4=\angle 5+\angle 1,\ \angle 6=\angle 1+\angle 3.$$

由此我们得到三角形的一个重要性质：

三角形的一个外角等于与它不相邻的两个内角的和.

又因为

$$\angle 1+\angle 2=180°,\ \angle 3+\angle 4=180°,$$
$$\angle 5+\angle 6=180°,$$

所以

$$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5+\angle 6=180°\times 3,$$

$$\begin{aligned}\angle 2+\angle 4+\angle 6 &= 180^\circ\times 3-(\angle 1+\angle 2+\angle 3)\\ &= 3\times 180^\circ-180^\circ=360^\circ,\end{aligned}$$

也就是三角形三个外角的和等于 360°.

四边形也有同样的结论吗？就是说它的四个外角的和也等于 360°吗？

四边形有四对内角和外角，每对内角和外角的和等于 180°，所以，四对内角与外角的和是 $180^\circ\times 4$，而四边形四个内角的和等于 $180^\circ\times(4-2)=180^\circ\times 2$，所以，四个外角的和等于

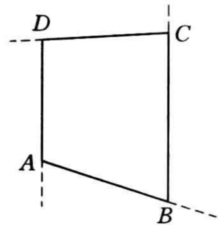


图 2 - 2

$$180^\circ\times 4-180^\circ\times(4-2)=360^\circ,$$

这就是说，四边形的外角和等于 360°.

一般地，多边形的内角与外角的总和是 180°×边数，内角和等于 180°×(边数−2)，所以，多边形的外角和为

$$180^\circ\times\text{边数}-180^\circ\times(\text{边数}-2)=180^\circ\times 2=360^\circ,$$

由此可见，多边形的外角和与边数无关，也就是说不论边数较少的多边形还是边数较多的多边形，它们的外角和都等于 360°.

因此，我们就得到了多边形的一个共同特征：多边形的外角和等于 360°.

例 1 在图 2 - 3 中，$\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$ 和 $\angle 4$ 的和是多少？

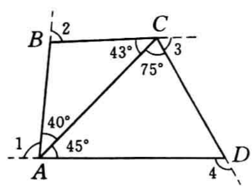


图 2 - 3

解法一 分别求 $\angle 1$，$\angle 2$，$\angle 3$ 和 $\angle 4$.

由图 2 - 3 中的条件，利用“三角形的外角等于与它不相邻的两个内角和”，就有

$$\angle 4=45^\circ+75^\circ=120^\circ,\ \angle 2=43^\circ+40^\circ=83^\circ,$$

又 $\angle 3$ 与 43°角、75°角共同构成平角，$\angle 1$ 与 40°角、45°角共同构成平角，所以

$$\angle 1=180^\circ-(40^\circ+45^\circ)=95^\circ,$$

$$\angle 3=180°-(43°+75°)=62°,$$

因此

$$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4=95°+83°+62°+120°=360°.$$

解法二 由于多边形的外角和等于 360°,所以$\angle 1$,$\angle 2$,$\angle 3$,$\angle 4$ 的和等于 360°.

如果采用第二种解法,图 2 - 3 中的条件实际上是多余的.

例 2 如图 2 - 4,求$\angle 1$ 的度数.

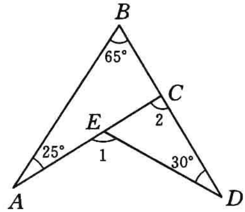


图 2 - 4

分析与解 以图中容易观察到$\angle 1$为$\triangle EDC$ 的一个外角,所以$\angle 1=\angle D+\angle 2$,而$\angle 2$ 又是$\triangle CBA$ 的一个外角,从而$\angle 2=\angle A+\angle B$,

所以

$$\begin{aligned}\angle 1&=\angle D+\angle 2\\&=\angle D+\angle A+\angle B\\&=30°+25°+65°=120°.\end{aligned}$$

例 3 如图 2 - 5,求$\angle A+\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5$.

分析与解 经观察容易发现,$\angle 1$,$\angle 2+\angle 3$,$\angle 4$,$\angle 5$ 是五边形 $KHMNA$ 的四个外角,而$\angle A$ 是一个内角,从而$\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5=360°-(180°-\angle A)$,

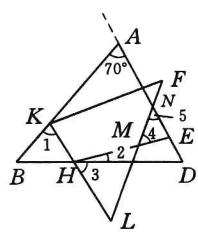


图 2 - 5

即

$$\begin{aligned}&\angle A+\angle 1+\angle 2+\angle 3+\angle 4+\angle 5\\&=360°-180°+2\times\angle A\\&=180°+2\times 70°=320°.\end{aligned}$$

注 本题也可通过四边形 $AKHE$ 的外角和来做.

例 4 如图 2 - 6,求$\angle A+\angle B+\angle C+\angle D+\angle E$.

分析 $\angle A$、$\angle B$、$\angle C$、$\angle D$、$\angle E$ 这五个角不在一个三角形或多边形内,因此求它们的和较为困难,所以我们要想办法通过转换将它们和多边形发生关系.

解法一 由三角形的内角和,容易知道: