

电气与控制实验科学技术

王科俊 主编

# 信号检测与转换实验技术

XIN HAO JIAN CE YU ZHUAN HUAN SHI YAN JI SHU

马忠丽 王 辉 编著

黑龙江人民出版社

江南大学图书馆



91142431

· 电气与控制实验科学技术 · 土科俊 王编

TM921/087:14

# 信号检测与转换实验技术

马忠丽 王 辉 编著



黑龙江人民出版社

---

图书在版编目(CIP)数据

电气与控制实验科学技术/王科俊主编. —哈尔滨:黑  
龙江人民出版社, 2008. 7

ISBN 978 - 7 - 207 - 07885 - 8

I . 电… II . 王… III . 电气控制—实验—研究 IV.  
TM921. 5

中国版本图书馆 CIP 数据字(2008)第 110906 号

---

责任编辑:李荣焕

装帧设计:李若聃

信号检测与转换实验技术

马忠丽 王 辉 编著

---

出版发行 黑龙江人民出版社

通讯地址 哈尔滨市南岗区宣庆小区 1 号楼

邮 编 150008

网 址 www. longpress. com

电子邮箱 hljrmcbs@ yeah. net

印 刷 哈尔滨太平洋彩印有限公司

开 本 16 开

印 张 135 印张

字 数 355 万字

印 数 2000 套

版 次 2008 年 8 月第 1 版 2008 年 8 月第 1 次印刷

书 号 ISBN 978 - 7 - 207 - 07885 - 8 / TP · 14

定 价 350.00 元(全套 14 本)

---

(如发现本书有印制质量问题, 印刷厂负责调换)

本社常年法律顾问:北京市大成律师事务所哈尔滨分所律师赵学利、赵景波

## 前　　言

由于信号检测与转换技术的应用领域不断扩大,人们对这方面的知识需求愈加迫切。在借鉴国内同行专家的教学成果的基础上,作者根据多年从事检测与转换技术理论教学和实践教学所累积的经验、收获和成果,编写了这本《信号检测与转换实验技术》教材。

全书分为上、下两篇。上篇为基础篇,包括三章,其中第1章主要介绍与检测技术有关的基础理论知识,第2章介绍信号检测传感器,第3章介绍传感器信号调理电路;下篇实验篇,包括三章,其中第4章主要介绍实验的基本要求,第5章主要介绍实验中所用到的一些常规实验仪器的使用方法及注意事项,第6章分类介绍了基础性实验及应用设计与创新性实验的基本方法,并对应用设计与创新性实验给出了主要设计思路及相关参考方案。附录给出了常用温度传感器分度表。

本书注重对学生实践能力和动手能力的培养,加大了自主设计与创新性实验的比例,进一步提高学生的科技创新意识及理论联系实际的能力。内容讲述深入浅出、通俗易懂。

本书可作为高等学校测控技术及仪器、自动化等专业或相近专业的理论和实验教材,也可供有关专业的本科生和研究生选用,还可作为有关工程技术人员学习信号检测与转换技术及应用的参考书。

本书在编写过程中,得到哈尔滨工程大学自动化学院王科俊教授、吕淑萍教授和彭秀艳教授的大力支持和帮助,在此表示感谢。

本书由马忠丽、王辉担任主编,其中,第1,2,3章由马忠丽编写、第4,5,6章由王辉编写。为本书编写提供大量支持和帮助的人员还有王显峰、钱华明、周雪梅等,在此表示感谢!

由于水平有限,书中难免存在不足和差错之处,恳请广大读者批评、指正。

编者

2008.6

## 内容简介

本书根据新世纪高等学校课程教学大纲的新要求,结合现代电子技术发展的新趋势,从理论与实践紧密结合的角度出发,编写的一本实验教材。

全书分上、下两篇,上篇主要介绍信号检测与转换实验技术基础,包括:信号检测与转换技术理论基础、信号检测传感器以及传感器信号调理电路。下篇主要介绍传感器信号检测与转换实验,包括:实验基本要求、常规仪器的使用以及以基础型、应用设计和创新型实验分层设置的实验内容。

本书内容设计合理、知识连贯、实验内容丰富全面,更注重于考查和培养学生的创新能力。本书可作为高等学校“传感器技术”,“检测技术”,“检测与转换技术”等课程的理论和配套实验课程教材使用,还可作为有关工程技术人员的参考书用。

# 目 录

## 上篇 信号检测与转换实验技术基础

<b>第1章 信号检测与转换技术理论基础</b>	.....	(1)
1.1 检测与转换技术基本概念 .....	.....	(1)
1.1.1 检测与转换技术定义 .....	.....	(1)
1.1.2 工业检测技术涉及的内容 .....	.....	(1)
1.1.3 检测与转换技术发展趋势 .....	.....	(1)
1.2 信号分类与特征 .....	.....	(2)
1.2.1 传感器信号分类 .....	.....	(2)
1.2.2 传感器信号特征 .....	.....	(4)
1.3 检测仪表概述 .....	.....	(8)
1.3.1 检测仪表基本组成 .....	.....	(8)
1.3.2 检测仪表功能及性能指标 .....	.....	(9)
1.4 测量误差与数据处理 .....	.....	(11)
1.4.1 测量误差基本知识 .....	.....	(11)
1.4.2 测量误差的检验与消除 .....	.....	(12)
1.5 传感器知识概述 .....	.....	(15)
1.5.1 传感器基本知识 .....	.....	(15)
1.5.2 传感器误差合成 .....	.....	(15)
1.5.3 传感器标定方法 .....	.....	(16)
1.5.4 传感器发展趋势 .....	.....	(17)
本章习题 .....	.....	(18)
<b>第2章 信号检测传感器</b> .....	.....	(19)
2.1 初级传感器 .....	.....	(19)
2.1.1 压力敏感元件 .....	.....	(19)
2.1.2 温度传感器 .....	.....	(21)
2.1.3 压力传感器 .....	.....	(24)
2.1.4 流量传感器 .....	.....	(26)
2.1.5 物位传感器 .....	.....	(29)
2.2 电阻式传感器 .....	.....	(31)
2.2.1 电位器 .....	.....	(31)
2.2.2 应变电阻传感器 .....	.....	(32)
2.2.3 热电阻传感器 .....	.....	(35)
2.3 变电抗和磁电式传感器 .....	.....	(37)

## 目 录

2.3.1 电容传感器 .....	(37)
2.3.2 电感传感器 .....	(41)
2.3.3 霍尔传感器 .....	(45)
2.4 有源传感器 .....	(47)
2.4.1 热电偶传感器 .....	(47)
2.4.2 压电传感器 .....	(51)
2.4.3 光电传感器 .....	(55)
2.5 数字式传感器 .....	(58)
2.5.1 光栅式传感器 .....	(58)
2.5.2 数字编码器 .....	(62)
2.6 现代传感器 .....	(65)
2.6.1 红外传感器 .....	(65)
2.6.2 光纤传感器 .....	(67)
2.6.3 CCD 图像传感器 .....	(70)
2.6.4 超声波传感器 .....	(74)
本章习题 .....	(76)
<b>第3章 传感器信号调理电路</b> .....	(78)
3.1 干扰一般概述 .....	(78)
3.1.1 基本概念 .....	(78)
3.1.2 干扰的作用方式 .....	(79)
3.1.3 干扰抑制技术 .....	(81)
3.2 放大器电路 .....	(83)
3.2.1 运算放大器 .....	(83)
3.2.2 差动放大器 .....	(84)
3.2.3 隔离放大器 .....	(88)
3.3 移相器电路 .....	(89)
3.4 调制解调电路 .....	(90)
3.4.1 调制解调概述 .....	(91)
3.4.2 调幅及其解调 .....	(92)
3.4.3 包络检波与相敏检波 .....	(93)
3.5 滤波电路 .....	(95)
3.6 振荡电路 .....	(97)
3.6.1 正弦波振荡电路 .....	(97)
3.6.2 RC 振荡电路 .....	(98)
3.6.3 LC 振荡电路 .....	(100)
3.6.4 石英晶体振荡电路 .....	(101)
3.7 其他常用信号调理电路 .....	(102)
3.7.1 阻抗匹配电路 .....	(102)

## 目 录

(021) 3.7.2 谐振电路 .....	(104)
(121) 3.7.3 f/V,V/I 转换电路 .....	(105)
(221) 本章习题 .....	(106)

## 下篇 信号检测与转换技术实验

<b>第4章 实验基本要求 .....</b>	<b>(110)</b>
4.1 实验预习 .....	(110)
4.2 实验原理与接线 .....	(110)
4.2.1 实验电源 .....	(110)
4.2.2 实验接线 .....	(111)
4.2.3 实验仪器仪表 .....	(111)
4.3 实验中异常现象的处理 .....	(111)
4.4 实验结束整理 .....	(111)
4.5 实验报告书写要点 .....	(111)
<b>第5章 常规仪器的使用 .....</b>	<b>(113)</b>
5.1 万用表 .....	(113)
5.1.1 万用表的结构 .....	(113)
5.1.2 符号含义 .....	(113)
5.1.3 万用表的性能 .....	(113)
5.1.4 万用表的类型 .....	(114)
5.1.5 万用表的正确使用方法 .....	(114)
5.2 示波器 .....	(115)
5.2.1 示波器工作原理 .....	(115)
5.2.2 使用注意事项 .....	(118)
5.3 信号发生器 .....	(119)
5.3.1 信号源的作用和组成 .....	(119)
5.3.2 信号发生器的分类 .....	(120)
5.3.3 函数信号发生器 .....	(120)
5.4 长度测量器具 .....	(122)
5.4.1 螺旋测微器用途和构造 .....	(122)
5.4.2 融合测微器使用原理 .....	(122)
5.4.3 融合测微器使用要点 .....	(123)
5.5 传感器系统综合实验仪 .....	(123)
5.5.1 系统硬件构成 .....	(124)
5.5.2 系统软件构成及功能 .....	(127)
<b>第6章 传感器信号检测与转换实验 .....</b>	<b>(130)</b>
6.1 基础性实验 .....	(130)
6.1.1 应变电阻传感器实验 .....	(130)

## 目 录

实验一 金属箔式应变计性能测试实验	(130)
实验二 金属箔式应变计三种桥路性能比较实验	(131)
实验三 金属箔式应变计的温度效应及补偿实验	(132)
实验四 半导体应变计性能测试实验	(133)
实验五 半导体应变计直流半桥测试实验	(134)
实验六 箔式应变计与半导体应变计性能比较实验	(134)
6.1.2 传感器信号调理电路实验	(135)
实验七 移相器电路实验	(135)
实验八 相敏检波电路实验	(136)
实验九 交流电桥实验	(138)
6.1.3 温度传感器实验	(139)
实验十 热电偶传感器实验	(139)
实验十一 热敏电阻实验	(141)
实验十二 基于热电阻传感器的电加热炉温度测试实验	(142)
实验十三 PN 结温敏二极管性能测试实验	(143)
6.1.4 电容传感器实验	(143)
实验十四 电容传感器特性测试实验	(143)
6.1.5 电感传感器实验	(144)
实验十五 差动变压器性能测试实验	(144)
实验十六 差动变压器标定实验	(145)
6.1.6 电涡流传感器实验	(147)
实验十七 电涡流传感器特性测试实验	(147)
6.1.7 磁电式传感器实验	(148)
实验十八 霍尔传感器实验	(148)
实验十九 磁电式传感器特性测试实验	(150)
6.1.8 压电式传感器实验	(150)
实验二十 压电加速度传感器性能测试实验	(150)
6.1.9 半导体传感器实验	(151)
实验二十一 MPX 扩散硅压阻式传感器实验	(151)
实验二十二 气敏电阻实验	(152)
实验二十三 湿敏电阻实验	(153)
6.1.10 光栅传感器实验	(154)
实验二十四 光栅传感器衍射演示及测距实验	(154)
6.1.11 光电传感器实验	(154)
实验二十五 光敏电阻实验	(154)
实验二十六 红外发光管与光敏三极管实验	(154)
实验二十七 热释电红外传感器实验	(155)
实验二十八 PSD 光电位置传感器实验	(156)

## 目 录

---

实验二十九 CCD 图像传感器实验 .....	(157)
6.2 应用设计与创新性实验 .....	(158)
6.2.1 传感器应用实验 .....	(158)
实验三十 振幅测量实验 .....	(158)
实验三十一 位移测量实验 .....	(160)
实验三十二 转速测量实验 .....	(162)
实验三十三 称重实验 .....	(163)
6.2.2 传感器设计与创新实验 .....	(164)
实验三十四 基于光敏电阻报警器电路设计实验 .....	(164)
实验三十五 基于集成霍尔传感器的音乐控制电路设计实验 .....	(165)
实验三十六 基于光电传感器的报警电路设计实验 .....	(166)
实验三十七 基于气敏传感器的报警电路设计实验 .....	(167)
实验三十八 心电信号检测电路设计实验 .....	(168)
实验三十九 传感器多路数据采集、显示设计实验 .....	(171)
实验四十 传感器参数设定及补偿设计实验 .....	(171)
附录 1 常用热电阻分度表 .....	(173)
附录 2 常用热电偶分度表 .....	(175)
参考文献 .....	(177)

上篇 信号检测与转换实验技术基础

本篇为信号检测与转换实验技术理论基础篇。通过本篇的学习,可以了解检测与转换技术理论基础,还可以掌握常用的信号检测传感器的简单工作原理和应用,同时能够学习各种传感器信号调理电路,为后面正确进行实验研究打下坚实的理论基础。

第1章 信号检测与转换技术理论基础

## 1.1 检测与转换技术基本概念

### 1.1.1 检测与转换技术定义

检测与转换技术是自动检测技术和自动转换技术的总称,它是以研究自动检测系统中的信息提取、信息转换、信息处理以及信息传输的理论和技术为主要内容的一门应用技术学科。

信息提取是指从自然界诸多的被检查与测量量(物理量、化学量、生物量与社会量)中提取出有用的信息(一般都是电信号),以便组成自动检测系统。

信息转换是将所提取出的有用的信息进行电量形式、幅值、功率等的转换。为了适应下一单元的需要和满足精确度的需要，在此对信息提取及转换过程中引入的干扰进行补偿。

信息处理的任务,视输出环节的需要,可将变换后的电信号进行数字运算(求均值、极值等)、模拟量-数字量变换等处理。

信息传输的任务是在排除干扰的情况下,经济地、准确无误地把信息进行远、近距离的传递。

检测与转换技术与现代化生产和科学技术相互渗透、相互作用的密切关系，使它成为一门十分活跃的技术学科，几乎涉及到人类的一切活动领域中，在人类的活动中发挥着愈来愈大的作用。

### 1.1.2 工业检测技术涉及的内容

工业检测技术主要内容包括：

热工量：温度、压力（压强）、压差、真空度、流量、流速、物位、液位等。

机械量：直线位移、角位移、速度、加速度、转速、应变、力矩、振动、噪声、质量（重量）等。

几何量：长度、厚度、角度、直径、间距、形状、粗糙度、硬度、材料缺陷等。

物体的性质和成份量:空气的湿度(绝对、相对);气体的化学成份、浓度;液体的粘度、浊度、透明度;物体的颜色等。

**状态量:**工作机械的运动状态(启停等)、生产设备的异常状态(超温、过载、泄漏、变形、磨损、堵塞、断裂等)。

**电工量:**电压、电流、电功率、电阻、电感、电容、频率、磁场强度、磁通密度等(在电工、电子等课程中讲授)。

### 1.1.3 检测与转换技术发展趋势

检测技术与计算机技术几乎是同步、协调向前发展的。测试系统开放化、通信多元化、远程智能化、人机交互形式多样化、测控系统大型化和微型化、数据处理网络化等将成为测控系统新的发展方向。具体可概括如下:

1. 不断提高检测系统的测量精度、量程范围、延长使用寿命、提高可靠性。
2. 发展集成化、功能化的传感器。
3. 采用计算机技术,使检测技术智能化。
4. 发展网络化测控方法。

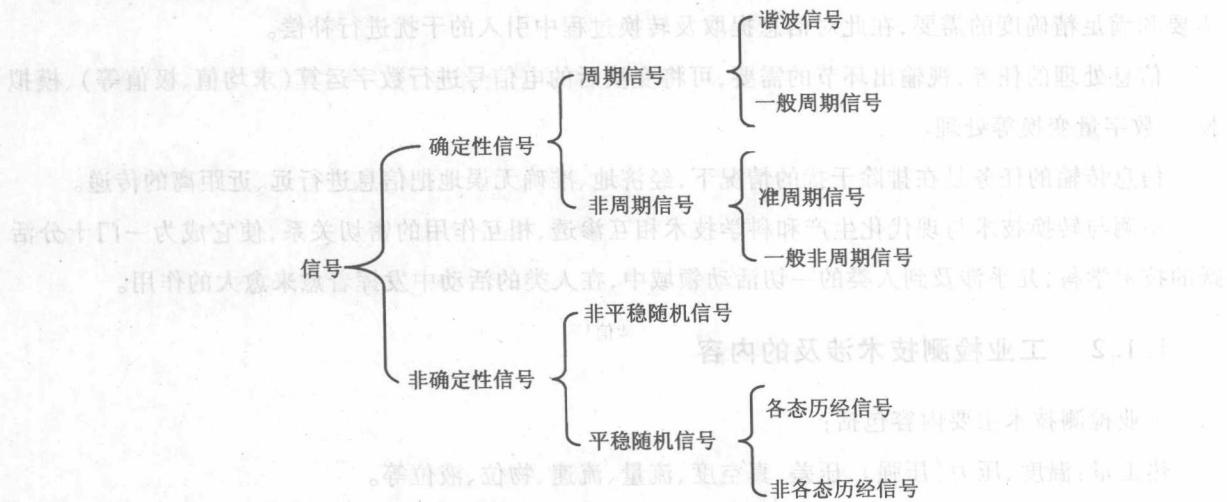
## 1.2 信号分类与特征

### 1.2.1 传感器信号分类

在生产实践和科学实验中,需要检测各种非电物理量并将其变成易于测量、记录和分析的信号。这些信号按数学关系、取值特征、能量功率、处理分析等,可以分为确定性信号和非确定性信号、连续信号和离散信号、能量信号和功率信号、时域信号与频域信号等。

#### 一、确定性信号和非确定性信号

根据时间随信号的变化规律可分为确定性信号和非确定性信号。其分类如下:



确定性信号是指能用明确的数学关系式或图像表达的信号。

对于确定性信号可以分为周期信号和非周期信号两类。当信号按一定时间间隔周而复始重复出

现时称为周期信号,否则称为非周期信号。非周期信号能用明确的数学关系式来描述,但不属于周期信号。它包括准周期信号和瞬变信号。

复杂周期信号可以展成一系列频率成比例的正弦波。反之,若干个频率成简单整数比的正弦波能合成为一个周期信号。

$x(t) = x_1 \sin(3t + \varphi_1) + x_2 \sin(5t + \varphi_2) + x_3 \sin(8t + \varphi_3)$  是周期信号。

$x(t) = x_1 \sin(3t + \varphi_1) + x_2 \sin(5t + \varphi_2) + x_3 \sin(\sqrt{7}t + \varphi_3)$  便不是周期的,因为  $3/\sqrt{7}$  和  $5/\sqrt{7}$  不是有理数。我们把这种由若干个频率比不是有理数的正弦信号合成的信号称为准周期信号。准周期信号是一种非周期信号,其幅值频谱仍然是离散的,这种信号的处理方法与周期信号相同,差别只在于各分量的频率比不再是有理数。

在确定性信号中,除了准周期信号以外的非周期信号都为瞬变信号。电容放电时电压变化、激振力消除后的阻尼自由振动、静态拉伸试件突断时的件中应力等都是瞬变信号。

图 1-2 给出几种典型确定性信号的时域波形图。

非确定性信号又称为随机信号,是无法用明确的数学关系式表达的信号。如加工零件的尺寸、机械振动、环境的噪声等,这类信号需要采用数理统计理论来描述,无法准确预见某一瞬时的信号幅值。根据是否满足平稳随机过程的条件又可以分成平稳随机信号和非平稳随机信号。

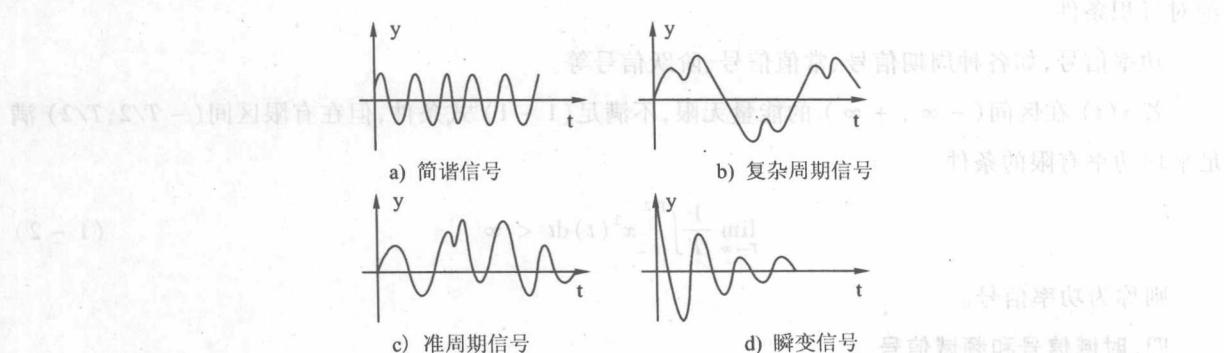


图 1-2 几种常见确定性信号时域波形图

## 二、连续信号和离散信号

信号 根据时间的连续性可分为连续信号和离散信号。其分类如下:

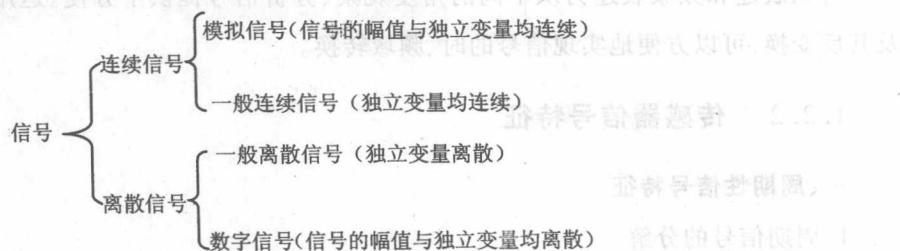
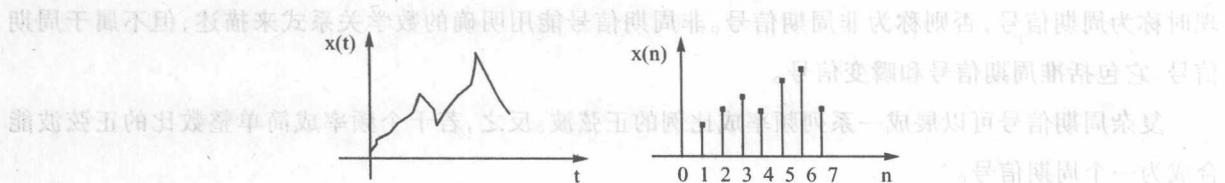


图 1-3 连续信号和离散信号分类

若信号的独立变量取值连续,则是连续信号。若信号的独立变量取值离散,则是离散信号。信号幅值也可分为连续的和离散的两种,若信号的幅值和独立变量均连续,则称为模拟信号;若信号幅值和独立变量均离散,则称为数字信号。注意模拟信号一定是连续的,但连续信号不一定是模拟信号。



a) 连续信号; b) 离散信号  
图 1-4 连续信号和离散信号

### 三、能量信号和功率信号

信号根据可以用能量式或功率式表示可分为能量信号和功率信号。

能量信号,如各类瞬变信号。

在非电量测量中,常将被测信号转换为电压或电流信号来处理。显然,电压信号加在单位电阻( $R = 1$  时)上的瞬时功率为  $P(t) = x^2(t)/R = x^2(t)$ 。瞬时功率对时间积分即是信号在该时间内的能量。通常不考虑量纲,而直接把信号的平方及其对时间的积分分别称为信号的功率和能量。当  $x(t)$  满足

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt < \infty \quad (1-1)$$

时,则信号的能量有限,称为能量有限信号,简称能量信号。满足能量有限条件,实际上就满足了绝对可积条件。

功率信号,如各种周期信号、常值信号、阶跃信号等。

若  $x(t)$  在区间  $(-\infty, +\infty)$  的能量无限,不满足(1-1)式条件,但在有限区间  $(-T/2, T/2)$  满足平均功率有限的条件

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x^2(t) dt < \infty \quad (1-2)$$

则称为功率信号。

### 四、时域信号和频域信号

根据描述信号的自变量不同可分为时域信号和频域信号。

时域表述:描述信号的幅值随时间的变化规律,可直接检测或记录到的信号。

频域表述:以频率作为独立变量的方式,也就是所谓信号的频谱分析。

时域表述和频域表述为从不同的角度观察、分析信号提供了方便。运用傅里叶级数、傅里叶变换及其反变换,可以方便地实现信号的时、频域转换。

#### 1.2.2 传感器信号特征

##### 一、周期性信号特征

###### 1. 周期信号的分解

对满足狄里赫利(Dirichlet)条件的任意周期信号  $x(t)$  都可展开成傅里叶级数的三角函数形式

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=-\infty}^{+\infty} (a_n \cos \omega_0 t + b_n \sin \omega_0 t) \quad (1-3)$$

式中,  $\omega_0$ :基波角频率;  $t$ :时间;  $n$ :正整数;  $a_0, a_n, b_n$ :傅里叶系数,  $a_0 = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) dt$ ; 信号的常值分

量,即均值。 $a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \cos n\omega_0 t dt$ :信号的余弦分量幅值。 $b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt$ :信号的正弦分量幅值; $T$ :周期。

将式(1-3)中同频项合并,可改写成

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \varphi_n) \quad (1-4)$$

或

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega_0 t + \theta_n) \quad (1-5)$$

$$A_n = B_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}, \theta_n = \tan^{-1} \frac{a_n}{b_n}, \varphi_n = \tan^{-1} \frac{b_n}{a_n}$$

式(1-4)、式(1-5)表明周期信号可以由一个常值分量和无穷多个不同幅值和相角的余弦波(或正弦波)叠加而成。当  $n = 1$  时,  $A_1 \cos(\omega_0 t + \varphi_1)$  称为一次谐波或基波, 基波分量的频率  $\omega_0$  称为基频。其余各项统称为高次谐波,依次称为二次、三次、四次……谐波。

将周期信号进行傅里叶级数分解,关键是确定傅里叶系数的值。为方便迅速地确定出傅里叶系数,可充分利用奇函数和偶函数的特性。

奇函数:图形对称于坐标原点,在正负半周期的积分值相等,符号相反。即

$$\int_{-T/2}^0 x(t) dt = - \int_0^{T/2} x(t) dt \quad (1-6)$$

因此在整个周期内的积分值为0。即

$$\int_0^T x(t) dt = 0 \quad (1-7)$$

偶函数:图形对称于纵轴,在正负半周期的积分值相等,符号相同,因此在整个周期内的积分值等于半周期的二倍。即

$$\int_0^T x(t) dt = 2 \int_0^{T/2} x(t) dt \quad (1-8)$$

奇、偶函数的和与积:

$$[\text{奇}] \times [\text{奇}] = [\text{偶}] \quad [\text{奇}] \times [\text{偶}] = [\text{奇}] \quad [\text{偶}] \times [\text{偶}] = [\text{偶}]$$

$$[\text{奇}] + [\text{奇}] = [\text{奇}] \quad [\text{偶}] + [\text{偶}] = [\text{偶}] \quad [\text{奇}] + [\text{偶}] = [\text{奇}]$$

因此奇函数表示的周期信号傅里叶级数展开式中,只包含正弦分量,而无常值分量和余弦分量;偶函数表示的周期信号傅里叶级数展开式中,只包含常值分量和余弦分量,而无正弦分量。

**【例 1.1】**求图 1-5 所示方波信号的傅里叶级数

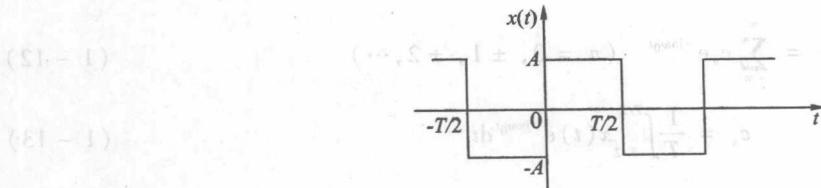


图 1-5 方波信号的傅里叶级数

解:在  $x(t)$  的一个周期中可表示为

$$x(t) = \begin{cases} A & 0 \leq t \leq T/2 \\ -A & -T/2 \leq t \leq 0 \end{cases}$$

描述方波信号的函数  $x(t)$  是奇函数,因而傅里叶系数为:

$$a_0 = a_n = 0$$

$$(1-1) \quad b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) \sin n\omega_0 t dt = 2 \times \frac{2}{T} \int_0^{T/2} A \sin n\omega_0 t dt$$

$$= \frac{A}{T} \left[ -\frac{1}{n\omega_0} \cos n\omega_0 t \right]_0^{T/2} = \frac{2A}{n\pi} (1 - \cos n\pi)$$

$$= \begin{cases} 0 & \text{当 } n \text{ 为偶数时} \\ \frac{4A}{n\pi} & \text{当 } n \text{ 为奇数时} \end{cases}$$

该方波信号的傅里叶级数展开式为

$$x(t) = \frac{4A}{\pi} \sin \omega_0 t + \frac{4A}{3\pi} \sin 3\omega_0 t + \frac{4A}{5\pi} \sin 5\omega_0 t + \dots \quad (1-9)$$

利用欧拉公式还可以把傅里叶级数的三角函数展开式变为复指数函数展开式。

根据欧拉公式

$$(1-10) \quad \begin{cases} \cos \omega_0 t = \frac{1}{2} (e^{-j\omega_0 t} + e^{j\omega_0 t}) \\ \sin \omega_0 t = \frac{1}{2j} (e^{-j\omega_0 t} - e^{j\omega_0 t}) \end{cases}$$

式(1-3)可改写为

$$(1-11) \quad x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{2} (a_n + jb_n) e^{-jn\omega_0 t} + \frac{1}{2} (a_n - jb_n) e^{jn\omega_0 t} \right]$$

令

$$(1-12) \quad c_n = \frac{1}{2} (a_n + jb_n)$$

$$c_{-n} = \frac{1}{2} (a_n - jb_n)$$

$$c_0 = a_0$$

则

$$x(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} c_n e^{-jn\omega_0 t} + \sum_{n=1}^{\infty} c_{-n} e^{jn\omega_0 t}$$

即

$$(1-12) \quad x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{-jn\omega_0 t} \quad (n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots)$$

$$(1-13) \quad c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

## 2. 周期信号的频谱

用傅里叶级数虽然可以将周期信号分解成许多谐波分量之和,但这种表达分解结果的形式不够直观。为了既简单又明了地表示一个信号中包含了哪些频率分量及各分量所占的比例大小,通常用频

谱图来表示。

若以周期信号谐波的频率为横坐标,以一定比例长度的线段分别表示各次谐波的幅值(这些线段称为谱线),并以幅值为纵坐标,将谱线按频率从低到高依次排列起来,这种图形称为频谱图。

频谱图实质上是周期信号的幅值频谱图。同样,由相位角和频率的关系可以绘出相位频谱图,两者合起来就构成了周期信号的频谱。这样,就在频率域里确定了周期信号的谐波结构。

考察信号  $f(t) = \sin\omega_1 t + \frac{1}{3}\sin 3\omega_1 t + \frac{1}{5}\sin 5\omega_1 t + \frac{1}{7}\sin 7\omega_1 t$ , 显然为周期信号。

其时域和频域图对应关系见图 1-6。

从理论上讲,一个周期信号利用傅里叶级数应展开成无穷多个谐波分量,但这在应用中是不可能的,只能取有限项近似地表示,因而就不可避免地带来了误差。实际上这也是没有必要的,由于周期信号谐波的幅值具有收敛性,信号的能量主要集中在低频分量上,谐波次数过高的那些分量所占信号能量很少,已没有多大意义了,完全可以忽略不计。分解谐波项数的多少与要求误差有关,工程上常通过信号的频带宽度(频谱中幅值下降到最大幅值 1/10 时的频率作为该信号的频带宽度,简称频宽)来控制。在选择检测仪器时,应保证检测仪器的工作频率大于被测信号的频宽,否则将会引起信号失真,增大检测误差。

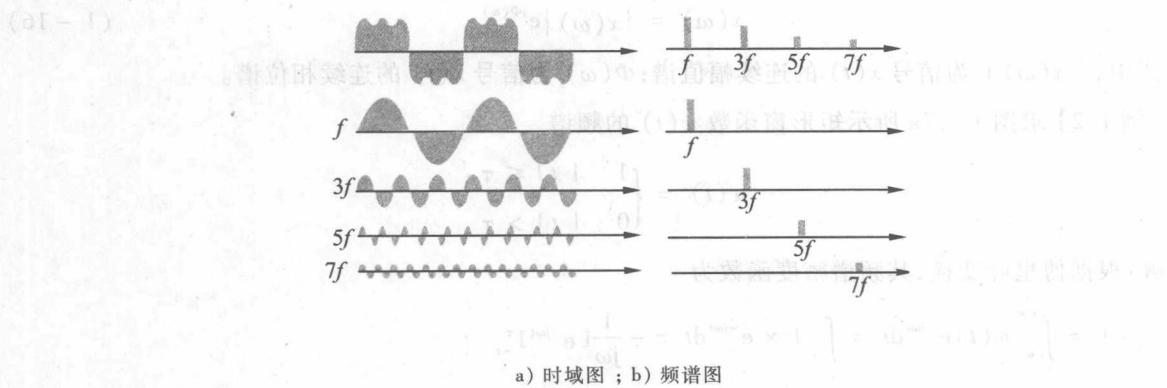


图 1-6 周期信号的时域和频谱图

## 二、非周期信号的特征

当周期信号  $x(t)$  的周期  $T$  趋于无穷大时,该信号就变成非周期信号了。因此,我们可以把非周期信号看做是周期趋于无穷大的周期信号。周期信号频谱中谱线间隔  $\Delta\omega = \omega_0 = 2\pi/T$ , 当  $T \rightarrow \infty$  时,  $\Delta\omega \rightarrow 0$ , 这样谱线无限密集以致离散频谱最终变为连续频道,所以非周期信号的频谱是连续的。

前面讲过周期信号  $x(t)$  的复指数展开式为

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

其中,  $c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$  将  $c_n$  代入上式得

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \left[ \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} x(t) e^{-jn\omega_0 t} dt \right] e^{jn\omega_0 t}$$

当  $T \rightarrow \infty$  时,  $\Delta\omega = 2\pi/T$ , 即  $1/T \rightarrow d\omega/2\pi$ ; 非连续变量  $n\omega_0$  变成连续变量  $\omega$ ; 求和运算变成求积运算。于是有