太奇管理类硕士联考辅导指定用书

旅游管理(MTA)、工程管理(MEM)、
图书情报(MLIS)、审计硕士(MAud)联考适用

Winner 赢家图书

2013 MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力 数学考前冲刺（第3版）

考点冲刺预测+解题黄金技巧+全真模拟密训

全国管理类专业学位硕士研究生入学考试命题研究中心　组编

主编　陈剑

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

太奇管理类硕士联考辅导指定用书

旅游管理(MTA)、工程管理(MEM)、
图书情报(MLIS)、审计硕士(MAud)联考适用

Winner 赢家图书

2013 MBA、MPA、MPAcc 联考综合能力

数学考前冲刺（第3版）

考点冲刺预测+解题黄金技巧+全真模拟密训

全国管理类专业学位硕士研究生入学考试命题研究中心 组编

主编 陈剑

北京航空航天大学出版社
BEIHANG UNIVERSITY PRESS

内容简介

本书紧扣考试大纲，强调解题技巧和全真模拟。全书分为考点冲刺预测、解题黄金技巧、全真模拟密训三部分。考点冲刺预测将考纲知识点归纳成100余种考试预测题型，精心挑选题目，逐题深度剖析，指导考生把握命题脉搏。解题黄金技巧以提升实战为宗旨，将历年试题解题中用到的技巧系统总结为十大黄金技巧，汇总了55种固定解题思维模式，又灵活演变成数十种做题模板和解题套路，无论基础怎样，都能收到“水到渠成”和“润物细无声”之功效。全真模拟密训根据最新考试动态，汇集整理出14套模拟试题，让考生在临考前有限的时间里抓住重要考点，通过全真演练，进一步掌握解题的技巧和方法，考场上从容应考，轻取高分。

本书以实用性和技巧性为基础，强调考试方法和做题技巧，立竿见影、快速突破，迅速提高读者的数学解题能力，适合参加管理类专业硕士联考的考生在考前冲刺阶段复习使用。

图书在版编目(CIP)数据

MBA、MPA、MPAcc联考综合能力数学考前冲刺 / 陈剑主编. --北京 ：北京航空航天大学出版社，2012.9

ISBN 978-7-5124-0929-3

Ⅰ. ①M… Ⅱ. ①陈… Ⅲ. ①高等数学—研究生—入学考试—自学参考资料 Ⅳ. ①O13

中国版本图书馆CIP数据核字(2012)第207750号

MBA、MPA、MPAcc联考综合能力数学考前冲刺

主 编 陈 剑

责任编辑 沈 涛

*

北京航空航天大学出版社出版发行

北京市海淀区学院路37号(邮编100191) http://www.buaapress.com.cn

发行部电话:(010)82317024 传真:(010)82328026

读者信箱:bhpress@263.net 邮购电话:(010)82316936

北京时代华都印刷有限公司印装 各地书店经销

*

开本:787×1 092 1/16 印张:21.5 字数:550千字

2012年09月第1版 2012年09月第1次印刷 印数:15 000册

ISBN 978-7-5124-0929-3 定价:36.80元

太奇备考丛书数学编委会

本书特色

深度： 针对联考题型，深入分析探究，用“举题型讲方法”的格式，总结出解题方法、技巧，便于考生掌握和应用。

高度： 居高临下，逐题深度剖析，洞察命题新动向，指导考生把握命题脉搏，赢取高分。

精度： 精品模拟试卷，全真演练，提升实战技巧，便于考生有的放矢，查缺补漏，以求做到触类旁通，从容应考。

速度： 考试中取胜的关键是速度，提高速度依赖于技巧，通过举一反三阐明解题思路，全面展现题型变化，使考生掌握考试做题技巧。

角度： 针对考试题型，多角度把握命题思路、方法和原则，为考生提供准确领航和理性分析。

前　言

为了帮助报考管理类专业硕士学位的考生更好地做好考前冲刺，按照最新考试大纲精心编写本书。全书按照考试要求分为考点冲刺预测、解题黄金技巧、全真模拟密训三个部分。

考点冲刺预测将几十个考纲知识点归纳成百余种考试预测题型，对各类基本命题类型、考试经常出题点进行系统的分析，以便考生在最短的时间对联考数学试题的形貌、内容、特点有充分的认识；精心挑选题目，逐题深度剖析，将知识点和解题方法无缝对接，建立了完整、科学的备考链条和考点层级网络体系。此外，在讲解时将题目涉及的知识点、考点和方法技巧有机联系，辅以一定的口诀记忆，以利于考生更系统、更宏观的掌握数学的本质，赢取高分。

解题黄金技巧是本书的最大特色。制约数学成绩的最大障碍不是难度，而是速度。本书以提升实战能力为宗旨，将历年试题解题中用到的技巧系统地总结为十大黄金技巧，涵盖了百余种方法和技巧，汇总了55种固定解题思维模式，又灵活演变成数十种做题模板和解题套路，让考生在上考场前对试卷便能了如指掌，无论基础怎样，在考场上都能做到游刃有余，所向披靡。

全真模拟密训根据最新考试动态，蕴含无数创新考题，不仅让考生能够找到身临其境的感觉，在有限的时间抓住重点，而且通过全真演练，掌握考试的技巧和方法，有的放矢，查漏补缺，考场上从容应考，轻取高分。全真模拟建议考生先按规定的1个小时左右时间内完成，然后对照答案，将自己做错的再做一遍。尽管本书每题均有详尽的解析，但希望考生不要轻易去查看详解，先培养自己独立思考能力，做完题目后，再去看详解，仔细回顾、研究一下自己的解答过程与书中有什么异同，如果存在疑问，应尽早查清原因。注意，归纳总结过程是必不可少的，是提高成绩的必经途径，其重要性远超过做题本身。

本书是《数学高分指南》的姊妹书，以实用性和技巧性为基点，以强调考试方法和做题技巧为宗旨，以快速提高和立竿见影为核心，达到在解题中总结套路，在套路中提高能力，最后形成一套灵活应试的战略战术的备考目标，对典型考题从多侧面、多视角进行讲解，注重对多解法、多类型题目的训练，培养发散思维和技巧应用能力，实现学习效果的加倍提高和考分的快速突破，因而本书是数学考前过关冲刺的必备辅导书。

在编写过程中，得到了广大教师同仁的大力支持，特此感谢。同时参阅了众多有关的教材和复习指导书，引用了一些例子，恕不一一提及，谨对所有相

关的作者表示真诚的谢意。由于编者水平有限，兼之时间仓促，错误和疏漏之处难免，恳请读者批评指正。

欢迎大家通过作者博客(http://www.chenjian.cc，http://chenjian.mba.net.cn)、YY万人学习群(7201531)、YY在线学习频道(16386652)及邮箱(myofficer@sina.com)等网络平台在线交流，答疑解惑、获得最新信息，互动学习经验，最大程度利用好本书。

编　者

2012年8月

目　录

第一部分　考点题型预测

第二部分　解题黄金技巧

第三部分　全真模拟密训

第一部分

考点题型预测

第 1 章　算术与代数

1.1　考纲要点梳理

1.1.1　重要的概念和性质

(1) 最小的自然数为 0，最小的质数为 2，最小的合数为 4．1 既不是质数也不是合数．

(2) 常用 20 以内的质数：2、3、5、7、11、13、17、19．(2 为质数中唯一的偶数)

(3) 整除的特点：

能被 2 整除的数：个位为 0，2，4，6，8；

能被 3 整除的数：各数位数字之和必能被 3 整除；

能被 5 整除的数：个位为 0 或 5；

能被 9 整除的数：各数位数字之和必能被 9 整除．

(4) 公倍数与公约数

对于两个正整数，两数之积等于最小公倍数乘以最大公约数．

(5) 奇数偶数

相邻两整数必有一奇一偶．在一个加(减) 算式中，判断其结果的奇偶性，只取决于奇数的个数(奇数个奇数为奇，其余均为偶)．

1.1.2　重要的运算公式

(1) $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

【扩展】$\left(a \pm \dfrac{1}{a}\right)^2 = a^2 + \dfrac{1}{a^2} \pm 2$　或 $a^2 + \dfrac{1}{a^2} = \left(a \pm \dfrac{1}{a}\right)^2 \mp 2$

(2) $(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ac$

【注意】$a^2 + b^2 + c^2 \pm ab \pm bc \pm ac = \dfrac{1}{2}(a \pm b)^2 + \dfrac{1}{2}(b \pm c)^2 + \dfrac{1}{2}(a \pm c)^2$

(3) $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

(4) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

【扩展】$\dfrac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}} = \dfrac{\sqrt{n} \mp \sqrt{n-1}}{(\sqrt{n} \pm \sqrt{n-1})(\sqrt{n} \mp \sqrt{n-1})} = \sqrt{n} \mp \sqrt{n-1}$

(5) $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

(6) $a^0 = 1(a \neq 0)$，$1^x = 1(x \in \mathbf{R})$，$0^x = 0(x > 0)$

(7) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$；$a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

1.1.3 绝对值

1. 定义：正数和零的绝对值还是其本身，负数的绝对值为其相反数.

2. 本质：绝对值起着控制一个数字符号的作用；绝对值对于正数和零没有影响；绝对值只对于负数起着改变符号的作用.

3. 几何意义：

实数 a 的绝对值 $|a|$ 表示数轴上坐标为 a 的点 A 到坐标原点的距离，如图 1.1-1(a) 所示.

$|a-b|$ 的几何意义表示它们在数轴上对应的点之间的距离，如图 1.1-1(b) 所示.

图 1.1-1

1.1.4 平均值

1. n 个数的算术平均值为：$\bar{x}=\dfrac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}$；

2. n 个正数的几何平均值为：$G=\sqrt[n]{x_1\cdot x_2\cdot\cdots\cdot x_n}$；

3. 平均值定理

当 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为 n 个正数时，算术平均值不小于几何平均值，即

$$\frac{x_1+x_2+\cdots+x_n}{n}\geqslant\sqrt[n]{x_1\cdot x_2\cdot\cdots\cdot x_n}(x_1,x_2,\cdots,x_n>0)$$

当且仅当 $x_1=x_2=\cdots=x_n$ 时，等号成立.

【注意】对于两个数，有 $a+b\geqslant 2\sqrt{ab}(a,b>0)$；$a+\dfrac{1}{a}\geqslant 2(a>0)$

①$4ab\leqslant(a+b)^2\leqslant 2(a^2+b^2)$，$a$、$b\in\mathbf{R}$(当且仅当 $a=b$ 时等号成立)

②$a^2+b^2+c^2\geqslant ab+bc+ca$，$a,b,c\in\mathbf{R}$(当且仅当 $a=b=c$ 时等号成立)

③$a^2+b^2+c^2\geqslant\dfrac{1}{3}(a+b+c)^2\geqslant ab+bc+ca$，$a,b,c\in\mathbf{R}$(当且仅当 $a=b=c$ 时等号成立)

④$\left|\dfrac{b}{a}+\dfrac{a}{b}\right|\geqslant 2$(当且仅当 $|a|=|b|$ 时取“=”号)

⑤$a>0,b>0,a+b=1$，则 $ab\leqslant\dfrac{1}{4}$.

1.1.5 除法及因式定理

1. 除法

设 $F(x)$ 除以 $f(x)$，商为 $g(x)$，余式为 $r(x)$，则有 $F(x)=f(x)g(x)+r(x)$，且 $r(x)$ 的最高次方数小于 $f(x)$ 的最高次方数. 当 $r(x)=0$，则 $F(x)$ 可以被 $f(x)$ 整除.

2. 因式定理

多项式 $f(x)$ 含有因式$(ax-b) \Leftrightarrow f(x)$ 能被$(ax-b)$ 整除 $\Leftrightarrow f\left(\frac{b}{a}\right)=0$

【注意】多项式 $f(x)$ 含有因式$(x-a) \Leftrightarrow f(x)$ 能被$(x-a)$ 整除 $\Leftrightarrow f(a)=0$.

1.2　重点题型预测

【预测 1】整除

【解题思路】首先要记住被常见数字如 2、3、5、9 整除的特点；另外，整除经常与约数联合命题，尤其寻找多个数的约数.

1. 设 a 为正整数，且$\frac{48}{a}$，$\frac{72}{a}$ 也为正整数，则符合条件的 a 值有(　　)个.

A. 4　　B. 6　　C. 8　　D. 10　　E. 12

【答案】C

【解析】48 与 72 的最大公约数为 24，所以 24 是它们的一个因子，故 24 可以整除它们，又 24 的所有因子都可以整除 48 和 72，所以可以整除它们的数为：1、2、3、4、6、8、12、24，共 8 个.

【点拨】如果一个分数为整数，则分母是分子的约数.

2. 介于 300 到 400 之间，恰有三个因数的整数，共有(　　)个.

A. 0　　B. 1　　C. 10　　D. 100　　E. 101

【答案】B

【解析】每一个数都至少有两个因子，1 与它本身，那么有三个因数的数，另外一个因数一定不能再分解，所以要是质数，为了保证只有三个因数，此数一定可以分解为某一个质数的平方的形式，在 300 到 400 之间可以分解为某质数平方的形式的数只有 $19^2=361$，故只有 1 个数.

【点拨】本题结合因数来分析整除，主要考查一个数约数的个数.

3. 设有六位数$\overline{1abcde}$，乘以 3 以后，变为$\overline{abcde1}$，那么这个六位数的各个数位之和为(　　).

A. 26　　B. 21　　C. 25　　D. 32　　E. 29

【答案】A

【解析】欲求这个六位数，只要求出五位数$\overline{abcde}=x$ 就可以了，则六位数$\overline{1abcde}=10^5+x$，六位数$\overline{abcde1}=10x+1$，从而有 $3\times(10^5+x)=10x+1$，$7x=299999$，$x=42857$.

【点拨】解法的关键有两点：(1) 抓住等量关系：$\overline{abcde1}$ 是$\overline{1abcde}$ 的三倍；(2) 采用“整体”设元的方法很有特色，将一般语言与数学的形式语言之间的相互关系进行转化.

【预测 2】公倍数、公约数

【解题思路】在处理涉及两数的最大公约数或者最小公倍数的很多问题中，经常用到的基本关系是：若两数为 a、b，那么 $a=a_1d$，$b=b_1d$，其中 $d=(a,b)$，$(a_1,b_1)=1$，因此$[a,b]=da_1b_1$. 有时为了确定起见，可设 $a\leqslant b$. 对于很多情形，可以排除 $a=b$ 的情形，而只假设 $a<b$，其中(a_1,b_1) 表示两数的最大公约数，$[a,b]$ 表示两数的最小公倍数.

1. 有一个三角形的公园，各边的长分别是 150 m，180 m，300 m. 今在周围种树，相邻两棵树之间的距离相等，且在三角形的顶点各种一棵，最少要种(　　)棵树.

A. 21　　B. 22　　C. 20　　D. 19　　E. 23

【答案】A

【解析】首先求出最大公约数：$(150,180,300)=30$，则每个边种树之和为 $5+6+10=21$.

【点拨】本题主要考查最大公约数的应用，若出现等距离问题，可采取最大公约数求解.

2. 老师将 100 名学生分别抽签编号，依序分别是 1、2、…、100，已知编号为 5 或 7 的倍数者可以获得免费的图书礼券一张，老师共送出(　　)图书礼券.

A. 30　　B. 31　　C. 32　　D. 33　　E. 34

【答案】C

【解析】$\frac{100}{5}=20$，故编号为 5 的倍数有 20 个，$\frac{100}{7}\approx 14.3$，编号为 7 的倍数为 14 个；共有 $20+14=34$，又 5 和 7 共同的倍数有 35 和 70，所以总共发出的礼券数为 $34-2=32$.

【点拨】分别求出 5 的倍数和 7 的倍数，再减去 5 和 7 的共同倍数.

3. 甲数是 36，甲、乙两数的最大公约数是 4，最小公倍数是 288，乙数的各个数位和为(　　).

A. 9　　B. 8　　C. 7　　D. 6　　E. 5

【答案】E

【解析】**方法一：**由甲数 × 乙数 = 甲、乙两数的最大公约数 × 两数的最小公倍数，可得 $36\times$ 乙数 $=4\times 288$，乙数 $=4\times 288\div 36$，解出乙数 $=32$.

方法二：因为甲、乙两数的最大公约数为 4，则甲数 $=4\times 9$，设乙数 $=4\times b_1$，且 $(b_1,9)=1$.

因为甲、乙两数的最小公倍数是 288，则 $288=4\times 9\times b_1$，$b_1=288\div 36$，解出 $b_1=8$，所以，乙数 $=4\times 8=32$.

【点拨】本题方法一是采用定理求解的，方法二是根据定义求解的.

3. 已知两数的最大公约数是 21，最小公倍数是 126，这两个数的和有(　　)种取值情况.

A. 1　　B. 2　　C. 3　　D. 4　　E. 5

【答案】B

【解析】要求这两个数的和，可以先求出这两个数各是多少. 设这两个数为 a、b，$a<b$.

因为这两个数的最大公约数是 21，故设 $a=21a_1$，$b=21b_1$，且 $(a_1,b_1)=1$.

因为这两个数的最小公倍数是 126，所以 $126=21\times a_1\times b_1$，于是 $a_1\times b_1=6$.

解得 $\begin{cases}a_1=1\\ b_1=6\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a_1=2\\ b_1=3\end{cases}$，则 $\begin{cases}a=21\times 1=21\\ b=21\times 6=126\end{cases}$ 或 $\begin{cases}a=21\times 2=42\\ b=21\times 3=63\end{cases}$.

因此，这两个数的和为 $21+126=147$，或 $42+63=105$，有两种情况.

【点拨】本题主要考查已知最大公约数和最小公倍数，反求两个数.

4. 已知两个自然数的和是 50，它们的最大公约数是 5，这两个自然数的乘积一定是(　　).

A. 9 的倍数　　B. 7 的倍数　　C. 45 的倍数　　D. 75 的倍数　　E. 18 的倍数

【答案】D

【解析】设这两个自然数分别为 a 与 b，$a<b$.

因为这两个自然数的最大公约数是 5,故设 $a=5a_1, b=5b_1$,且$(a_1,b_1)=1, a_1<b_1$.

因为 $a+b=50$,所以有 $5a_1+5b_1=50, a_1+b_1=10$. 满足$(a_1,b_1)=1, a_1<b_1$ 的解有:

解得$\begin{cases}a_1=1\\b_1=9\end{cases}$ 或$\begin{cases}a_1=3\\b_1=7\end{cases}$,则$\begin{cases}a=5\times1=5\\b=5\times9=45\end{cases}$ 或$\begin{cases}a=5\times3=15\\b=5\times7=35\end{cases}$.

无论哪种情况,这两个数的乘积一定是 75 的倍数.

【点拨】本题主要考查已知最大公约数与两数之和,反求两数.

5. 已知两个自然数的积为 240,最小公倍数为 60,这两个自然数最大相差(　　).

A. 3　　B. 21　　C. 36　　D. 56　　E. 58

【答案】D

【解析】设这两个数为 a 与 b, $a<b$,且设$(a,b)=d$, $a=da_1$, $b=db_1$,其中$(a_1,b_1)=1$.

因为两个自然数的积 = 两数的最大公约数 × 两数的最小公倍数,所以 $240=d\times60$.

解出　$d=4$,所以　$a=4a_1$, $b=4b_1$. 因为 a 与 b 的最小公倍数为 60,

所以　$4\times a_1\times b_1=60$,于是有 $a_1\times b_1=15$.

解得$\begin{cases}a_1=1\\b_1=15\end{cases}$ 或$\begin{cases}a_1=3\\b_1=5\end{cases}$,则$\begin{cases}a=4\times1=4\\b=4\times15=60\end{cases}$ 或$\begin{cases}a=4\times3=12\\b=4\times5=15\end{cases}$.

故两数最大相差 56.

【点拨】本题主要考查已知两数之积与最小公倍数,反求两数.

6. 已知两个自然数的和为 54,它们的最小公倍数与最大公约数的差为 114,则这两个自然数相差(　　).

A. 3　　B. 4　　C. 5　　D. 6　　E. 8

【答案】D

【解析】设这两个自然数分别为 a 与 b, $a<b$, $(a,b)=d$, $a=da_1$, $b=db_1$,其中$(a_1,b_1)=1$.

因为 $a+b=54$,所以 $da_1+db_1=54$. 于是有 $d\times(a_1+b_1)=54$,因此,d 是 54 的约数. 又因为这两个数的最小公倍数与最大公约数的差为 114,所以 $da_1b_1-d=114$. 于是有

$d\times(a_1b_1-1)=114$,因此,d 是 114 的约数. 故 d 为 54 与 114 的公约数.

由于$(54,114)=6$,6 的约数有:1、2、3、6, d 可能取 1、2、3、6 这四个值:

如果 $d=1$,由 $d\times(a_1+b_1)=54$,有 $a_1+b_1=54$;又由 $d\times(a_1b_1-1)=114$,有 $a_1b_1=115$. $115=1\times115=5\times23$,但是 $1+115=116\neq54$, $5+23=28\neq54$,所以 $d\neq1$.

如果 $d=2$,由 $d\times(a_1+b_1)=54$,有 $a_1+b_1=27$;又由 $d\times(a_1b_1-1)=114$,有 $a_1b_1=58$. $58=1\times58=2\times29$,但是 $1+58=59\neq27$, $2+29=31\neq27$,所以 $d\neq2$.

如果 $d=3$,由 $d\times(a_1+b_1)=54$,有 $a_1+b_1=18$;又由 $d\times(a_1b_1-1)=114$,有 $a_1b_1=39$. $39=1\times39=3\times13$,但是 $1+39=40\neq18$, $3+13=16\neq18$,所以 $d\neq3$.

如果 $d=6$,由 $d\times(a_1+b_1)=54$,有 $a_1+b_1=9$;又由 $d\times(a_1b_1-1)=114$,有 $a_1b_1=20$. 20 表示成两个互质数的乘积有两种形式:$20=1\times20=4\times5$,虽然 $1+20=21\neq9$,但是有 $4+5=9$,所以取 $d=6$ 是合适的,并有 $a_1=4$, $b_1=5$. $a=6\times4=24$, $b=6\times5=30$.

【点拨】本题难度略大,已知两数之和及最小公倍数与最大公约数的差,反求两数.

7. 已知两个自然数的差为 4,它们的最大公约数与最小公倍数的积为 252,求这两个自然数之和(　　).

A. 32　　B. 21　　C. 36　　D. 46　　E. 33

【答案】A

【解析】设这两个自然数分别为 a 与 b，且 $a>b$，$a=da_1$，$b=db_1$，$(a_1,b_1)=1$.

因为 $a-b=4$，所以 $da_1-db_1=4$，于是有 $d\times(a_1-b_1)=4$，因此 d 为 4 的约数.

因为这两个自然数的最大公约数与最小公倍数的积为 252，所以 $d\times da_1b_1=252$，于是有 $d^2\times a_1b_1=(2\times3)^2\times7$，因此 d 为 2×3 的约数. 故 d 为 4 与 2×3 的公约数.

由于 $(4,2\times3)=2$，2 的约数有 1 和 2，所以 d 可能取 1、2 这两个值. 如果 $d=1$，由 $d\times(a_1-b_1)=4$，有 $a_1-b_1=4$；又由 $d^2\times a_1b_1=252$，有 $a_1b_1=252$.

252 表示成两个互质数的乘积有 4 种形式：$252=1\times252=4\times63=7\times36=9\times28$，但是 $252-1=251\neq4$，$63-4=59\neq4$，$36-7=29\neq4$，$28-9=19\neq4$，所以 $d\neq1$.

如果 $d=2$，由 $d\times(a_1-b_1)=4$，有 $a_1-b_1=2$；又由 $d^2\times a_1b_1=252$，有 $a_1b_1=63$. 63 表示为两个互质数的乘积有两种形式：$63=1\times63=7\times9$，但 $63-1=62\neq2$，而 $9-7=2$，且 $(9,7)=1$，所以 $d=2$，并且 $a_1=9$，$b_1=7$. 因此 $a=2\times9=18$，$b=2\times7=14$.

【点拨】在上述解答中之所以可以在假设中排除 $a=b$ 这种情形在各例中都只假设了 $a<b$，分别是由于：若 $a=b$，则 $(a,b)=[a,b]=a$，与条件 $(a,b)\neq[a,b]$ 矛盾.

【预测 3】奇数、偶数

【解题思路】对于奇数、偶数问题，要会借助性质反推数字的特点，尤其要记住：奇数 ± 奇数 = 偶数，奇数 ± 偶数 = 奇数，偶数 ± 偶数 = 偶数.

1. 书店有单价为 10 分，15 分，25 分，40 分的四种贺年片，小华花了几张一元钱，正好买了 30 张，其中某两种各 5 张，另两种各 10 张，问小华买贺年片花去（　　）元钱.

A. 5　　B. 9　　C. 6　　D. 8　　E. 7

【答案】E

【解析】设买的贺年片分别为 a、b、c、d（张），用去 k 张 1 元的人民币，依题意有 $10a+15b+25c+40d=100k$（k 为正整数），即 $2a+3b+5c+8d=20k$. 显然 b、c 有相同的奇偶性.

若同为偶数，$b-c=10$ 和 $a=b=5$，$k=\dfrac{13}{2}$ 不是整数；

若同为奇数，$b=c=5$ 和 $a=d=10$，$k=7$. 满足题意，故共花 7 元.

【点拨】本题也属于不定方程问题，通过奇偶性与整除特点来寻找唯一解.

2. 甲、乙两人合养了 n 头羊，而每头羊的卖价又恰为 n 元，全部卖完后，两人分钱方法如下：先由甲拿十元，再由乙拿十元，如此轮流，拿到最后，剩下不足十元，轮到乙拿去. 为了平均分配，甲应该补给乙（　　）元.

A. 2　　B. 8　　C. 3　　D. 4　　E. 5

【答案】A

【解析】n 头羊的总价为 n^2 元，由题意知 n^2 元中含有奇数个 10 元，即完全平方数 n^2 的十位数字是奇数. 如果完全平方数的十位数字是奇数，则它的个位数字一定是 6. 所以，n^2 的末位数字为 6，即乙最后拿的是 6 元，从而为平均分配，甲应补给乙 2 元.

【点拨】本题根据总价和两人取的次数，确定完全平方数中含有 10 的个数，再根据个位数字得到最后拿的钱数，从而得到乙应该给甲的钱数.

3. 某市举办小学生数学竞赛，试卷上共有 30 道试题，评分标准是：基础分 15 分，答对一题加 5 分，未答一题加 1 分，答错一题倒扣 1 分，如果有 2013 个学生参赛，问参赛同学的总分是