



自适应学习系列
示例演练实验用书

诺贝尔奖

获得者

教你
轻松
学数学

几何

ZHONG XUE JI HE

第三册(初三年级用)

朱新明 [美]赫伯特·西蒙(H.A.Simon)/主编

中国人民大学出版社

1020782

示例演练实验用书

(初三年级用)

几何

第三册

朱新明
[美] 赫伯特·西蒙(H.A.Simon) 主编



淮阴师范学院图书馆1020782

中国人民大学出版社

G634/22

图书在版编目 (CIP) 数据

示例演练实验用书. 几何. 第三册. (初三年级用) / 朱新明, [美] 赫伯特·西蒙主编. 3 版
北京: 中国人民大学出版社, 2003

ISBN 7-300-04493-X/G·983

I. 示…

II. ①朱… ②赫…

III. 几何课-初中-教学参考资料

IV. G634

中国版本图书馆 CIP 数据核字 (2003) 第 035829 号

封面压有人大社社标印纹。否则均为盗版,

欢迎举报。举报电话:010-62515275

示例演练实验用书

几何

第三册

(初三年级用)

朱新明

主编

[美] 赫伯特·西蒙 (H. A. Simon)

出版发行 中国人民大学出版社

社 址 北京中关村大街 31 号 邮政编码 100080

电 话 010-62511242 (总编室) 010-62511239 (出版部)

010-62515351 (邮购部) 010-62514148 (门市部)

网 址 <http://www.crup.com.cn>

<http://www.ttrnet.com> (人大教研网)

经 销 新华书店

印 刷 三河汇鑫印务有限公司

开 本 787×1092 毫米 1/16

版 次 2001 年 7 月第 1 版 2003 年 6 月第 3 版

印 张 16.25

印 次 2003 年 6 月第 1 次印刷

字 数 398 000

定 价 16.00 元

版权所有 侵权必究 印装差错 负责调换



前 言

长期以来，中学教学普遍存在着师生负担过重的问题，学生忙于做作业，老师忙于批改作业，师生都在超负荷状态下运转，但教学效果却并不令人满意，甚至不少学生掉队厌学。如何减轻师生负担，提高教学质量是人们迫切要求解决的问题。

为探讨解决这个问题，中国科学院心理研究所在 20 世纪 60 年代曾实验过“程序教学”，结果表明其中有某些积极因素可以利用。80 年代初期，我国著名认知心理学家、国务院津贴享有者、中国科学院心理研究所朱新明教授开始从认知观点研究人的学习问题。他们与美国著名认知心理学家、诺贝尔奖获得者赫伯特·西蒙（H. A. Simon）教授从信息加工观点出发，探讨了示例学习和问题求解，研究发展了自适应产生式系统的模型，并提出了加强对产生式条件认知和构造有效样例等思想。与此同时，他们以上述思想理论为指导，并结合“程序教学”的有利因素，编制了示例演练材料，让学生通过样例和通过问题求解进行学习，先后在我国和美国进行了实验。先是选择某些知识单元，如因式分解、幂的运算、平行四边形的性质和判定、三角形中位线、梯形中位线，以及物理学科中浮力部分等进行了试验。反复多次试验表明，这种方法能大大减轻师生负担，学生课外可以少做作业，当堂消化知识，当堂测试检验学习效果。实验的结果是实验班学生的平均分数对比班高出 5 分~15 分，而且学习时间也缩短了。这项实验的部分结果及其理论研究刊登在美国《认知与教学》（Cognition and Instruction）杂志（1987）上。这一研究引起了国外认知心理学界极大的关注，特别是得到西蒙教授高度的赞扬和热情支持。在这期间，朱新明教授曾应邀赴美进行合作研究。这一研究结果，也引起了国内一些教师的兴趣，认为它为减轻师生负担、提高教学质量、缩短学时找到了一条出路。本研究的阶段成果，获中国科学院科技进步二等奖（1987）；其基础理论研究获中国科学院自然科学二等奖（1999）。本研究是全国教育科学规划“九五”和“十五”重点课题。

在实验初期，朱教授与胡奇老师合作，编写了初一至初三《代数》和《几何》的全部示例演练实验用书初稿，从 1985 年秋开始至 1987 年夏止，进行了实验，实验班学生在两年内接近学完三年的课程，与 1987 年应届初三毕业班学生进行了对比测验，获得了可喜的结果。近年又扩大了一些试点，也取得了明显的效果。从这些实验中，大家的认识越来越明确，都认为这是减轻师生负担、提高教学质量的一条行之有效的途径。因此还将继续扩大试点。

应各试点学校的要求，出版了此套示例演练实验用书。这套实验用书的最大特点是从学生学习的认知过程出发，由浅入深，循序渐进，以有指导的发现法，引导学生动脑、动手，使他们当堂消化知识，当堂达到一定的熟练程度。在教学上我们主张打破填鸭式和一刀切，力求体现启发式和分类推进的做法。

示例演练教材在历年修改的基础之上，今年在结构上增加了思考探究和阅读材料两部分。在材料设计上提供一些例题，创设一定的问题情景，启发学生积极思考，以学生发展为本，体现学生自主学习的过程。通过学生动手、动脑，有助于注意力的集中和知识的获取。依照新课程方案，在扩展提高部分，向学生提供一些现实、生动、有趣和富有挑战性的学习

素材，通过学习真正有意义、有价值的数学知识，激发学生学习的兴趣，提高学生的实践能力和创新意识，并且使他们提出问题、分析问题和解决问题的能力得到锻炼和提高。探索是学习的生命线，我们针对优等生选编了一些探索题和开放题，给学生探索与交流提供了素材和空间，让学生学会逻辑性思考问题，以自己的体验来获取知识和技能，使自己的潜能得到最大程度的展现与发挥。

《几何》第三册，是在1985年及历次试用稿的基础上编写的，于1997年、2000年、2001年和2002年作了不同程度的修改和补充，先后参加编写和修改者有：胡奇、朱新明、王丽荣、金秀岩、张秀峰、赵红、赵万丽、吴明铎、李亦菲、陈大柔、汤剑辉等。统稿或审稿者有：张国栋、高素玉。

本书在2002年版的基础上又进行了修订和补充，参加这次修改及校对的有：杨振英、陈佃敏、宋亦芳、崔代革。由杨振英审稿。本项目既是认知心理学原理及其应用研究，也是学科学习及教学的心理学研究，近年来，得到华南师范大学心理应用研究中心的资助。

编者

2003年5月

序 言

人们向来认为，数学难教、难学。因为数学在科技和人们生活中极为重要，所以必须寻求一种方法，使人们学好数学。

十多年前，在教儿童形成技能方面出现了一些新思想，主张不是对儿童讲授，而是给他们呈现例题、问题和答案，供他们学习。这种想法来自计算机学习，即让计算机具有学习能力的研究。

这项研究编制了计算机程序（所谓自适应产生式系统），使计算机能通过已经有解答步骤的例题，从中进行学习，从中发现导致成功解题的策略，最后还要修改它的程序，以便能执行这些策略，解答类似的各种问题。这一研究表明计算机能通过考察解题的样例进行学习。

计算机能以这种方式学习，那么儿童是不是也可以这样学习呢？如果可以的话，与传统的教学方法比较起来，对师生来说它是不是更省时省力？中国科学院心理研究所的朱新明教授及其同事对此甚为关注。从1983年起，他们就此问题进行了实验研究。朱教授依据理论编制了一系列示例让学生从中学习因式分解的技能，并对示例进行了精心安排。

这项实验非常成功。看来学生不必经老师讲述，就能从课题的示例中进行学习（教师着重辅导学习上有特殊困难的学生）。朱教授和我对实验结果与学生学习过程的材料进行分析、研究，形成了论文，并在美国和中国的心理学刊物上发表。这项研究成果引起了人们极大的兴趣，也引起了一些人沿着这种思路进行研究。

朱教授及其同事后来继续编写材料，编写了从初一至初三三年用的代数和几何示例演练教材。学生在课堂上处在积极的问题求解中。结果表明学生用这种方法学习，学得又快又好。一年后的追踪测验成绩表明，学生做到了真正理解，而不只是机械记忆。现在的这份教材就是在几次成功实验的基础上编成的。目前这项研究及其应用还只是在中国进行。类似这种规模的实验在其他国家还没有进行。这项研究已为认知心理学及其在教学中的应用作出了重要的贡献。

当然，已经做的工作还只是开始，这种方法还有待完善。另外，还要探讨其他学科，如物理、化学、生物乃至写作和阅读等应用这种方法的可能性。我希望其他国家也有人同他们协同努力。

最后，我想说：我和中国科学院心理研究所的协作已十年了，我为一直能参加这些工作而感到非常高兴。我于1983年春夏访问中华人民共和国，随后连续多次访问，我看到这些工作的进展是令人感到鼓舞的。科学是国际性的活动，我高度地评价同朱教授和其他同仁的合作，并祝愿他们继续进行他们的重要研究工作。

美国宾州

卡内基—梅隆大学

赫伯特·西蒙^① (H. A. Simon)

1992年10月12日

^① 赫伯特·西蒙 (H. A. Simon) 是前中美科技交流委员会美方主席，是当代认知科学的权威和人工智能创始人。他曾获诺贝尔奖、计算机科学的图灵奖和美国总统科学奖。1994年被中国科学院聘为首批外籍院士。

使用说明

本书在编写形式上是以例题和练习题的形式出现，但不是习题集，它是一本使学生通过考察例题和解决问题来获取知识和技能的教材，称为“示例演练实验用书”。它是以现行中学数学教学大纲为基础，根据现代认知心理学和教育心理学关于人的学习机制的理论与原则，结合数学教学的特点，由中国科学院心理研究所的研究人员与具有丰富教学经验的数学教师合作编写而成的。

示例演练的学习是一种新型的学习方法，它的特点是根据学生获取知识的心理机制，以有指导的发现法，引导学生进行积极主动的学习，使他们当堂消化知识，并能运用这些知识解决具体问题，达到一定的熟练程度，为了用好这套实验用书，学生和教师需要注意以下几点：

对学生的要求：

1. 在学习前，要准备好一只铅笔（用于做练习）、一只红笔（用于改错）、一块硬纸板（用于在学习时把书中右边的答案盖上）、一些草稿纸（用于演算和做测验题）。

2. 在学习过程中，首先要认真看例题，然后根据例题做下面的练习题。每做一个小题，就与右边的答案进行核对，做对了，继续往下做；做错了，想想错在什么地方，可用红笔改过来。

3. 在做练习时，要积极思考，自己得出结果后再核对答案；如果通过自己思考得不出结果，可以参考答案，并思考答案为什么是正确的；如果不理解，可以举手问老师（或与同学讨论）。

4. 每一节课后的“课堂测验”是没有答案的，要求用草稿纸在课堂上独立完成，做完后可由学生照教师的答案互批，然后立即交给教师审阅。

5. 在学习时要注意坐姿，保持眼睛与课本的适当距离。

对教师的要求：

1. 在刚开始用此套教材时，建议教师用3节~5节课的时间领学，使学生学会用这种新的教材进行示例演练学习（参见上面“对学生的要求”），使学生养成良好的学习习惯。

2. 如班级中学生的程度较好较齐（基本上没有差生），可以让学生自定步调进行学习，教师则进行个别辅导，并在课堂上对学习效果进行检测。在这种情况下，要防止学生单纯比速度的倾向。

3. 对一般的班级，可以采用精讲多练的方式组织教学。即在每节课的开始作引导性讲解（5分钟左右），激发学生的学习兴趣；然后让学生进行演练，教师作巡回辅导（30分钟左右）；剩下的时间可以总结本节课的知识，并对学习效果进行检测（10分钟左右）。这种方法要求学生保持大体一致的学习进度。

4. 教师在课堂上要调动每个学生的主动性和积极性，并重点辅导那些学习不认真和学习上有困难的学生。要纠正学生不动脑思考、见答案就抄的坏习惯，培养他们正确的学习态度和良好的学习习惯；在学生遇到困难时及时引导和鼓励，避免他们因受挫折而失去学习的信心和兴趣，要让学生得到一种学习成功的体验。

5. 学习材料是按课时设计的, 每节课的题量较多, 不要求每个学生都要完成. 有少数标有星号的题目较难, 教师可以只让部分学习较好的学生选做.

6. 在每堂课的学习内容后安排有课堂测验题, 用来检测学生在这堂课中的学习效果. 这些检测题主要适合于大多数中等程度的学生, 为了适应学生的个别差异, 教师可以另外为学习较好的学生和较差的学生分别布置课堂测验题. 要注意分类推进. 教师可以从各地的目标测试题和同步练习题中挑选一些题作为检测或补充练习.

这套实验用书既适合于学生在课堂上由教师的辅导下进行学习, 也适合学生或其他读者在家中自学使用. 我们希望它能够达到“减轻师生负担, 提高教学质量”的目的, 为我国的教学改革做出应有的贡献. 欢迎广大教师使用这套实验用书, 并在使用过程中积极参与实验用书的修改和编写工作, 使这套实验用书不断完善.

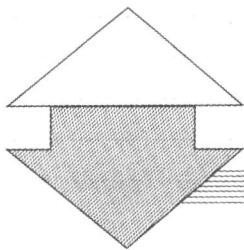
凡新购买“示例演练”教材并参加实验班实验的学校及老师, 请与北京西蒙示例演练教育研究中心联系, 本中心将定期给学校邮寄“示例演练”实验通讯, 并将有关活动(如教学观摩课、地区性研讨会及年度研讨会等)及时通告大家, 以便各学校能派人参加.

联系地址: 北京海淀区知春路17号2号楼1203室

邮政编码: 100083 电话: (010) 82332362 82311949

网 址: www.simonedu.com

E-mail: pubic@simonedu.com



目 录

第六章 解直角三角形	(1)
一、锐角三角函数	(1)
6.1.1 正弦和余弦(一)	(1)
6.1.2 正弦和余弦(二)	(5)
6.1.3 正弦和余弦(三)	(8)
自测题 A	(14)
6.2.1 正切和余切(一)	(18)
6.2.2 正切和余切(二)	(21)
自测题 B	(26)
二、解直角三角形	(30)
6.3 解直角三角形	(30)
6.4 应用举例	(34)
自测题 C	(40)
小结与复习	(44)
复习参考题 6	(46)
检测题 6	(49)
检测题 6 答案	(51)
第七章 圆	(54)
一、圆的有关性质	(54)
7.1.1 圆(一)	(54)
7.1.2 圆(二)	(57)
7.1.3 圆(三)	(61)
7.2.1 经过三点的圆(一)	(65)
7.2.2 经过三点的圆(二)	(68)
7.3.1 垂直于弦的直径(一)	(71)
7.3.2 垂直于弦的直径(二)	(75)
7.3.3 垂直于弦的直径(三)	(78)
自测题 A	(82)
自测题 B	(85)

7.4.1 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系(一)	(86)
7.4.2 圆心角、弧、弦、弦心距之间的关系(二)	(90)
7.5.1 圆周角(一)	(94)
7.5.2 圆周角(二)	(99)
7.5.3 圆周角(三)	(103)
7.6 圆的内接四边形	(107)
自测题 C	(110)
自测题 D	(112)
二、直线和圆的位置关系	(113)
7.7 直线和圆的位置关系	(113)
7.8.1 切线的判定和性质(一)	(117)
7.8.2 切线的判定和性质(二)	(120)
7.8.3 切线的判定和性质(三)	(124)
7.9 三角形的内切圆	(128)
7.10 切线长定理	(132)
7.11.1 弦切角(一)	(136)
7.11.2 弦切角(二)	(141)
7.12.1 和圆有关的比例线段(一)	(145)
7.12.2 和圆有关的比例线段(二)	(149)
7.12.3 和圆有关的比例线段(三)	(152)
自测题 E	(154)
自测题 F	(158)
三、圆和圆的位置关系	(159)
7.13.1 圆和圆的位置关系(一)	(159)
7.13.2 圆和圆的位置关系(二)	(162)
7.14.1 两圆的公切线(一)	(167)
7.14.2 两圆的公切线(二)	(171)
7.14.3 两圆的公切线(三)	(175)
7.15 相切在作图中的应用	(179)
四、正多边形和圆	(184)
7.16.1 正多边形和圆(一)	(184)
7.16.2 正多边形和圆(二)	(187)
7.17.1 正多边形的有关计算(一)	(191)
7.17.2 正多边形的有关计算(二)	(194)
7.18 画正多边形	(197)
7.19 圆周长,弧长	(201)
7.20.1 圆、扇形、弓形的面积(一)	(205)
7.20.2 圆、扇形、弓形的面积(二)	(210)
7.20.3 圆、扇形、弓形的面积(三)	(214)

7.21.1 圆柱和圆锥的侧面展开图(一).....	(218)
7.21.2 圆柱和圆锥的侧面展开图(二).....	(222)
小结与复习.....	(226)
复习参考题 7	(230)
检测题 7A	(238)
检测题 7B	(239)
检测题 7A 答案	(240)
检测题 7B 答案	(240)
附录.....	(242)

一、锐角三角函数

6.1.1 正弦和余弦(一)

★新 知 识

1. 角的对边:

(1)如图 6-1,在直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$.

$\angle A$ 的对边是 BC ,

$\angle B$ 的对边是 AC ,

$\angle C$ 的对边是 AB ,

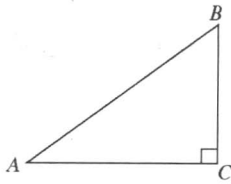


图 6-1

(2)如图 6-2,在直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$.

$\angle A$ 的对边是 _____,

$\angle B$ 的对边是 _____,

$\angle C$ 的对边是 _____,

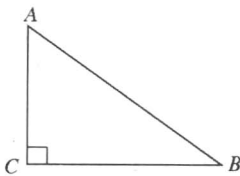


图 6-2

(3)如图 6-3,在直角三角形 ABC 中, $\angle C=90^\circ$.

$\angle A$ 的对边是 _____,

$\angle B$ 的对边是 _____,

$\angle C$ 的对边是 _____,

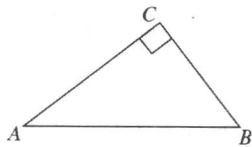


图 6-3

以上三个图中, $\angle A$ 的对边是 BC , $\angle B$ 的对边是 _____, $\angle C$ 的对边是 _____.

1.
(1)

(2)

BC

AC

AB

(3)

BC

AC

AB

AC

AB

小结:不论直角三角形三个顶点位置如何, $\angle A$ 的对边是 BC , $\angle B$ 的对边是 AC , $\angle C$ 的对边是 AB .即两锐角的对边分别是两条直角边,直角的对边是斜边.

2. 角的正弦:

(1)如图 6—4,在 $Rt\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$,

$\angle A=30^\circ$.

若 $AB=3$ cm,则 $BC=$ _____ cm.

(2)沿着倾斜角为 30° 的斜坡从 A 到 B 前进 100 m,这时 B 处离水平面的高度是 $\frac{50}{2}$ m,

$\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$

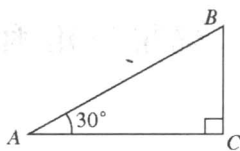


图 6—4

(3)沿着倾斜角为 30° 的斜坡从 A 到 B 前进 180 m,这时 B 处离水平面的高度是 _____, $\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} = \frac{90}{180} = \frac{1}{2}$

(4)沿着倾斜角为 30° 的斜坡从 A 到 B 前进 a m,这时, B 处离水平面的高度是 _____.

$\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{1}{2}$

当 $\angle A=30^\circ$ 时,不管直角三角形大小如何, $\angle A$ 的对边与斜边的比值不变,都等于 $\frac{1}{2}$.

(5)如图 6—5,在等腰直角三角形 ABC 中,

$\angle C=90^\circ$.

$\angle A=\angle B=$ _____.

$\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

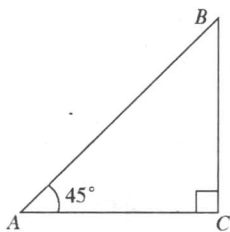


图 6—5

(6)在等腰直角 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$.由勾股定理可得 $AB^2 = BC^2 + AC^2$

又 $BC=AC$.所以 $AB^2 = 2 BC^2$. $AB = \sqrt{2} BC$.

$\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}} = \frac{BC}{AB} = \frac{BC}{\sqrt{2}BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

当 $\angle A=45^\circ$ 时,不管直角三角形的大小如何, $\angle A$ 的对边与斜边的比值都不变,都等于 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

2.

(1)

1.5

(3)

$90 \text{ m } \frac{BC}{AB}$

$\frac{90}{180} = \frac{1}{2}$

(4)

$\frac{a}{2}$ m

$\frac{1}{2}$

(5)

45°

$\frac{BC}{AB}$

(6)

$BC^2 + AC^2$

$2 \sqrt{2}$

$\frac{BC}{\sqrt{2}BC} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

(7) 如图 6—6. $\text{Rt}\triangle AB_1C_1$ 、 $\text{Rt}\triangle AB_2C_2$ 以及 $\text{Rt}\triangle AB_3C_3$ 中有一个锐角 A 相等, $B_1C_1 \parallel B_2C_2 \parallel B_3C_3$ 则 $\triangle AB_1C_1 \sim \triangle AB_2C_2 \sim \triangle AB_3C_3$ 所以有 $\frac{B_1C_1}{AB_1} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}$

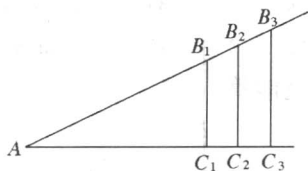


图 6—6

在这些直角三角形中, $\angle A$ 的对边与斜边的比值是一个固定的值.

小结: 只要锐角 A 的大小确定, 那么用它作为一个角画出的直角三角形中,

$\frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$ 是一个 固定 的值. 我们把锐角 A 的对边与斜边的比叫

做 $\angle A$ 的正弦. 记作 $\sin A$, 即 $\sin A = \frac{\angle A \text{ 的对边}}{\text{斜边}}$.

固定

3. 填空:

(1) 如图 6—7. $\angle C = 90^\circ$ $BC = a$
 $AB = c$ 那么 $\sin A = \underline{\hspace{2cm}}$

(2) 如图 6—7. 当 $A = 30^\circ$ 时, $\sin A = \sin 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

当 $\angle A = 45^\circ$ 时, $\sin A = \sin 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}$

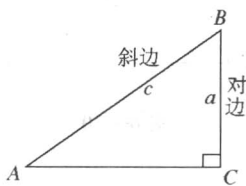


图 6—7

(3) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 因为 $c > a$, 所以 $0 < \frac{a}{c} < \underline{\hspace{2cm}}$

也就是 $0 < \sin A < \underline{\hspace{2cm}}$

(4) 如图 6—8, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle C = 90^\circ$.

且 $CD \perp AB$.

则 $\sin A = \frac{BC}{AB}$ 或 $\frac{CD}{AC}$

$\sin B = \underline{\hspace{2cm}}$,

$\sin \angle ACD = \underline{\hspace{2cm}}$,

$\sin \angle BCD = \underline{\hspace{2cm}}$.

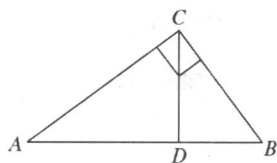


图 6—8

(5) 如图 6—8, $\frac{CD}{AC} = \underline{\hspace{2cm}}$, $\frac{CD}{BC} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3.

(1)

$$\frac{a}{c}$$

(2)

$$\frac{1}{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

(3) 1

1

(4)

$$\frac{AC}{AB} \text{ 或 } \frac{CD}{BC}$$

$$\frac{AD}{AC}$$

$$\frac{BD}{BC}$$

$\sin A$ $\sin B$

4. 判断正误(正确的在括号内画√;错误的画×)

- (1) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$. 则 $\sin A = \frac{a}{c}$. ()
- (2) 在任意直角三角形中, $\sin A$ 是一个固定的值. ()
- (3) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 则 $\sin A = \sin B$. ()
- (4) 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle C=90^\circ$, 则 $0 < \sin A < 1, \sin B > 1$ ()
- (5) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 知道 $\sin A$ 和斜边 AB 的长度, 就能算出 $\angle A$ 的对边 BC 的长. ()

5. 计算:

(1) 如图 6—9, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 求 $\sin A$ 与 $\sin B$ 的值.

解: $\because AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$

$$\therefore \sin A = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$$

$$\therefore \sin B = \frac{AC}{AB} = \frac{4}{5}$$

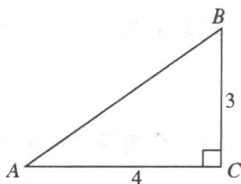


图 6—9

(2) 如图 6—10, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 求 $\sin A$ 与 $\sin B$ 的值.

解:

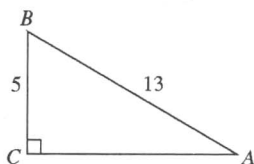


图 6—10

(3) 如图 6—11, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\angle A=60^\circ$, 且 $AC=b$. 求 $\sin 60^\circ$ 的值.

解:

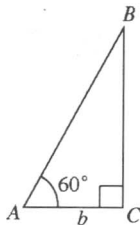


图 6—11

6. 角的余弦:

(1) 如图 6—12, 当锐角 A 取任意一个固定值时, $\angle A$ 的对边 BC 与斜边 AB 的比值是一个固定的值. $\angle A$ 的邻边 AC 与斜边 AB 的比值也是一个_____的值.

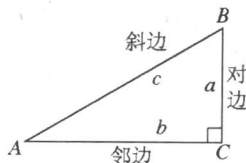


图 6—12

4.

- (1) √
- (2) × 因 $\angle A$ 不固定
- (3) × 因 $\angle A$ 不一定与 $\angle B$ 相等
- (4) × $0 < \sin B < 1$
- (5) √
- 5.
- (1)

(2)

$$\begin{aligned} \because AC &= \sqrt{13^2 - 5^2} \\ &= \sqrt{144} \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\therefore \sin A = \frac{5}{13}$$

$$\sin B = \frac{12}{13}$$

(3)

$$\because \angle A = 60^\circ$$

$$\therefore \angle B = 30^\circ$$

$$AB = 2AC = 2b$$

$$\text{则 } BC = \sqrt{3}b$$

$$\therefore \sin 60^\circ = \frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

6.

(1)

固定

我们把锐角 A 的邻边与斜边的比叫做 $\angle A$ 的余弦. 记作 $\cos A$, 即 $\cos A = \frac{\text{邻边}}{\text{斜边}}$.

如果把 $\angle A$ 的邻边记作 b . 斜边记作 c . 对边记作 a . 那么 $\cos A = \frac{b}{c}$, $\sin A = \frac{a}{c}$.

(2) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, 因为 $c > b$, 所以 $0 < \frac{b}{c} < 1$, 即有 $0 < \cos A < 1$.

(3) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;
 $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$.

(4) 计算:

$$\sin 30^\circ + \cos 30^\circ = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2};$$

$$\sqrt{2} \sin 45^\circ + \frac{1}{2} \cos 60^\circ = \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4}.$$

$\frac{\angle A \text{ 的邻边}}{\text{斜边}}$

$$\frac{b}{c} = \frac{a}{c}$$

(2)

1

(3)

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{1}{2}$$

(4)

$$\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1 + \sqrt{3}}{2}$$

$$\sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$$

小结: $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$; $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$;

$$\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

课堂测验 (一)

1. 求出图 6—13 中 $\angle D$ 和 $\angle E$ 的正弦值与余弦值:

2. 计算:

(1) $\sin 45^\circ + \cos 45^\circ$;

(2) $\sin 30^\circ \cdot \sin 60^\circ$;

(3) $\sin 45^\circ - \sin 60^\circ$;

(4) $\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ$

(5) $\frac{\sin 30^\circ + \cos 30^\circ}{\sin 60^\circ - \cos 60^\circ}$

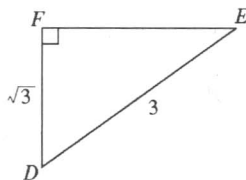


图 6—13

6.1.2 正弦和余弦 (二)

★练习与巩固

7. 填空:

(1) $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, $\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$;

7.

(1) $\frac{1}{2}$, $\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\frac{\sqrt{3}}{2}$

$$\cos 30^\circ = \underline{\hspace{2cm}}, \cos 45^\circ = \underline{\hspace{2cm}}, \cos 60^\circ = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$(2) \sin 30^\circ = \cos \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\sin 45^\circ = \cos \underline{\hspace{2cm}},$$

$$\sin 60^\circ = \cos \underline{\hspace{2cm}}.$$

(3) 如图 6-14, 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中,

$$\angle C = 90^\circ$$

$$\sin A = \underline{\hspace{2cm}}; \cos A = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\sin B = \underline{\hspace{2cm}}; \cos B = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$\text{所以 } \sin A = \cos B;$$

$$\cos A = \underline{\hspace{2cm}}.$$

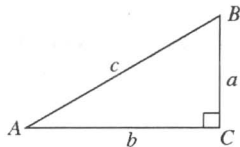


图 6-14

(4) 如图 6-14 中, $\angle A + \angle B = 90^\circ$ 即 $\angle B = 90^\circ - \angle A$.

所以 $\sin A = \cos B = \cos(90^\circ - \angle A)$; $\cos A = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(5) $\sin(90^\circ - \angle B) = \underline{\hspace{2cm}}; \cos(90^\circ - \angle B) = \underline{\hspace{2cm}}.$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \frac{1}{2}$$

$$(2) 60^\circ$$

$$45^\circ$$

$$30^\circ$$

$$(3)$$

$$\frac{a}{c} \quad \frac{b}{c}$$

$$\frac{b}{c} \quad \frac{a}{c}$$

$$\sin B$$

$$(4)$$

$$\sin B$$

$$\sin(90^\circ - \angle A)$$

$$(5) \cos B \quad \sin B$$

小结: 任意锐角的正弦值等于它的余角的余弦值, 任意锐角的余弦值等于它的余角的正弦值.

余弦值
余角

8. 计算:

(1) 已知 $\sin A = \frac{1}{2}$, 且 $\angle B = 90^\circ - \angle A$, 则 $\cos B = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(2) 已知 $\sin 35^\circ = 0.5736$, 则 $\cos 55^\circ = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(3) 已知 $\cos 47^\circ 6' = 0.6807$,
则 $\sin 42^\circ 54' = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}} = \underline{\hspace{2cm}}.$

(4) 已知 $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 且 $\angle B = 90^\circ - \angle A$.
则 $\sin B = \underline{\hspace{2cm}}.$

(5) 已知 $\sin 67^\circ 18' = 0.9225$, 则 $\cos 22^\circ 42' = \underline{\hspace{2cm}}.$

(6) 已知 $\cos 4^\circ 24' = 0.9971$, 则 $\sin 85^\circ 36' = \underline{\hspace{2cm}}.$

(7) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, 则 $\angle A = \underline{\hspace{2cm}}.$

(8) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\cos B = \frac{1}{2}$, 则 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}.$

(9) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\sin B = \frac{1}{2}$, 则 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}.$

(10) 在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $\cos B = \frac{\sqrt{2}}{2}$, 则 $\angle B = \underline{\hspace{2cm}}.$

8.

$$(1) \cos(90^\circ - \angle A)$$

$$\sin A \quad \frac{1}{2}$$

$$(2) \cos(90^\circ - 35^\circ) \quad \sin 35^\circ$$

$$0.5736$$

$$(3)$$

$$\sin(90^\circ - 47^\circ 6') \quad \cos 47^\circ 6' \quad 0.6807$$

$$(4)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(5) 0.9225$$

$$(6) 0.9971$$

$$(7) 60^\circ$$

$$(8) 60^\circ$$

$$(9) 30^\circ$$

$$(10) 45^\circ$$